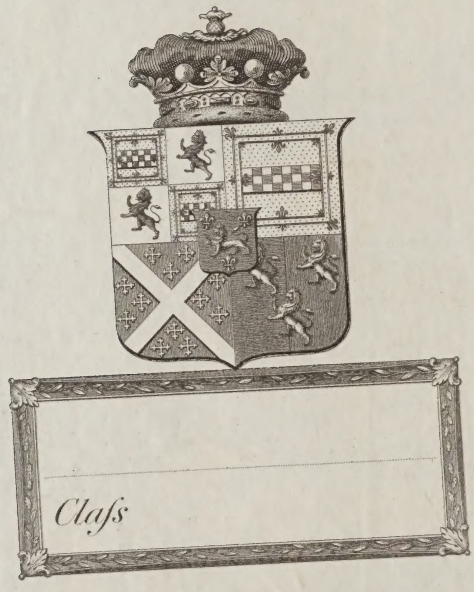


R6106,194

Library
of the
University of Toronto

7730

M 213

TRACTATVS PHYSICVS DE MOTV LOCALI,

IN QVO

EFFECTVS OMNES, QVI AD IMPETVM, Motum naturalem, violentum, & mixtum pertinent, explicantur, & ex principiis Physicis demonstrantur.

Auctore PETRO MOVSNERIO *Doctore Medico:*

CVNCTA EXCERPTA

Ex prælectionibus R.P. HONORATI FABRY, *Societatis* IESV.

LVGDVNI,
Apud IOANNEM CHAMPION, in foro Cambij.

M. DC. XLVI.
Cum Priuilegio Regis, & Approbatione Doctorum.

Digitized by the Internet Archive
in 2024 with funding from
University of Toronto

https://archive.org/details/tractatvsphysicv00fabr

AMPLISSIMO,

NOBILISSIMOQVE DOMINO,

D. PETRO DE SEVE,

DOMINO DE FLECHERES,

SANCTIORIS CONSILII REGIS Consiliario, in Lugdunensi Curia Prætori primario, & secundùm Mercatorum Præposito, &c.

PETRVS MOVSNERIVS,

TIBI alterum nostræ Philosophiæ fœtum inscribo, cui iam primum inscripsi (PRÆTOR AMPLISSIME) *nempe idem esse debeo, quia tu semper idem es: non mutasti merita, non mutabo officia: multos non exposcam Patronos, qui iam omnium optimum, & meritissimum habeo; nec enim sacra Philosophiæ anathemata rudi, & rustico muro appendam, quæ ex sacro tholo templi Themidos amœniter pendent: Nec leuem toti rei literariæ iniuriam inferrem, si alium illi, quàm li-*

teratum Mecænatem accerſerem: & verò Tractatum hunc de Motu Locali, alteri quàm tibi inſcribere non debui, cuius imperia Ludgunenſis orbis, potiùs quàm vrbis, componunt: Tu prudens Intelligentia, huic orbi ſemper aſsiſtis; ita motibus inuigilas, vt quieti publicæ conſulas, remque ita publicam adminiſtras, vt ſingulis commoda procures: Cæterùm dubitare non poſſum, quin hunc meum quantulumcumque conatum, fidemque meam iam tibi ſemel oppigneratam, & nunc altero voto penitus obſtrictam, æqui bonique ſis conſulturus. Vale.

PRÆFA

PRÆFATIO.

NIHIL habeo præfari (Beneuole Lector) in gratiam huius tractatus de Motu Locali, cuius amœnitatem & vtilitatem, rerum copiam & syluam, tuo gustui & iudicio relinquo: Multi sanè hactenus in hac materia feliciter desudarunt; & quidem præ cæteris magnus ille Galileus, qui mirificâ, & ferè diuinâ ingenij acie, motum localem eò perduxit, quò mortalium nemo perduxerat; quia tamen multa omisit, quæ ad motum spectant, vt nemo nescit; nec ex principijs Physicis mirabiles illos effectus demonstrauit, sed tantùm certis quibusdam proportionibus ex geometricis addixit; vt Physicæ consulamus, aliam inimus viam: Geometriam quidem adhibemus, ad explicandas, exponendasque prædictas illas proportiones, quæ motibus insunt; sed effectus illos prædictis proportionibus affixos ad principia Physica reducimus; id est, cùm supponamus quòd sint, propter quid sint demonstramus: in votis erat motus omnes vno volumine complecti; id est effectus omnes cuiusuis potentiæ motricis; tres enim agnoscimus huiusmodi potentias: primam naturalem voco, quæ est grauium: alteram animalem, quæ est animantium: tertiam mediam, quæ tensorum est vel compressorum: In hoc tractatu tùm à motu progressiuo animantium, tùm ab alijs motibus, qui in animato corpore, neruorum &

musculorum opera fiunt, penitus abstinemus; cùm scilicèt eas notiones supponant, quæ huius loci esse non possunt, abstinemus etiam à mirifica illa tensorum & compressorum vi, quæ mediæ illius virtutis est; neque adhuc eò rem Physicam adduximus; Sed hîc tantùm naturam impetus considerabimus, motus naturalis affectiones, violenti, mixti ex rectis, reflexi, circularis, mixti ex circularibus, illius qui fit in planis inclinatis sursum & deorsum, vibrationum funependuli, diuersarum impressionum, centri percussionis, &c. Fortè aliquis potentias mechanicas desideraret, lineas, motus, & cæleſtes spiras; sed hæ quidquid physicum habent, singulari tractatui de corpore cæleſti, reliqua verò Astronomiæ concedunt: potentiæ mechanicæ ad Staticam pertinent, quare illarum tantùm physicum principium in hoc tractatu explicamus, lineæ motus nihil physicum habent. Quare ad vitandam confusionem ad Matheſim illas remittimus, cuius non modicam facient accessionem; igitur secundum Tomum de motu locali non expectabis, qui ne cuncta quidem, quæ ad motum spectant comprehenderet, sed huic statim Metaphysicam demonstratiuam subnecto. Cæterùm de subtiliſſimo istorum omnium inuentorum auctore nihil dicam, qui cum ægrè tulerit paucula illa quæ in prima tractatu præfatus sum, os mihi penitus obstruxit: omitto etiam quæ in me quidam iniquè certè rerum æstimatores iactarunt: reponere possem cum fænore; sed nos talem consuetudinem non habemus; dedici hactenus pati iniurias, non inferre; quod non modò moralis Philosophia, sed præsertim Christiana Religio me docet.

Vnum

Vnum est, de quo te monitum velim (Amice Lector) opusculum istud non sine aliquot erratis edi potuisse, præsertim cùm in assignandis cuilibet figuræ suis characteribus sæpiùs peccatum sit; operas excusabis in rebus Geometricis minimè versatos: auctor tibi sum, vt errata, quæ fideliter adnotaui castiges, vt deinde cum maiore gustu Librum hunc perlegere possis.

SYNOPSIS LIBRORVM
huius tractatus.

LIBER I. De Impetu.
II. De motu naturali deorsum.
III. De motu violento sursum.
IV. De motu in planis inclinatis.
V. De motu mixto ex rectis.
VI. De motu reflexo.
VII. De motu circulari.
VIII. De motu funependuli.
IX. De motu mixto ex circulari.
X. De diuersis impressionibus motus.
APPENDIX I. De centro percussionis.
II. De principio Physicomechanico.
III. De principio impressionis.
IV. De principio rationis duplicatæ.

SYNOPSIS AMPLIOR.

BREVISSIMAM huius operis Epitomem hîc habes (Amice Lector) quam ex Theſibus noſtri Philoſophi huc traduxi, quæ tibi ampliſſimi indicis loco erit.

De Impetu.

1. IMPETVS eſt qualitas exigens motum ſui ſubiecti: datur impetus; quia non poteſt eſſe alia cauſa exigitiua motus: adde quòd, potentia motrix eſt actiua; igitur aliquid producit, ſed non aliud quàm impetum, vt conſtat ex dictis de motu: eſt aliquid diſtinctum à ſubſtantia mobilis, quæ poteſt eſſe ſine impetu: non eſt modus, quia diſtinguitur ab effectu ſuo formali ſecundario: impetus non producitur in eo mobili, quod moueri non poteſt à potentia motrice applicata: & produci tantùm poteſt, vel in omni parte, vel in nulla; alioquin eſſet fruſtrà; & gratis ponitur neſcio quis impetus inefficax.

2. Primo inſtanti, quo eſt impetus, non eſt motus, ne ſimul impetus ſit in duobus locis. Impetus productus ad extra non producitur à quantitate, nec virtute reſiſtitiua, nec ab alio, quàm ab impetu, qui maximè eſt cauſa connaturalis alterius impetus: agit tantùm ad extra, vt tollat impedimentum: hinc, cùm pro diuerſa applicatione ſit diuerſum impedimentum, modò plùs, modò minùs agit; maximè verò, cum maximum eſt impedimentum: hinc ictus per lineam perpendicularem fortiſſimus eſt: porrò omnes partes impetus agunt ad extra actione communi.

3. Impetus intenſus producere poteſt remiſſum, minoris mobilis in maiore; & remiſſus intenſum, maioris mobilis in minore, vt patet; æqualis æqualem, æqualis mobilis in æquali, modò ſit debita appli

tà applicatio, cum maximo impedimento, quod reuerà tunc est, cùm linea directionis connectit centra grauitatis vtriusque. Datur impetus alio impetu perfectior, & imperfectior, sine quo non potest explicari natura vectis: itaque dato quocunque dari potest perfectior, & imperfectior: quia dato quocunque motu potest dari velocior, & tardior.

4. Propagatur impetus vniformiter tantùm, cùm omnes partes corporis mouentur motu recto æquali: ibi enim est æqualis causa, vbi est æqualis effectus: in motu circulari applicata potentia centro vectis, producitur æqualis perfectionis versùs circunferentiam, & inæqualis numerus; applicata verò potentia circunferentiæ, producitur æqualis numerus, sed inæqualis perfectionis versùs centrum; quia potentia non potest producere immediatè perfectiorem, & imperfectiorem in infinitum: eadem potentia necessaria æqualibus temporibus, & iisdem circunstantiis, producit æqualem impetum, & inæqualibus inæqualem: est enim hæc ratio causæ necessariæ.

5. Impetus innatus est tantùm determinatus ad lineam perpendicularem deorsum; alioquin si ad aliam determinari posset, primo esset æqualis motus per inclinatam, & perpendicularem; corpus graue missum per lineam inclinatam ab eo non declinaret; imò impetus semel productus (si liberum esset medium) non destrueretur: quæ omnia physicis hypothesibus repugnant: omnis alius impetus, etiam acquisitus motu naturali deorsum, est indifferens ad omnem lineam, ad vitanda infinita ferè naturæ incommoda.

6. Impetus indifferens determinatur ad lineam multis modis: primò, à potentia motrice: secundò, ab impetu: tertiò, ab alio impetu concurrente; quartò, ab obice occurrente: quintò, ab ipso applicationis diuerso modo: quæ omnia clara sunt: hinc duo impetus ad motum mixtum sæpè concurrunt, quod semper fit, nisi determinationes sint oppositæ ex diametro. Impetus est capax intensionis; quia aliquando destruitur ex parte: eius extensio commensuratur extensioni mobilis; quod etiam cæteris qualitatibus commune est: impetus productus non conseruatur à causa primò productiua, à qua etiam separatus existit.

7. Impetus non est contrarius alteri ratione entitatis; quia quilibet cum quolibet in eodem subiecto coëxistere potest: pugnat tamen vnus cum alio ratione determinationis: hinc vnus impetus pugnat cum alio ratione lineæ motus: hinc vnus videtur destrui ab

alio: quanquam impetus tantùm destruitur, cùm est frustrà: hinc, si esset tantùm vnicus in eodem mobili, & liberum esset medium, nunquam destrueretur nec vnquam dici posset functus suo munere: quod omninò gratis dicitur.

8. Hinc, si sint tantùm duo impetus in eodem mobili æquales verbi gratia, vel ad eandem lineam determinantur, vel ad diversas: si ad eandem, nihil impetus destruitur, sed est duplò velocior motus: si ad diuersas, vel sunt oppositæ ex diametro, vel concurrentes faciunt angulum; si primum, vterque destruitur impetus; si secundum, destruitur aliquid illius, quod determinabimus infrà. Impetus innatus nunquam destruitur: dici posset grauitas absoluta: saltem nihil est, quod distingui ab illa probare possit. Porrò nunquam destruitur; quia nunquam est frustrà; quippe eius finis, vel vsus, non est tantùm motus deorsum, sed grauitatio, seu nisus quidam deorsum. Sed de grauitate aliàs.

De motu naturali deorsum.

1. DAtur motus naturalis grauium deorsum ab intrinseco; quippe non potest esse, vel à vi tractrice terræ vel filamentis quibusdam, vel materia quadam tenui expultrice. Eius finis est globi terrestris compactio, &c. Est autem motus naturalis ab impetu: primò, quia eius acceleratio sine impetu explicari non potest: secundò, quia, cùm graue deorsum cadens imprimat impetum in corpore occurrente, certè debet habere impetum: nec alio argumento mihi probabis, Solem esse lucidum, ignem calidum.

2. Motus hic est naturaliter acceleratus, scilicet, ab intrinseco; patet experientiâ. Ratio est: quia, cùm in libero medio non impediatur motus, & impetus productus primo instanti non conseruetur secundo à causa primò productiua, sed ab alia, sitque ipsa mobilis substantia causa necessaria; certè secundo instanti producit nouum impetum: idem dica de tertio, quarto, &c. igitur crescit causa motus: igitur & motus: quæ ratio clarissima est: hinc æqualibus temporibus æqualia acquiruntur velocitatis momenta; quia causa necessaria æqualibus temporibus, æqualem effectum producit: quid clarius?

3. Hinc non potest crescere hic impetus secundùm porportionem.

nem duplicatam temporum, cùm crescat secundùm proportionem temporum, etiam ex mente Galilei: crescit autem velocitas, vt impetus: effectus, scilicet, vt causa: idem dico de motu, ratione velocitatis; quippe motus ipse est sua velocitas: at verò ipsa spatia, quæ decurruntur illo motu, si consideretur crementum in instantibus, crescunt iuxta progressionem arithmeticam simplicem, id est, si primo instanti, acquiritur vnum spatium, secundo acquiritur vnum spatium, secundo acquiruntur duo, tertio 3. quarto 4. atque ita deinceps.

4. Hoc autem facilè potest demõstrari: quia, cùm velocitas crescat iuxta proportionem temporum, si primo instanti sit vnus gradus velocitatis, secundo erunt duo, tertio tres, atque ita deinceps: igitur, si mobile cum vno gradu velocitatis acquirit vnum spatium, certè cum duobus acquiret duo spatia, cum tribus tria, atque ita deinceps: debet autem vera progressio crementorum assumi in singulis instantibus, quia reuerà singulis instantibus physicis (nam de iis loquor) noua fit huius crementi accessio.

5. Quia tamen instantia non sunt sensibilia, vt Physicæ consulatur, quæ res sensibiles considerat, assumi debent partes temporis sensibiles, in quibus reuerâ progressio spatiorum non est arithmetica simplex; sed tam propè accedit ad hanc numerorum imparium, 1. 3. 5. 7. &c. quam Galileus excogitauit, vt sine scrupulo hæc assumi possit: hinc spatia sunt ferè vt temporum quadrata: dixi, ferè: nam est paulò minor proportio, cùm tantùm finita sint instantia physica, quæ reuerà si infinita essent in qualibet temporis sensibilis parte, haud dubiè spatia essent omninò in ratione duplicata temporum: sed, quia parum pro nihilo computatur, hanc progressionem Galilei deinceps vsurpabimus in Physica.

6. Hinc ratio euidens maioris ictus inflicti à corpore graui, cùm ex maiori altitudine cadit. Sunt autem ictus, vt impetus; impetus, vt tempora; hæc demum, vt radices spatiorum sensibiliter: quæ omnia constant ex dictis. Impetus acquisitus in descensu est semper imperfectior, si assumantur singula instantia, quæ reuerâ sunt semper minora; quia motus fit semper velocior: cùm graue descendit in medio, quod resistit, minùs accuratè seruantur prædictæ proportiones, quæ in vacuo modico accuratissimè seruarentur.

7. Resistentia medij non est propter vllam formam improportionatam, quasi verò impetus sit forma improportionata aëri: sed in

duobus præsertim consistit ; primò, eò quòd medium detrahat aliquid grauitationis corporis grauis ; secundò, eò quòd partes medij aliquam implicationem habeant, quæ solui non potest sine aliqua compressione, vel tensione ; vtraque autem resistit impetui : quod spectat ad primum, si medium sit æqualis grauitatis cum ipso corpore, detrahitur tota grauitatio, si subduplæ subduplum, &c. de quo aliàs.

8 Hinc corpus graue per medium rarius, cæteris paribus, facilè descendit ; non tamen ex resistentia medij cognita, potest cognosci proportio grauitatis vtriusque, propter secundum caput, ex quo etiam petitur resistentia. Idem corpus cum eodem medio comparatum, habet tres coniugationes: nam, vel est grauius, vel est grauius, vel æquè graue, vel minùs. Sunt etiam tres aliæ coniugationes, scilicet, eiusdem mobilis cum diuersis mediis, duorum mobilium cum eodem medio, duorum mobilium cum duobus mediis.

9. Figura corporis grauis deorsum cadentis motum vel retardat vel accelerat ; retardat quidem, si plures partes medij amouendæ sunt, vel pauciores velociori motu ; accelerat è contrario: hinc idem corpus parallelipedũ iuxta tres diuersos situs, triplici motu diuerso descendere potest: hinc ratio, cur acuminata tam facilè descendant. Cubus, qui descendit, imprimit aëri velociorem motum, quàm ipse habeat; & quò maior est eius superficies, eò velociorem.

10. Duo globi, vel cubi eiusdem materiæ æquè velociter descendunt : ratio est, quia, licèt maioris vires habeant maiorem proportionem ad molem aëris resistentis, quàm vires minoris ad alteram aëris molem, quæ proprium illius motum retardat, cùm tamen aër, qui resistit maiori cubo, debeat amoueri velociori motu, quàm aër, qui resistit minori, sitque eadem proportio resistentiæ ratione motus, minoris ad maiorem, quæ est ratione molis, maioris ad minorem; certè ratio composita vtriusque erit eadem in vtroque cubo: igitur æqualiter descendet vterque.

11. Si tamen sint diuersæ materiæ, hand dubiè, qui constat leuiori materia, tardiùs descendet ; quia eius vires habent minorem proportionem ad resistentiam. Corpuscula etiam ex grauissima materia tardissimè descendunt: tum, quia à filamentis illis, quibus partes aëris implicantur, facilè detinentur ; analogiam habes in lapillo, qui ab araneæ tela intercipitur : tum, quia, cùm latissimam aliquando habeant superficiem pro modica mole, minimam habent

proportionem

proportionẽ virium ad reſiſtentiã: tùm denique, quia, cùm modico impetu agitari poſſint ab aëre mobili, vnus motus alium impedit.

12. Singulis inſtantibus motus naturaliter accelerati creſcit reſiſtentia; quia, cùm motus creſcat, æqualibus temporibus, plures partes medij occurrunt: creſcunt tamen vires in eadem proportione, ſcilicet, impetus: igitur non mutatur progreſſio motus. Hinc colligo, contra Galilæum, motum rectum ex naturaliter accelerato nunquam fieri æquabilem: dixi motum rectum; quia motus corporum cœleſtium ex accelerato factus eſt æqualis.

De motu violento ſurſum.

1. MOtus violentus ſurſum vulgò dicitur eſſe à principio extrinſeco. Triplici modo accidere poteſt: primò, ſi reuerà imprimatur impetus ab extrinſeco, vt, cùm mitto lapidem ſurſum: ſecundò, ſi corpus deorſum cadens deinde reflectatur ſurſum; tunc autem nihil eſt ab extrinſeco, niſi determinatio noua, quæ eſt à corpore reflectente: tertiò, ſi terra vtrinque eſſet peruia; nam lapis haud dubiè non ſiſteret in centro, ſaltem poſt primum deſcenſum; igitur aſcenderet per eandem lineam; nullum tamen eſt principium extrinſecum; igitur motus violentus dicit tantùm motum ſurſum corporis grauis.

2. Dari autem motum violentum, dubium eſſe non poteſt, qui ſupponit impetum, vel impreſſum ab extrinſeco, vel in deſcenſu acquiſitum, qui reuerâ ineſt ipſi mobili, cùm ipſum medium hunc motum potiùs impediat, quàm iuuet: hinc, ſi nullus eſſet impetus extrinſecus, vel acquiſitus, nullus eſſet motus violentus; quia impetus innatus illius cauſa eſſe non poteſt. Porrò hic motus non eſt acceleratus, nec æqualis, alioquin nunquã rediret deorſum mobile.

3. Hinc neceſſariò eſt retardatus: igitur deſtruitur impetus, non quidem ab ipſa medij reſiſtentia; quippe idem medium non magis reſiſtit motui ſurſum, quàm motui deorſum, vt patet: igitur deſtruitur ille impetus motus violenti ab impetu innato aliquo modo; non quidem vt à contrario, ratione entitatis, ſed ratione determinationis: cùm enim impetus innatus exigat motum deorſum, & alius ſurſum: hic quidem præualet, attamen fruſtrà eſt, ratione gradus æqualis impetui innato: igitur deſtruitur ille gradus illo inſtanti.

4. Hinc ſingulis temporibus æqualibus deſtruitur gradus impetui innato ; eſt enim eadem ratio pro omnibus: igitur temporibus æqualibus deſtruitur æqualis impetus : igitur amittit ille motus æqualia velocitatis momenta:igitur eſt naturaliter retardatus : igitur iuxta eam proportionem decreſcit motus violentus,iuxtaquam creſcit naturalis:igitur dici debent de hac progreſſione retardationis , quæ dicta ſunt de illa progreſſione accelerationis.

5. Hinc impetus imperfectior initio deſtruitur : quia,cùm motus ille ſit velocior initio, inſtantia ſunt minora:atqui minori tempore minùs retardatur : igitur inperfectior impetus deſtruitur ; cùm è contrario in motu acceleratio initio acquiratur imperfectior, quia inſtantia ſunt maiora : vnde vides , gradus impetus eſſe heterogeneos,& principium illud etiam in impetu valere, ſcilicet,ſubiectum ita compleri ab vna forma,vt alterius homogeneæ non ſit ampliùs capax, ſaltem naturaliter.

6. Hinc vltimus gradus impetus violenti eſt omnium perfectiſſimus,vt conſtat.Quieſceret vno inſtanti mobile iactum ſurſum, ſi gradus vltimus violenti eſſet æquális perfectionis, cum impetu innato : vbi enim ventum eſſet ad inſtans æqualitatis, neutrum prævalere poſſet : igitur inſtanti ſequenti eſſet quies : cùm tamen ſint diuerſæ perfectionis,perfectior prævalet : vter autem ſit perfectior, dicemus infrà.

7. Cum mobile ſurſum reflectitur,vel terra perforata ſuam lineam motus ſurſum versus oppoſitam cœli plagam promouet, vel aliud æqualis ponderis,vel maioris,ſurſum mouet,tunc certum eſt,innatum eſſe perfectiorem:ſi verò imprimitur ab alia potentia motrice, tunc etiam imperfectior eſt impetu innato;nam inæqualis eſt ; alioquin , ſi eſſet æqualis , ſimul eſſent in eodem ſubiecto duo gradus homogenei : præſtat autem eſſe imperfectiorem , quàm perfectiorem , vt plura impetus puncta à potentia imprimantur ; quòd multum facit ad mouenda maiora pondera : hinc nullo inſtanti quieſcunt proiecta ſurſum.

8. Tandiu durat ſenſibiliter deſcenſus globi proiecti ſurſum , quandiu durauit aſcenſus ; eſt enim eadem ratio : ſagittæ verò minùs durat aſcenſus , quàm deſcenſus propter mixtionem materiæ. Si motus violentus eſſet æquabilis, percurreret proiectum ſpatium ferè duplum eo tempore,quo retardato percurrit ſubduplum:hinc ſonus tam citò auditur:quia propagatur cum particulis aëris æquabili ferè motu : eſſe autem ſpatium ferè duplum , probatur ex eo,

quòd

quòd ſpatium motu æquabili decurſum reſpondet rectangulo; decurſum verò motu retardato, reſpondet triangulo, ſubduplo rectanguli: aſſumpto ſcilicet, æquali tempore.

9. Vires potentiæ proiicientis toto niſu reſpondent velocitati acquiſitæ in toto deſcenſu corporis proiecti; tantumdem enim impetus in deſcenſu acquiritur, quantùm in aſcenſu deperditur. Impetus primo inſtanti, quo eſt, agit, ſi eſt aliquod impedimentum; eſt enim cauſa neceſſaria: primo inſtanti motus aliquid impetus deſtruitur: ſiue præceſſerit motus violentus, ſiue non præceſſerit, corpus graue æquali motu deorſum cadit: reſiſtentia aëris eſt quidem maior initio: ſed etiam ſunt maiores vires.

De motu in planis inclinatis.

1. PLanum inclinatum eſt ſurſum, vel deorſum: in hoc deſcendit corpus graue, niſi fortè retineatur ab aſperitate, vel propria, vel ipſius plani: impeditur autem motus naturalis in plano prædicto, quia impeditur eius linea: ideò eſt tardior hic motus in plano inclinato, quàm in perpendiculari: in ea porrò porportione eſt tardior, in qua perpendiculum eſt minus linea inclinata, eiuſdem ſcilicet, altitudinis; quippe eò tardior eſt, quò magis impeditur, & magis impeditur, quò maius ſpatium decurrendum eſt, ad acquirendam eandem altitudinem: igitur eadem eſt proportio impedimenti, quæ ſpatij, &c.

2. Hinc motus ſunt vt lineæ permutando: hinc mobile deſcendit per ſe in prædicto plano: licet enim motus impediatur, non tamen tous, impetus, qui acquiritur in eodem plano eſt imperfectior acquiſito in perpendiculari in eadem proportione; nam impetus ſunt vt motus: hinc poteſt perfectio impetus imminui in infinitum, cùm poſſit eſſe in infinitum linea magis, ac magis inclinata: igitur motum imminui poſſe in infinitum, non tantùm ex vecte, ſed etiam ex planis inclinatis haberi poteſt.

3. Hinc producit impetum imperfectiorem impetus acquiſitus in hoc eodem plano, quàm acquiſitus in perpendiculari, æqualibus ſcilicet temporibus, quia cauſa imperfectior imperfectiorem producit effectum: motus in plano inclinato deorſum eſt acceleratus iuxta eandem proportionem, iuxta quam acceleratur in perpendi-

culo.

culo:tempora,quibus percurruntur perpendiculum, & linea plani inclinati,ſunt vt lineæ;ſpatia autem, quæ in prædictis lineis acquiruntur æqualibus temporibus, ſunt vt motus, id eſt, vt lineæ permutando,vt patet ex dictis.

4. Ex his concludo, neceſſariò per plana omnia eiuſdem altitudinis acquiri eandem velocitatem,quantumuis aſſumantur longiſſima,modò ſcilicet perpendicula ſint ſemper parallela.Hinc habes apud Galileum, per omnes chordas circuli erecti deſcenſum fieri æqualibus temporibus. Vires, quæ ſuſtinent pondus in plano inclinato per lineam plano parallelã,ſunt ad eas,quæ ſuſtinent in perpendiculo,vt lineæ permutando; quia debent adæquare impetum, qui producitur,tùm in plano inclinato,tùm in perpendiculo.

5. Porrò minùs grauitat in ipſum planum inclinatum corpus graue,quàm in planum horizontale:eſt autem grauitatio in horizontali,ſeu Tangente,ad grauitationem in inclinata, ſeu ſecante,vt ipſæ lineæ permutando: quod facilè demonſtramus. Proiicitur mobile faciliùs per inclinatum planum ſurſum, quàm per ipſam perpendiculatem:patet experientia: cuius ratio eſt, quia minùs reſiſtit impetus innatus, cuius minor eſt niſus per inclinatam, vt conſtat ex dictis.

6. Illæ vires,quæ ſufficiunt ad eum motum ſurſum in perpendiculo,ſufficiunt ad motum ſurſum in plano inclinato eiuſdem altitudinis:quia illæ vires ſufficiunt ad aſcenſum, quæ acquiruntur in toto deſcenſu:ſed iu deſcenſu inclinatæ,& perpendiculi acquiruntur vires æquales,id eſt, velocitas æqualis,vt dictum eſt ſuprà.Omnia puncta plani inclinati rectilinei, imò & horizontalis, ſunt diuerſæ inclinationis: in iis tamen planis inclinatis quæ vulgò aſſumuntur,non mutatur ſenſibiliter inclinatio.

7. Hinc minùs deſtruitur impetus in plano inclinato ſurſum, quàm in perpendiculo; quia diutiùs durat: cùm enim minùs acquiratur in deſcenſu, vt dictum eſt, minùs etiam deſtruitur in aſcenſu:hinc accedit propriùs hic motus ad æquabilem: in eodem plano rectilineo poteſt eſſe aſcenſus,& deſcenſus, versùs eandem partem:tale eſſet planum horizontale, in cuius vnico tantùm puncto nulla eſt inclinatio: in quolibet puncto huius plani eſt ſingularis inclinatio, vt patet,quæ eſt ad perpendiculum,vt Tangens ad ſecantemẽſtque eadem proportio motuum.

8. Corpus graue in ſuperficie quadrantis caua, deorſum cadit motu naturaliter accelerato;quia ſingulis inſtantibus accedit nouus impetus

impetus; non tamen æqualibus temporibus, acquiruntur æqualia velocitatis momenta; quia in singulis punctis quadrantis, est diuersa tangens; igitur mutatur progressio accelerationis, quæ certè major est initio, & sub finem minor; quia initio tangentes accedunt propriùs ad perpendiculum, & sub finem ad horizontalem.

9. Descendit etiam in superficie conuexa globi erecti motu accelerato; initio quidem, in minore proportione; sub finem, in maiore; vnde est inuersa prioris: potest etiam descendere corpus graue vsque ad centrum terræ motu accelerato, in superficie conuexa semicirculi: si superficies terræ esset læuigatissima, corpus projectum moueretur in ea motu æquabili, nec destrueretur impetus impressus, vt constat; potest quoque descendere per spiralem: sunt infinita plana curua, in quibus facilius moueri potest, quàm in horizontali recta.

De motu mixto ex rectis.

1. DAri motum mixtum ille non dubitat, qui discum proiicit. Mixtus ex duobus rectis æquabilibus est rectus, estque diagonalis vtriusque: hinc destruitur aliquid impetus, iuxta proportionem differentiæ diagonalis, & vtriusque lateris simul sumpti; quia, scilicet, est frustrà: quò maior est angulus, quem faciunt lineæ determinationum, minor est diagonalis; igitur plùs impetus destruitur, donec tandem concurrant in oppositas lineas, tunc enim totius impetus destruitur.

2. Quũ minor est, vel acutior prædictus angulus, minùs impetus destruitur; quia diagonalis maior est; donec tandem conueniant in eandem lineam, tunc enim nihil destruitur: datur de facto hic motus in rerum natura; talis est motus nauis à duobus ventis impressus; vel eiusdem partis aëris; imò & ipsius venti: motus mixtus ex duobus retardatis iuxta eandem progressionem est rectus; quia fit per hypothenusim triangulorum proporionalium: idem dico de duobus acceleratis.

3. Si mixtus sit ex æquali, & accelerato, vel ex duobus acceleratis in diuersa progressione, vel ex duobus retardatis similiter, fit per lineam curuam, vt patet: dum proiicitur corpus graue per horizon-

talem in medio libero est motus mixtus ex accelerato naturali, & retardato violento: est enim acceleratus naturalis, cùm deorsum deorsum tendat quasi per gradus, seu diuersa plana inclinata.

4. Non tamen impetus acquisitus in eo motu est eiusdem perfectionis cum illo, qui acquireretur in perpendiculari eiusdem longitudinis; sed tantùm eiusdem altitudinis: nam perinde crescit ille impetus, atque cresceret in diuersis planis inclinatis: impetus verò violentus in hoc motu retardatur; tùm, quia, si maneret idem, maior esset ictus sub finem iactus, quod est ridiculum; nec est, quòd aliqui dicant, ab aëre destrui, qui non minùs resistit naturali, quàm violento.

5. Adde, quòd est duplex determinatio: igitur aliquid destrui debet, non acquisiti; igitur impressi: destrui autem non dicitur acquisitus, quòd, scilicet, plùs de nouo accedat, quàm pereat: est enim acceleratus: adde, quòd non infligitur tantus ictus sub finem; igitur destruitur aliquid impetus, non acquisiti, eo modo, quo diximus; igitur impressi: ita tamen sensim destruitur, vt pro æquabili per aliquod spatium quasi haberi possit.

6. Hinc mobile proiectum per horizontalem, ne primo quidem instanti per horizontalem mouetur, alioqui non esset motus mixtus: tardiùs cadit mobile ita proiectum in planùm horizontale subiectum, quàm cum sua sponte, ex eadem altitudine descendit: cuius rei clarissima est experientia: ratio est; quia impetus acquisitus in hoc iactu non est eiusdem perfectionis, cùm acquisito in perpendiculo: cùm proiicitur mobile per inclinatam sursum, mouetur motu mixto ex naturali æquabili, & violento retardato: patet prima pars; quia acceleratur tantùm naturalis deorsum, saltem in inclinata: secunda pars etiam patet; quia sub finem minor est ictus.

7. Hinc linea motus est curua: iuxta diuersam progressionem destruitur hic impetus impressus: tùm pro diuersa inclinatione plani, cuius etiam hîc habetur ratio; nam singulis instantibus mutatur: tùm, quia modò plùs impetus est frustrà, modò minùs; plùs certè, cùm linea determinationis impetus impressi facit obtusiorem: atqui initio est obtusior; sub finem verò ascensus acutior.

8. Ascensus proiecti per inclinatam diutiùs durat, quàm descensus, ratione eiusdem plani horizontalis; quia, scilicet, ascensus longior est, quàm descensus: est autem longior; quia, vt esset æqualis, nihil impetus impressi deberet destrui in ascensu

porrò

porrò in descensu est motus mixtus ex accelerato naturali, & retardato violento, vt constat ex dictis : iactus per inclinatam ad angulum 45. est omnium maximus, ratione eiusdem plani horizontalis : clara est experientia. Ratio est: quia per verticalem sursum, nihil acquiritur in plano horizontali, ex quo fit iactus; nihil etiam per ipsam horizontalem; igitur plùs acquiritur per illam, quæ maximè ab vtraque simul recedit.

9. Hæc ratio est verè physica, geometrica nulla est : hinc illi iactus æquale spatium acquirunt in prædicto plano horizontali, qui fiunt per inclinatas æqualiter à prædicta inclinata ad ang. 45. distantes. Cùm emittitur mobile per inclinatm deorsum, in libero medio, mouetur motu mixto ex naturali accelerato, & impresso retardato, vt constat ex dictis; ille autem primus accelleratur per accessionem impetus perfectionis quàm in iactu per horizontalem; sed imperfectionis, quàm in perpendiculo : retardatur verò impetus minùs, quàm in iactu per horizontalem; plùs verò, quàm in iactu per ipsum perpendiculum, in quo nihil impetus destruitur.

10. Cùm è naui mobili sursum mittitur corpus graue, est motus mixtus ex tribus, in ascensu, scilicet, ex naturali æquabili, ex verticali retardato, & horizontali æquabili : mouetur sursum per curuam, sempérque capiti iaculatoris imminet; quippe tantùm acquirit in horizontali, quantùm nauis : in descensu verò est motus mixex horizontali retardato, & naturali accelerato : quia tamen breuissimo illo tempore, retardatio illa horizontalis non est sensibilis, ferè in ipsius iaculatoris caput descendit; quod certè phænomenon ex nostris principiis euincitur.

11. Parum cautè Vfanus vniuersim asserit, iaculationem pilæ extormento, maiorem esse ex naui in continentem, & minorem vicissim, cùm vtriusque differentia peti possit, vel à puluere tormentario, vel ab eius compressione, vel humiditate, vel tormenti fabrica, vel ipsius demum nauigij motu, qui pilæ motum, vel accelerat, si versùs eandem partem est, vel retardat è contrario : in plano horizontali duro potest esse motus mixtus ex duobus, tribus, quatuor, & pluribus aliis.

12. Cùm è naui mobili emittitur sagitta per horizontalem, quæ facit anglum rectum cum linea directionis nauis, fertur quasi per diagonalem vtriusque, saltem per aliquod spatium : cùm verò emitti-

tur per horizontalem,quæ conueniat cum eadem linea directionis, iactus est longior toto illo spatio,quod nauis decurrit, dum iactus durat;breuior tamen, si in partem oppositam fiat iactus in hoc casu,si nauis æqualem impetum imprimeret, deorsum rectà ferretur mobile motu naturali;imò sagitta posset retorqueri in iaculatorem: si terra esset vtrimque peruia, lapis demissus per multa annorum millia libraretur;non tamen esset motuus perpetuus.

De motu reflexo.

1. MOtus reflexi vera causa est impetus prior, ad nouam lineam determinatus ab occurrente obice; planum reflectens est causa nouæ determinationis suo modo; causam enim dico eam, ex qua aliquid sequitur:ex gemina determinatione, noua, scilicet, per ipsam perpendicularem erectam in puncto contactus, & priore per lineam incidentiæ, ab eodem puncto contactus propagatam,fit determinatio mixta per lineam reflexionis;quæ omnia patent ex terminis: hinc nullus impetus producitur à plano reflectente; quippe prior potest determinari ad nouam lineam: adde, quòd planum, quod caret impetu,impetum producere non potest.
2. Imò nihil impetus destruitur in reflexione pura per se; quia nihil impetus est frustrà per se in pura reflexione; multus tamen impetus destruitur per accidens, tùm ab ipso attritu, tùm mollitie & cessione,tùm pressione: hinc supposito eodem iactu, perpendicularis reflexa est omnium reflexarum minima; quia per eam lineam maximus ictus infligitur; igitur maxima est partium collisio, &pressio:hinc etiam corpora duriora longiùs reflectuntur,per ipsam quoque perpendicularẽ, dum planum reflectens sit æquè durum.
3. Determinatio noua dupla est prioris, posita linea incidentiæ perpendiculari, & posito etiam plano reflectente immobili; quia alioquin anguli reflexionis non essent æquales angulis incidentiæ: si globus reflectens sit æqualisimpacto,æqualis est cessio resistentiæ cùm sit æquale agens resistenti, per id enim reflectens resistit, per quod est: igitur, si æqualis resistit, & cedit, certè æqualiter cedit,& resistit:hinc noua determinatio æqualis est priori: hinc globus impactus fistit immobilis; quia ex duabus determinationibus oppositis neutra prævalet.

4. Tantùm

4. Tantum est ab æqualitate prædicta cessionis,& resistentiæ,ad nullam cessionem , & notam resistentiam,quantum est ad nullam resistẽtiam,& totam cessionem:hinc,cùm à tota cessione ad æqualitatem prædictam acquiratur tantùm noua determinato æqualis priori;igitur ab eadem æqualitate ad nullam cessionem tantundem acquiritur;igitur dupla prioris , vt iam suprà dictum est ; nulla esset resistentia in vacuo;nulla est cessio , cùm ipsum corpus reflectens nullo modo mouetur ab ictu.

5. Determinatio noua per lineam obliquam , est ad nouam per lineam perpendicularem, vt sinus rectus anguli incidentiæ , ad sinum totum,in qualibet hypothesi;quia sunt hæ,vt ictus,per vtranque lineam; ictus verò vt grauitationes in horizontale planum , & in planum inclinatum, sub angulo complementi anguli incidentiæ: hinc noua determinatio per lineam obliquam,est vt dupla sinus recti anguli incidentiæ,ad sinum totum : hinc supra angulum incidentiæ 30,noua est maior priore , infrà minor ; in ipso angulo 30. æqualis,supposita hypothesi plani reflectentis immobilis.

6. Ex hoc positiuo principio demonstratur accuratissimè æqualitas anguli reflexionis , & incidentiæ , quod certè demonstratum non fuit ab Arist. in problematis,sect. 17. problem. 4. & 13. quibus in locis fusè satis explicatur hoc Theorema, ducta comparatione, tùm à grauibus,quæ cadunt,tùm ab orbibus, quæ rotantur , tùm à speculis:sed minimè demonstratur ex certis principiis sine petitione principij. In puncto reflexionis , posita hypothesi plani immobilis reflectentis, nulla datur quies ; quia vnum tantùm est contactus instans;sed eo instanti est motus,quo primo acquiritur locus.

7. Omnes lineæ reflexæ per se sunt æqualis longitudinis , & ab eodem puncto contactus , ad communem peripheriam terminantur:si globus impactus sit æqualis reflectenti , sitque linea incidentiæ obliqua quælibet terminata ad idem punctum contactus , reflectitur prædictus globus per lineam tangentem globum reflectentem in eodem puncto ; quia hæc tangens est diagonalis communis , & determinatio mixta communis omnibus lineis incidentiæ:est tamen modò longior,modò breuior linea reflexa , éstque vt vt sinus complementi anguli incidentiæ , ad sinum totum , qui sit determinatio prior , vt facilè demonstramus.

8. Si globus impactus sit minor corpore reflectente , reflectitur etiam per ipsam perpendicularem , & determinatio noua est dupla prioris,minùs ratione globorum, v. g. si globus impactus sit subdu-

plus, determinatio noua est dupla prioris, minùs vna quarta, &c. ratio est, quia in ea proportione globus reflectens cedit, in qua mouetur, igitur tantùm detrahitur determinationis impacto globo, quantùm additur motus reflectenti: at verò noua determinatio per lineam incidentiæ obliquam, est ad nouam per ipsam perpendicularem, vt sinus rectus anguli incidentiæ ad sinum totum.

9. In hac hypothesi lineæ reflexæ omnes sunt supra prædictam tangentem, seu sectionem plani, maiores, vel minores, pro diuersa mensura diagonalis: in superiori verò hypothesi æqualium globorum, sunt omnes in ipsa sectione plani: si denique globus impactus sit maior alio, omnes sunt infra prædictam sectionem. Porrò in hac hypothesi vltima, determinatio noua per ipsam perpendicularem est minor priore: hinc non modò nulla fit reflexio in perpendiculari, sed linea directa vlteriùs propagatur; quia prior determinatio præualet.

10. Detrahitur priori portio æqualis rationi globorum; v. g. globus reflectens est subduplus impacto de trahitur priori determinationi vna secunda; est subquadruplus, vna quarta; atque ita deinceps: ratio patet ex dictis: in linea verò incidentiæ obliqua, determinatio est ad determinationem in perpendiculari, vt sinus rectus anguli incidentiæ ad sinum totum: linea demum reflexa est modò maior, modò minor pro diuersa diagonali.

11. Si duo globi æquales in se inuicem impingantur æquali motu, per lineam connectentem centra, vterque æquali motu priori retroagitur; quia æqualis in æqualis æqualem impetum imprimit: non est tamen motus reflexus; quia totus prior impetus destruitur, vt patet ex dictis: si autem inæquali motu concurrant, retroaguntur iisdem motibus, permutando; quod etiam clarum est: hinc egregium paradoxum, si quod aliud consequitur, scilicet, globum A, v. g. æqualem motum imprimere globo B, siue hic moueatur, siue quiescat.

12. Si verò linea incidentiæ sit obliqua, vterque globus reflectetur prorsus vt à plano immobili: hinc reflexio fit ad angulos æquales, & lineæ omnes reflexionis sunt æquales: ratio est; quia, quantùm detrahit globus reflectens resistendo, tantùm addit in partem oppositam repellendo, positiuo nisu, vel impetu: quòd si alter globus maiore, vel minore motu moueatur, vel si globi sint inæquales, cum æquali motu, vel inæquali, res etiam determinari potest ex præmissis.

13. Cùm

13. Cum duo globi in seſe inuicem impinguntur æquali motu, minor retroagitur velociore motu, quàm ante moueretur, vt clarum eſt: maior verò, ſi duplus eſt alterius, ſiſtit immobilis in puncto contactus; ſi maior duplo ſuum iter proſequitur, ſed tardiore motu; ſi minor duplo, retroagitur: quæ omnia facilè ex dictis demonſtrantur. Poteſt impetus eſſe æqualis alteri, & prævalere; poteſt æqualem impetum producere hoc inſtanti, & ſtatim inſtanti, quod ſequitur, totus deſtrui.

14. Poteſt globus retroagi in plano horizontali, licèt in aliud corpus non incidat, ita vt initio tendat in ortum, verbi gratia: tùm deinde, licèt nihil prorſus addatur, versùs occaſum; quod accidit, cum globus vtroque motu, centri, ſcilicet, & orbis, mouetur, ſed contrario; primùm enim motus centri prævalet, ſed facilè cedit propter attritum maiorem partium. Nullus datur propriè motus refractus: licèt enim incuruetur linea motus, dum per aquam ſubit mobile; hæc tamen eſt reflexionis ſpecies.

15. Globus reflectens, qui ab ictu alterius mouetur, non mouetur inſtanti contactus; quia impetus primo inſtanti, quo eſt, non mouetur; producitur enim impetus primo inſtanti contactus: ſi impetus eſſet tantùm determinatus ad vnam lineam, nulla fieri poſſet reflexio, ſed tantùm repercuſſio; quia veriſſima cauſa reflexionis conſiſtit in noua determinatione: per reflexionem poſſunt colligi plures partes aëris ſonori ad Echometriam: ſagitta emiſſa per horizontalem ſursùm, tantillùm aſcendit per arcum; quia tantillùm reflectitur ab aëre.

De motu circulari.

1. DAri motum circularem, probatur infinitis ferè experimentis: cuius ratio à priori eſt, quòd poſſint extremitates eiuſdem cylindri in partes oppoſitas pelli; vnde ſequitur neceſſariò motus circularis; quem ij negare coguntur, qui ex punctis mathematicis quantitatem componunt. Motus circularis in ſublunaribus oritur ex recto impedito; quia, ſcilicet, determinatur tantùm impetus ad lineam rectam: hinc quidam motus circularis eſt merè per accidens, vt cùm retinetur extremitas funependuli, ſeu

fundæ

fundæ, quæ si demittatur, sequitur motus rectus: quidam tamen non est merè per accidens, vt cùm pellitur extremitas cylindri in plano horizontali; est enim, iuxta institutionem naturæ, ad facilitatem motus.

2. Quippe tale est naturæ institutum, vt eo motu corpora moueantur, quo faciliùs moueri possunt: atqui cùm pellitur altera cylindri extremitas, in plano horizontali putà innatantis, faciliùs mouetur, quàm recto, & quasi minore sumptu, cùm minùs spatij acquirat: æquali tempore: potest dari motus circularis mixtus ex duobus rectis, quorum vnus sit, vt sinus recti, alius vt versi; vix tamen hoc accidit vnquàm, sed tantùm oritur hic motus ex determinatione per tangentem impedita, ratione alicuius puncti immobilis.

3. Hinc, si tollatur impedimentum, statim per tangentem orbis fit motus, vt patet in funda: inæqualiter partes radij prædicti orbis mouentur, iuxta proportionem distantiæ maioris, & minoris à centro: hinc propagatio impetus inæqualis, de qua iam suprà, singulis instantibus & punctis est noua determinatio; quia, scilicet, singulis punctis sua tangens respondet: hinc, si imponatur rotæ aliud corpus, statim abigitur, siue sit in situ verticali, siue in situ horizontali; hinc dum turbo rotatur, si vel aquæ guttula eius superficies aspergitur, & statim dispergitur.

4. Dari impetum in motu circulari certissimum est: punctum physicum est capax huius motus; cuius finis multiplex est; corpus mouetur motu circulari circa centrum immobile cum motus centri impeditur non tamen motus orbis, ad quem impetus facilè determinatur, cùm sit ad omnes lineas indifferens: adde vsum vectis, trochleæ, aliorúmque organorum, qui sine motu circulari esse non potest; omitto motum progressiuum, ipsúmque brachiorum, & tibiarum vsum, qui motu circulari carere non potest.

5. Motus circularis rotæ in plano verticali est æquabilis per se; quia nihil est, quod impetum semel impressum destruat: licèt enim singulis instantibus sit noua determinatio, nullus tamen impetus est frustrà; quippe illud spatium acquiritur in linea curua, quod in recta, si nullum esset impedimentum, percurreret: quemadmodum enim in reflexione, quæ fit à plano immobili, nullus destruitur impetus; ita nullus hîc destruitur; tam enim centrum illud immobile ad se quasi trahit mobile, quàm planum immobile à se repellit; in quo est perfectè analogia.

6. Hinc

6. Hinc per se motus circularis integri orbis est perpetuus; destruitur tamen per accidens, scilicet, propter attritum axis: hinc tam diu durat hic motus: clarissimum experimentum habes in turbine, cuius cuspis læuigatissima in plano læuigatissimo rotatur; nec vnquam cessaret hic motus sine prædicto attritu, & partium asperitate: nec quidquam obstat, quòd aliquæ partes rotæ, quæ in circulo verticali voluitur, ascendant; quia etiam aliquæ descendunt: quare semper remanet perfectum æquilibrium; & harum descensus, illarum ascensum compensat. Quò diutiùs potentia motrix manet applicata manubrio axis rotæ, ita vt nouum semper producat impetum, rotæ motus velocior est, atque diutiùs durat: idem prorsus dico de rota circulo horizontali parallela.

7. Cùm mouetur æquali nisu acus circa immobile centrum, tùm in plano horizõtali, tùm in verticali, siue sit lõgior vna, siue breuior alia, per se plures gyros non describit vna, quàm alia; quia per se mouetur motu æquabili: per accidens tamen secus accidit; quippe maior est maioris attritus: dixi, cùm mouetur æquali nisu; nam sæpè contingit, maiore nisu potentiam motricem agere circa maiorem; æquali tamen tempore numerus circuitionum minoris, est ad numerum circuitionum maioris per se, vt acuum quadrata permutando; sunt enim motus vt spatia, spatia vt quadrata.

8. Verbi gratia, sit acus maior 2. minor 1. certè cùm tota area orbis maioris sit quadrupla minoris, sitque area maioris, spatium maioris, & area minoris spatium minoris, haud dubiè describet minor quatuor circuitiones, eo tempore, quo maior decurret vnicam: licèt enim extremitas minoris, quæ impellitur, habeat tantùm duplum impetum extremitatis maioris, sitque impetus intensio in minore, dupla intensionis impetus in maiore; est tamen quadrupla illius, quæ est in segmento maioris versùs centrum æquali minori acui: porrò motus circulares æquabiles in vtraque cum eodem impetu, sunt vt motus recti.

9. Rota in plano verticali faciliùs mouetur, quàm in horizontali; quia in illo mouetur per minimam impetus, vel potentiæ accessionem; secùs in isto; quippe per minimam accessionem tollitur æquilibrium; imò moueri potest in plano verticali, licèt nullus imprimatur impetus rotæ, v. g. per additionem minimi ponderis, vel momenti, vt patet; cùm tamen in plano horizontali moueri non possit, nisi impetus imprimatur.

10. Si cylindrus in plano horizontali læuigato in alteaa extremitate per tangentem impellatur, mouebitur motu circulari, scilicet,

faciliori, circa centrum, quod distet ab altera extremitate vna quarta totius cylindri: ratio est: quia faciliùs mouetur circa illud centrum, quàm circa alia puncta, quòd, scilicet, minùs spatij decurratur, posito eodem semper motu alterius extremitatis, cui applicatur immediatè potentia motrix.

11. Cùm rota mouetur in verticali, atque præponderat alter semicirculus, haud dubiè hic præponderans producit impetum in alio semicirculo: hinc fortè est, quòd mitere, impetus determinatus deorsum producit alium sursum: hinc impetus vnius partis mobilis potest producere similem in alia parte continua; quod tantùm in hoc casu locum habet: quando corpus incumbit plano, quod mouetur motu recto æquabili, ab eo non separatur; secùs verò, si incumbat plano, quod mouetur motu circulari.

De motu funependuli.

1. FVnependulum descendit per arcum motu naturaliter accelerato: experientia clarissima est: cùm enim ex maiori sublimitate descendit, maiorem ictum infligit. Ratio à priori est quia priori impetui acquisito nouus accedit: non acceleratur in eadem proportione, in qua suprà dictum est accelerari in linea recta; quia in hac acceleratur vniformiter, id est, æqualibus temporibus, æqualia acquiruntur velocitatis momenta; quia vel est semper eadem inclinatio plani, vel idem perpendiculum: at verò in funependulo in singulis punctis est noua tangens; igitur noua inclinatio plani; igitur noua ratio motus.

2. Initio acceleratur motus per maiora crementa, sub finem per minora; v.g. si dato tempore acquisiuit vnum gradum impetus initio, æquali deinde tempore acquiret minùs: ratio clara est: quia, vt acquireret æqualem, deberet esse eadem plani inclinatio; sed semper crescit Inclinatio; igitur semper imminuitur impetus æquali tẽpore acquisitus: acquiritur tamen æqualis velocitas in arcu, & in chorda, seu plano inclinato, eiusdem altitudinis; igitur semper crescit motus funependuli in descensu, sed minoribus incrementis.

3. Hinc breuiore tempore descendit per radium perpendicularem, quàm per quadrantis arcum eiusdem radij; tùm quia breuior est linea; tùm, quia in perpendiculari acceleratur motus per maiora crementa. Vibratio maior eiusdem funependuli æquali ferè tempore

pore cum minore perficitur: ratio est:quia,cùm ferè decurrantur arcus iuxta subtensarum proportionem, certè cùm subtensæ omnes æquali tempore decurrantur, idem ferè fit in ipsis arcubus:dixi ferè:nam reuerà minor vibratio citiùs, maior tardiùs perficitur, vt cõstat experiẽtia:neque deest ratio,quam in analyticcã remittimus.

4. Non ascendit funependulum ad eam altitudinem, ex qua priùs descenderat: clara est experientia: neque ratio tantùm petitur ab aëris resistentia; tam enim resistit descensui, quàm ascensui; sed ex eo,quòd singulis instantibus fit quædam pugna, inter impetum innatum,& alium determinatum ad arcum sursum: quippe impetus innatus ad totum descensum, sed nullo modo ad ascensum concurrit:hinc in maiori vibratione imminuitur motus, & spatium in maiori proportione,quàm in minori; quia in hac lineæ singulæ ascensus quasi totidẽ inclinatæ sunt inclinatiores;in illa verò minùs.

5. Hinc diu vibratur funependulum per minores arcus, quippe facilis est ascensus per planum proximè ad horizontale accedens: hinc etiam in funependulo maiori diutiùs durant huiusmodi vibrationes, idque in arcubus paulò maioribus; quia subtensæ his arcubus sunt inclinatiores: hinc refutabis eos, qui dicunt, vibrationes funependuli in vacuo fore perpetuas: arcus vibrationis ascensus fit motu naturaliter retardato, sed per imminutiones inæquales; quia pro diuersa inclinatione plani diuersimodè retardatur.

6. Vltimum punctum impetus acquisitus acquisitum in descensu, nullo modo ad descensum concurrit, sed ad ascensum, vnico tantùm instanti;quippe est omnium imperfectissimum; quod reuerà si esset eiusdem perfectionis cum innato,ascensus æqualis est descensui:si sint funependula inæqualia, vibrationes non sunt æquè diuturnæ:ratio est:quia,si assumamtur, v.g.duo quadrantes inæquales, sunt eiusdem inclinationis;igitur minor citiùs percurritur.

7. Porrò tempora vibrationum sunt in ratione subduplicata arcuum similium, vel chordarum similium,vel radiorum:id est, vt radices spatiorum similium: verbi gratia, sit quadruplus alterius, tempus vibrationis maioris est duplum temporis vibrationis minoris; quod ita intelligendum est, vt hæc proportio consideretur in partibus temporis sensibilibus, vt iam dictum est de motu naturaliter accelerato deorsum in perpendiculo, & in planis inclinatis; nam progressio arithmetica;assumpta in singulis instantibus, transit in hanc,si assumantur partes temporis sensibiles,quarum singulæ infinitis ferè constent instantibus.

8. In maiori quadrante, circa ſupremam extremitatem, eſt minor inclinatio, quàm in minore; hic enim ſtatim detorquetur à perpendiculo, cum quo facit angulum maiorem: at verò circa infirmam extremitatem, eſt maior inclinatio in maiore, quàm in minore: hinc, ſi comparetur vibratio maioris, cum vibratione minoris in modico arcu, tempus illius eſt paulò maius duplo, temporis huius: in maximo arcu paulò minùs duplo, dum, ſcilicet, longitudinum ratio ſit quadrupla.

9. In deſcenſu funependuli velocitas acquiſita eſt eadem cum ea, quæ in ſubtenſa eiuſdem arcus acquiritur: hinc ſunt ijdem ictus: numerus, vibrationum non eſt infinitus, licèt in vacuo vibraretur funependulum; quia, cùm ſingulæ imminuantur, & infinitis punctis non conſtent; tandem ad vltimam peruenitur: illa autem eſt vltima, in cuius deſcenſu acquiritur tantùm vnum punctum impetus ſupra innatum: in ea tamen ſententia, quæ vel infinitas partes actu, vel infinita puncta cognoſcit, certè nunquam quieſceret funependulum in vacuo vibratum.

10. Funependulum in fine aſcenſus non quieſcit vno inſtanti; quia impetui innato nũquam redditur æqualis acquiſitus; poſita tamen illa æqualitate, inſtanti ſequenti eſſet quies: funependulum grauius citiùs deſcendit; eſt enim eadem ratio, quæ fuit pro motu naturali; corpus oblongum ſolidum circa punctum immobile in circulo verticali rotatum vibratur adinſtar funependuli; deſcendit tamen citiùs, quàm funependulum eiuſdem longitudinis.

11. Ratio facilis eſt; quia partes ſolidæ, quæ accedunt propiùs ad extremitatem immobilem, accelerant motum aliarum, quæ ad mobilem extremitatem accedunt; faciunt enim arcum minorem: hinc aſcenſus non peruenit ad tantam ſublimitatem; quia, vt prædictæ partes accelerant motum aliarum in deſcenſu, ita retardant in deſcenſu: hinc citiùs quieſcit hoc penduli genus, quàm aliud: ex hoc colligo paradoxon, ſcilicet, corpus moueri poſſe ſua ſponte velociùs in arcu deorſum, quàm in perpendiculo; v. g. ſi iuxta extremitatem immobilem ſit nodus plumbeus, cuius vi, altera extremitas longiùs diſtans deorſum rapiatur.

De motu mixto ex circulari.

1. ROta, quæ mouetur in ſuperficie plana, mouetur motu mixto ex recto centri, & circulari orbis: axis tantùm rotæ mouetur motu recto: punctum contactus rotæ mouetur motu tardiſſimo, quando

quando motus centri,& ſuprema rotæ pars in eandem partem feruntur ; punctum verò oppoſitum velociſſimo,quia in motu huius totus motus orbis additur motui centri ; in motu verò illius, totus motus orbis,motui centri detrahitur:quod autem detrahit motus orbis,nunquam æquale eſt toti motui centri.

2. Hinc omnia puncta eiuſdem circuli rotæ mobilis in plano hoc motu mixto mouentur in æquali motu : hoc etiam motu mouetur globus deſcendens in plano inclinato , in quo reuerâ motu hæc habes:primò,non modò accelerari motũ centri, verùm etiam motum orbis; ſecũdò,ita impetũ propagari ab intrinſeco, vt ſingulis partibus eiuſdem circuli,&plani inæqualiter diſtribuatur, tertiò hoc motu motum rectum non impediri à circulari,& ſed iuuari.

3. Cùm rota voluitur in ſuperficie connexa,mouetur motu mixto ex duobus circularibus: ſimilis eſt hic motus motui epicycli.Calamus volatilis , cúius miſſio frequens,& repercuſſio , ludi non ingrati copiam facit:mouetur motu mixto ex recto , & circulari : in hoc porrò motu præit calami caput,& ſequuntur pennæ ; quia aër fortiùs reſiſtit pennis, quàm thecæ:hinc pennarum motum theca grauior accelerat,cuius motum pennæ retardant.

4. Hinc,ſi quando accidat, penas educi ex theca in libero medio; ſtatim theca velociori motu mouetur , cùm tamen pennæ ipſæ ſiſtant:ex hac inæqualitate , ne impetus ſit fruſtrà , propter detortas in alteram partem pennas ab aëre reſiſtente totum iaculum deflectitur,agitúrque in orbem;hinc motus orbis traducitur ex theca in pennas,non contrà,vt aliquis fortè exiſtimaret,licèt pennarum tarditas,& obliqua deflexio,ratione cuius ab aëre reſtente, in alteram partem quaſi reflectentur,ſint neceſſaria conditio huius traductionis.

5. Hinc motu recto prædictum iaculum in vacuo tantùm moueretur,vt patet:hinc:cùm pennæ ſunt explicatiores,tardiùs ; cùm verò contractiores,velociùs mouetur , etiam motu orbis ; cui non minùs aër reſiſtit,in pennis,ſcilicet, quàm motui axis:hinc , ſi theca ſit grauior,velociùs;ſi leuior,tardiùs iaculum fertur ; etiam tenera plumarum lanugo tarditatem conciliat:porrò, ſi axis mouetur motu recto,quod reuerà fit,cùm iaculum deorſum demittitur in perpendiculo, hic motus eſt ſpiralis cylindricus : ex his infinita ferè phænomena explicari poſſunt.

6. Sunt infiniti propemodum motus mixti; v. g. cylindri ab altera extremitate rotata emiſſi;longioris haſtæ, quæ ſurſum facta circuitione emittitur;brachij,gladij,&c. ſed potiſſimùm turbinis, qui

vel ſcutica, vel funiculo in torto circumagitur, in quo clariſſimè apparet motus centri, & orbis: ratio motus orbis eſt impetus impreſſus vtrique extremitati diametri vaſis in partes contrarias; ratio verò motus centri eſt, quia adducitur funiculo vel exploditur, ſeu expellitur ſcutica: huius motus phænomena ſunt fetè infinita: ſingula ex noſtris principiis facilè explicantur.

De diuerſis impreſſionibus motus.

1. CVm ſuſtinetur manus, ſeu brachium, in ſitu horizontali immobile, producitur neceſſariò impetus æqualis impetui grauitationis; alioquin, ſi maior eſſet, ſurſum ferretur brachium; ſi verò minor, deorſum: quia prævaleret grauitatio, porrò hic impetus producitur tantùm à potentia motrice animantis, in ſingulari organo; non verò in aliis partibus, etiam animatis, niſi quando mouentur; nec in ipſo pondere, ſi aliquod ſuſtinetur: ſic menſa in pondere ſuper poſito impetum nullum producit. Si anima immediatè in toto corpore poſſet producere impetum, homo facilè volare poſſet.

2. Cùm ſuſtinetur funependulum, nullus impetus producitur à ſuſtinente in ipſo globo, ne ſcilicet, ſit fruſtrà; ſecùs verò, ſi attollatur: ſic per quamlibet lineam corpus retineri poteſt ſine impetu in eo corpore producto per ſe: hinc, cùm duo ſeſe inuicem trahunt aduerſo niſu, neuter in altero producit impetum per ſe; ſed per accidens, propter mollitiem, & tenſionem partium: cùm verò defertur aliquid coniunctum, producitur haud dubiè æqualis impetus; hinc ſeparari non poteſt; quia æqualis eſt motus latoris, & delati: exemplum habes in naui.

3. Si verò nauis illicò ſiſtat, vel tardiùs moueri pergat, tunc fit ſeparatio: hinc liquida effunduntur, ſi dum feruntur, breuior quietis in vaſe intercedat morula. Vt feratur cylindrus humeris cõmodiùs debet ſuſtineri in cẽtro grauitatis, ad elcuationem anguli 49. quia tũc manui, & humero æqualiter põdus diſtribuitur: ideò in circulo voluitur ſcyphus aqua plenus ſine effuſione; quia impetus determinatus per tangentem circuli aquam ipſam à centro circuli remouet.

4. Cùm trahitur aliquod corpus impetus impreſſus in vna parte non producit impetum in alia, alioquin daretur proceſſus in infinitum; ſi chorda vtrinque trahatur, rumpetur in medio: ſi affixa extremitati immobili, trahatur à potentia applicata alteri extremitati,

tati, rumpetur iuxta primam illam extremitatem: si denique ponticulo suppositio tendatur, vel pondere deprimente, in eo puncto rumpetur. Ratio communis istorum omnium est: quia inter illas duas partes fieri debet diuisio per se, quarum vna mouetur, secùs alia; vel quarum vtraque in partes oppositas mouetur.

5. Vt quodlibet pondus faciliùs trahatur, singuli equi trahere debent funè communi, potiùs quàm bigati; quia tunc nihil ferè perit impetus: cùm plures idem pondus trahunt, agunt actione communi, alioqui singuli in toto pondere suum impetum producerent; igitur singuli seorsim trahere possent, quod falsum est: ideò currus paulò post initium motus faciliùs mouetur; quia aliquid impetus priùs producti remanet: hinc etiam rupto funè, quo trahitur currus, currus ipse modicum tempus adhuc mouetur.

6. Si, dum quis trahit toto nisu magnum aliquod pondus, funis rumpatur, pronùs corruit: quia maiorem impetum in se producit, totum, scilicet, illum, quem in toto pondere produxisset eo instanti, quo rumpitur finis, qui reuerà maior est, propter impedimentum, ex præmissis principiis, maiorique applicatione potentiæ, neruorum tensione, &c. dum trahitur vnco annullus immobilis versùs nauim, nauis fertur versùs littus: dum pellitur aduersùm littus, recedit à littore, quia pede, vel genu, imprimitur naui impetus in contrariam partem.

7. Cùm trahitur cylindrus vtrinque æqualiter, qui neque flecti, neque tendi potest, nullum impetum accipit; imò in tractione nullus impetus est inutilis: brachium infligit maiorem ictum, cùm maiorem arcũ describit suo motu; quia, scilicet, mouetur motu naturaliter accelerato: hinc auersa manu validior impingitur colaphus, quàm aduersa; quia illa maiorem arcum describit: hinc longius brachium cæteris paribus grauiùs ferit: hinc diu quasi rotatur brachium, vt longiùs mittatur lapis.

8. Maiore fuste maior ictus infligitur; quia potentia toto nisu agens, diutiùs manet applicata maiori, quàm minori; suntque ictus in ratione subduplicata vtriusque fustis; v. g. fustis pendens vnam libram per maximum arcum impactus, infligit subduplum ictum alterius, quem infligit fustis quatuor pendens libras per eundem arcum impactus: idem dicatur de missò lapide: principium huius veritatis pendet ex iis, quæ diximus lib. 2. de motu naturaliter accelerato, iuxta progressionem numerorum imparium, 1. 3. 5. &c.

9. Fustis circa centrum immobile vibratus, maximum ictum infligit

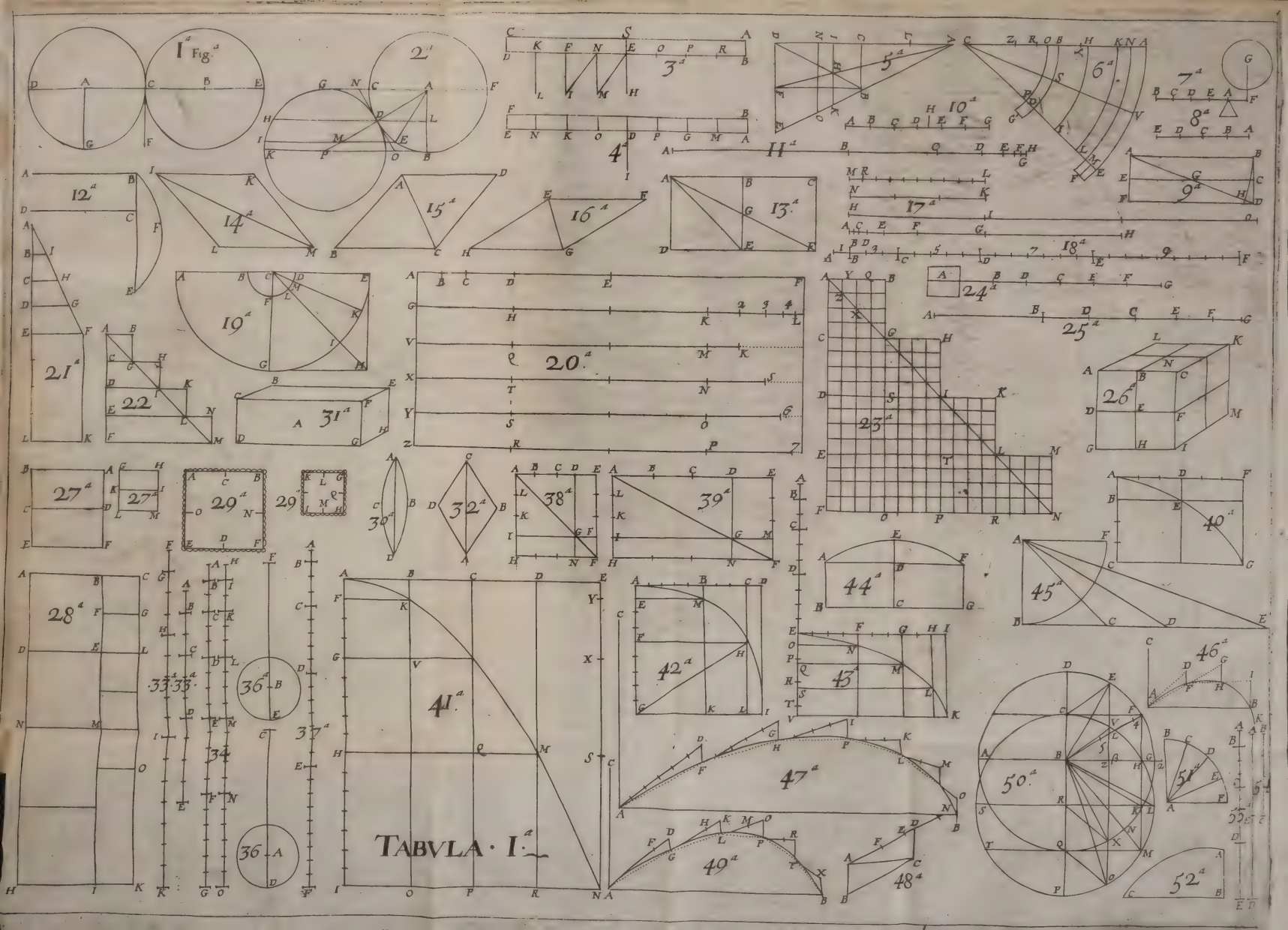
fligit, non quidem in centro grauitatis, id est, in medio, si sit cylindrus, vel parallelipedum; nec in extremitate mobili; sed in eo puncto, in quo est centrum impetus impressi, id est, quod æqualem vtrinque dirimit impetum: ratio est; quia tunc totus impetus agit, quantùm potest: illud autem punctum Geometria demonstrat esse terminum mediæ proportionalis, inter totum cylindrum, & subduplum; modò nulla ratio vectis habeatur alioquin centrum procussionis distat $\frac{2}{3}$ ab extremitate immobili.

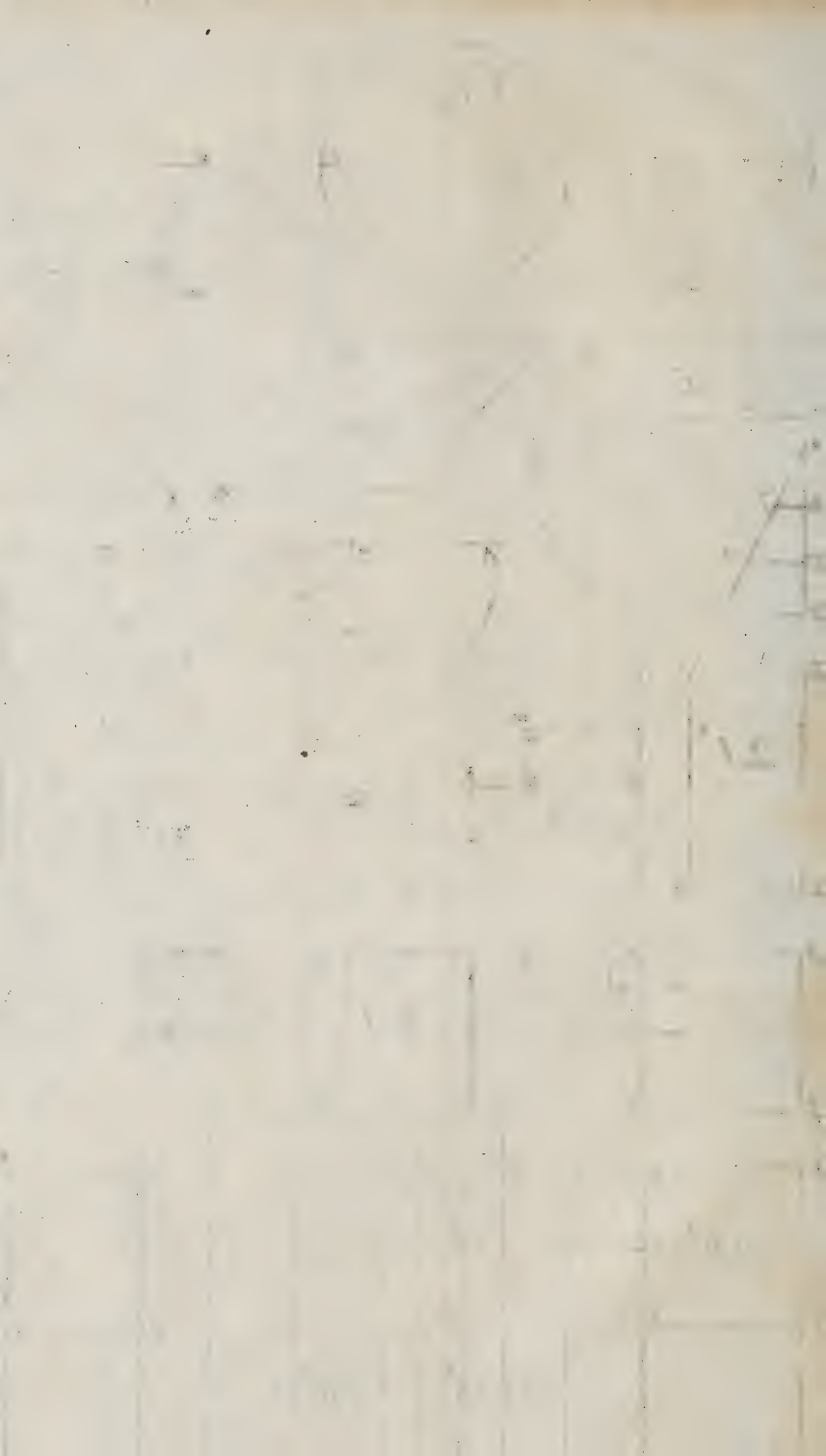
10. Cùm fustis inflectitur, reditque ad pristinum statum, vt videre est in tudicula maiore, maior ictus imprimitur: quia non tantùm agit impetus extrinsecùs aduenies; verùm etiam potentia quædam media, quæ corpora compressa, vel tensa, ad pristinum statum reducit: hinc maximus est ictus tudiculæ, cùm eo instanti, quo reductum est omninò manubrium priori rectitudini, infligitur ictus, quia tunc vis potentiæ mediæ est maxima.

11. Rotato flagello ideò maxima vis inest, quia diutiùs potentia manet applicata: hinc vides hoc principium esse vniuersaliſſimum, quod iactis, pulsis, & impactis competit; de malleorum ictu idem prorsus dicendum est, quod de fuste; si autem mallei cadant ex eadem altitudine, motu naturali accelerato, ictus sunt vt mallei, quia duplus malleus, v. g. duplum impetum acquirit: nam singulæ partes seorsim æqualem impetum acquirunt.

12. Si verò ex diuersa altitudine cadant, vel sunt æquales, vel inæquales: si primum, ictus sunt vt tempora, quibus cadunt: si secundum, ictus sunt in ratione composita temporum, & malleorum: si sunt infinitæ, partes actu, nulla est proportio percussionis granuli cadentis, & rupis ingentis grauitantis; sed hoc vltimum falsum esse constat; non potest tamen determinari proportio virium grauitationis, & percussionis, nisi numerus instantium: quibus durat motus deorsum cognoscatur.

13. Leuissimi lapides vix emittuntur ad modicam distantiam; quia statim separantur à potentia: parallelipedum cadens deorsum in situ horizontali maximum ictum infligit in centro grauitatis, id est, in medio; quia tunc totus impetus agit, totus enim impeditur: in aliis punctis minor est ictus, iuxta proportionem maioris distantiæ à prædicto centro: si verò percutiatur cylindrus innatans, maxima erit vis, vel effectus ictus in centro grauitatis propter eandem rationem.


1ª Fig.ª
2ª
3ª
4ª
5ª
6ª
7ª
8ª
9ª
10ª
11ª
12ª
13ª
14ª
15ª
16ª
17ª
18ª
19ª
20ª
21ª
22
23ª
24ª
25ª
26ª
27ª
27ª
28ª
29ª
29
30ª
31ª
32ª
33ª
34
36ª
36
37ª
38ª
39ª
40ª
41ª
42ª
43ª
44ª
45ª
46ª
47ª
48ª
49ª
50ª
51ª
52ª
TABVLA · I.ª



LIBER PRIMVS,

DE IMPETV.

TRACTATVM hunc de motu locali ab ipso impetu auspicamur, ex cuius profectò cognitione tota res ista dependet; cum enim impetus sit causa immediata motus, vt fusè demonstrabimus infrà; & cum propter quid sit res cognosci non possit, nisi eius causa cognoscatur; dubium esse non potest, quin præmittenda sit tractatio illa, quæ est de impetu, vt deinde affectiones ipsius motus per causam eiusdem demonstrentur; immò ausim dicere ex vnius impetus cognitione, non modò motum ipsum, verùm etiam totam rem Physicam pendere.

DEFINITIO I.

MOTVS *localis est transitus mobilis è loco in locum continuo fluxu.* Huius definitionis explicationem habebis in Metaphysicâ, quæ sanè explicatio ad rem præsentem non facit.

Definitio II.

Motus velox est quo percurritur maius spatium æquali tempore, vel æquale spatium minori tempore; contrà verò motus tardus.

Definitio III.

Impetus est qualitas exigens motum, seu fluxum localem sui subiecti, vel quæ est causa proxima motus illius mobilis, cui inest, eo scilicet modo, quo potest esse causa motus.

Dico esse qualitatem siue distincta sit, siue non distincta; quod hîc certè non discutio; nec enim affirmo in hac definitione dari impetum; sed definio tantùm quid sit impetus; qui reuera aliud non est, si est: quippe id tantùm concipio, cum impetum appello; siue sit, siue non sit, ne quis fortè initio statim mihi litem intendat; quemadmodum definit circulum Geometra; licèt non asserat dari perfectum circulum; ita Physicus definit impetum, quamuis non affirmet dari impetum; quod tamen in sexto Theoremate demonstrabimus; itaque si est impetus, haud dubiè nihil omninò præstat in suo subiecto nisi motum; quod quomodò fiat, explicabimus infrà in Theorematis.

Hypothesis I.

Datur motus localis; quis enim non videt volantem auem, natantem piscem; currentem equum, rotatum globum; denique vnum corpus migrans è loco in locum? sed hoc est moueri per Def. 1. igitur infinitis ferè experimentis nititur hæc hypothesis, quam veram esse necesse est, si illa vera sunt; sed illa certa sunt physicè, neque citra miraculum fallere possunt.

Diceret fortè aliquis etiam motum subesse oculorum fallaciæ; cùm è naui mobili littus ipsum moueri, ipsumque nauigium non moueri iudicemus. Quis enim oculos in Solem intendens, primo intuitu Solem stare non iudicet? cum tamen deinde perniciſſimo cursu rotari demonstremus; adde alias oculorum fallacias circa motum; sic rotata scintilla, vel carbo accensus immotum orbem describere videtur; sic nota inusta trocho, dum celerrimè rotatur, orbem etiam immobilem describere iudicatur; sic stella cadens, vel exhalatio continenti successione accensa moueri videtur; licet minimè moueatur; idem dicendum de puluere tormentario, vel alia qualibet materia; quæ continuata consecutione accenditur; immò trochus ipse in orbem celerrimè agitatus, quiescere videtur; sic qui vertigine laborant, ea moueri existimant, quæ quiescunt; idem exemplum habemus in ebriosis, iracundis, in iis qui ex graui febris ardore delirant, & in pueris qui diu in gyros eunt, vbi verti desierint; sic eorum quæ motu æquali feruntur, remotiora tardiùs moueri videntur; immò si per eandem lineam oculus, & mobile pari velocitate incedant, ipsum mobile quiescere videtur, plura leges apud Opticos, de quibus agemus suo loco: Igitur ex his omnibus constat minimè constare dari motum, ex eo quòd oculis aliquid moueri videatur.

Respondeo equidem fateri me, visum ipsum plurimis subesse fraudibus; attamen si rectè oculus admoueatur, iustâ distantiâ, nec vllum sit impedimentum exterius nec interius; fieri non potest, quin oculus motum obseruet; an fortè currentis calami motus oculum meum fallere po-

test?

teſt ? quidquid ſit, fateor vltrò hanc hypotheſim in eo tantùm certitudinis gradu eſſe reponendam, in quo reponitur hæc cognitio, quâ modo cognoſco me ſcribere, manuſque,& calami motum obſeruo ; ſiue id tantùm oculis fiat, ſiue intellectu ex oculis ; quod aliàs diſcutiemus ; ſi quis fortè in Phyſica maiorem certitudinem poſtularet, cum eo certè conuenire non poſſum.

Porrò quod ſpectat ad fallacias illas quæ ſupra adductæ ſunt ; certum eſt vel obiectum eſſe remotius, quam par ſit ; vel moueri celeriùs, vel eſſe aliquod impedimentum interius ; præſertim in iis, qui ſeu vertigine, vel alio capitis morbo laborant ; ſed ne hîc opticum agere videar, harum fallaciarum certiſſimas cauſas in ſuum locum remittimus.

Cæterùm licèt ad ſtatuendam, firmandamque hanc hypoteſim, Phyſica experimenta rectè applicato ſenſu comprobata ſufficere poſſint ; non deſunt tamen rationes multæ à priori, vt vulgò aiunt, quibus euincitur, non modò quid ſit motus, verùm etiam propter quid ſit.

Prima duci poteſt à fine motus ; cum enim res creatæ vbique ſimul eſſe non poſſint, certè, vt illo bono gaudeant, quo fortè carent, & vt coniungantur ſuo fini, motu locali opus eſt ; ſitit equus, abeſt aqua, certè, niſi vel hæc propinetur, vel ille accedat, ſitim leuare non poterit ; at neutrum ſine motu haberi poteſt : Lapis remouetur à ſuo centro, à ſuo globo, à ſuo fine, vt ſeſe illi reſtituat, deorſum cadat neceſſe eſt. Itaque ad eum finem res omnes creatæ inſtitutæ ſunt, quem ſine motu aſſequi non poſſunt ; igitur dari motum neceſſe eſt, vt res creatæ eum locum acquirant, in quo ſuo bono, ſuo fini, ſuæ perfectioni coniungantur ; vel ſaltem id muneris obeant, cui ab ipsâ naturâ deſtinantur.

Secunda ratio ducitur à cauſa efficiente ; niſi enim daretur motus, fruſtrà daretur potentia motrix, tùm in animantibus, tùm in grauibus, de quâ aliàs.

Tertia petitur à cauſa formali ; cum enim detur impetus, vt demonſtrabimus infrà, neceſſe eſt dari motum.

Quarta petitur à termino motus ; cum enim globus proiectus ſit in nouo loco in quo ante non erat ; certè nouus locus qui ſuccedit alteri relicto, eſt terminus motus citra miraculum ; igitur ſi eſt nouus locus, eſt quoque motus.

Quinta ab vſu ; nec enim ſine motu flueret aqua, caderet lapis, gyros agerent aſtra, flaret ventus, volarent nubes, &c.

Sexta ab ipſa Mechanica, quæ organa motui miniſtrat: quis enim negaret maius momentum eſſe cum maiori diſtantiâ coniunctum ; ſi verò maius momentum eſt, nunquid præualebit ; igitur deorſum cadet, immò ſeuerior Geometria, vt omittam Aſtronomiam, motum ſupponit, cum ex fluxu ſeu motu puncti infinitas fere lineas deſcribat. Igitur certum eſt dari motum localem.

Hypotheſis 11.

Datur quies, id eſt priuatio motus. Hæc hypotheſis etiam certa eſt ;

Quis enim neget ſedentem humi, vel decumbentem in lecto quieſcere? conſule ſenſus rectè applicatos; tam enim certus ſum me iam in cathedra quieſcere, quam ſum certus Solem lucere; igitur ex certis experimentis certa hypotheſis conſequitur. Non deſunt rationes à priori; nam primò res aliqua ſuo bono, ſeu fini coniuncta ab eo ſeparari non poſtulat, igitur nec moueri. Secundò maximum incommodum eſſet, ſi res ſemel mota perpetuò moueretur. Tertiò, finis, ſeu terminus motus recti, eſt quies; nam ideo lapis deorſum cadit, vt in ſuo centro ſeu globo quieſcat, id eſt vt cum aliis partibus totum illud, ſeu globum componat, vt dicemus aliàs.

Diceret fortè aliquis ſententias prædictas non valere in ſententiâ Copernici, quæ terræ motum adſtruit; præterea non modò falli ſenſus circa motum, verùm etiam circa quietem.

Reſpondeo primò illam Copernici ſententiam eſſe falſiſſimam, vt ſuo loco oſtendemus: ſecundò, licèt terra moueretur ſecundum Copernicum, Sol, & ſtellæ quieſcerent.

Dices iuxta hypotheſim Heraclidis Pontici, terra ipſa, Sol etiam, & ſtellæ mouentur. Reſpondeo primò hypotheſim illam eſſe falſam, vt ſuo loco videbimus; ſecundò etiam data illa hypotheſi poſſet dari quies; ſi enim globus eodem verſus occaſum impetu proiiceretur, quò verſus ortum à terra ipſa rapitur, haùd dubiè quieſceret: præterea iuxta hanc hypotheſim, quietem appellarem vnius partis cum alia connexionem in ipſo toto ſeu globo, & quieſcere dicerem lapidem, qui tantùm totius globi motu mouetur, ex quo profectò tota ſoluitur difficultas.

Quod verò ſpectat ad fallacias oculi circa quietem, eodem prorſus modo ſoluendæ ſunt, quo iam ſupra ſolutæ ſunt aliæ circa motum: vtrùm verò motus, & quies dicant aliquid diſtinctum à mobili, dicemus infrà.

Hypotheſis III.

Aliquid mouetur quod incœpit moueri. Video lapidem quieſcentem, qui deinde proiectus mouetur; igitur ante non mouebatur, igitur cum deinde mouetur, cœpit moueri; mille aliis experimentis hæc hypotheſis confirmari poteſt.

Hypotheſis IV.

Aliquid mouetur quod tandem deſinit moueri, vel incipit quieſcere. Video rotatam pilam, quæ tandem quieſcit, cadentem lapidem, qui tandem ſiſtit, &c. igitur certa eſt hæc hypotheſis.

Hypotheſis V.

Idem mouetur modò tardiùs, modò velociùs. Video rotatum globum, qui ſenſim quieſcit: ſentio ab eodem globo modò maiorem, modò minorem ictum infligi, &c. igitur eſt certa hypotheſis.

Hypo

Hypotheſis VI.

Corpus proiectum etiam à potentiâ motrice ſeiunctum adhuc mouetur. Oculos omnium teſtes appello.

Hypotheſis VII.

Corpus proiectum, & in aliud impactum illud ipſum impellit, & mouet.

Hypotheſis VIII.

Ignis applicatus ſubiectum aptum, cui rectè applicatur neceſſariò calefacit, nix frigefacit, Sol illuminat, corpus in aliud impactum illud ipſum impellit. Prædictæ omnes Hypotheſes certiſſimis nixæ experimentis certitudinem phyſicam habent, & citra miraculum fallere non poſſunt.

Axioma I.

Contradictoria ſimul eſſe non poſſunt, vel non eſſe. Hoc ipſum iam præmiſimus Logicæ noſtræ demonſtratiuæ, complectiturque prima illa principia Metaphyſicæ.

1. *Impoſſibile eſt idem ſimul eſſe, & non eſſe.*
2. *Quodlibet eſt, vel non eſt.*
3. *De eodem alterum contradictoriorum verè affirmatur, & alterum verè negatur, non ſimul vtrumque.*

Axioma II.

Maximum ſignum diſtinctionis realis in phyſicis eſt ſeparabilitas, vel oppoſitio. Nihil enim a ſe ipſo ſeparari poſt; quippe, vbi eſt ſeparatio, ſeu diuiſio, eſt pluralitas; cur enim nummus A & nummus B eiuſdem materiæ, formæ, ponderis, realiter diſtinguuntur? quia ſcilicet vnus non eſt alius inquies; & quare vnus non eſt alius? quia vnus eſt hic & alius non eſt hic, vnum tango, & alium non tango, vnus eſt meus, & alius non eſt meus, &c. vides prædicata contradictoria, quæ cum eidem ſimul ineſſe non poſſint per Ax. 1. diuerſis, & diſtinctis ineſſe neceſſe eſt.

Diceret fortè aliquis hominem reproductum in duobus locis eſſe poſſe, & dum Romæ eſt à ſe ipſo Lugduni exiſtente ſeiunctum eſſe; hoc ipſum aliàs examinabimus, dum conſtet modò id totum, ſi fiat, miraculo tribuendum eſſe, cum tamen res phyſicas citra miraculum conſideremus.

Axioma III.

Vt dicatur aliquid exiſtere, vel debet ſenſu percipi, vel aliqua ratione probari. Qui enim aſſerit rem aliquam poſitiuam exiſtere, certè poſitiuo argumento demonſtrare debet quod ſit; illud porrò argumentum duci poteſt vel ab experimento certo; ſic probo exiſtere rem aliquam, quam video; vel ab aliqua ratione; ſic ex eo quòd cauſa ſit neceſſaria applicata ſubiecto apto, probo effectum ipſum produci; vel eo quòd ſit effectus probo cauſam eſſe vel ex neceſſitate, quâ aliquid eſt neceſſarium ad aliquem finem à natura inſtitutum, quo natura ipſa ſine abſur-

do, vel grauissimo incommodo carere non potest, probo illud ipsum esse; vel demùm ex aliqua reuelatione certa in rebus fidei; igitur hoc Axioma certum est physicè; quod nisi recipiatur à Philosophis; cuique licebit impunè mentiri; si enim dicam extra mundi huius fines esse alios orbes, intra tuum musæum, in quo solus fortè degis, esse quinquaginta homines, esse mille Soles, & totidem Lunas in cœlo, &c. numquid statim oppones Axioma istud, *quæ ratio, quæ experientia, quæ necessitas, quæ reuelatio?* Quæstio facti est, producendi sunt testes: huc reuoca principium illud commune.

1. *Non sunt multiplicanda entia sine necessitate, quod certè non valet nisi addas, vel sine ratione, vel sine experientia.*
2. *Qui asserit aliquid positiuè, debet argumento positiuo probare.*

Axioma IV.

Quidquid existit physicè extra suas causas ab omni alio separatum, determinatum est.

Hoc Axioma explicatione modicâ indiget: Determinatum illud apello, quod illud ipsum est, quod est, & nihil aliud; quod est hoc, id est ab omni alio distinctum; atqui quidquid productum est, singulare est, id est, est hoc; si enim producitur, alicubi producitur, & aliquando, ergo dici potest, est hîc, est nunc; igitur determinatum est. Aliquis fortè statim opponet mihi partes indeterminatas quantitatis: sed profectò nulla pars actu est quæ non sit hæc, & non alia; igitur quæ non sit determinata, de quo aliàs; quidquid sit, saltem partes illæ faciunt aliquod totum quod est determinatum, quod mihi satis est modò ad veritatem huius Axiomatis. Dices aliquid posse esse nullibi; has nugas refutabimus in Metaphysica, quæ in mentem sapientis viri cadere non possunt; nunc saltem constat id naturali modo fieri non posse.

Axioma V.

Quod vnum est, determinatum est. Quia quod vnum est, est hoc, & nihil aliud; nihil enim aliud est vnum, nisi indiuisum in se, & diuisum à quolibet alio: quippè indifferentia, vel indeterminatio ibi tantum est, vbi sunt plura; si enim tantum vnum est, certè non datur optio, si aliqua causa est indifferens ad effectum A & B, id est si non est, cur vnum potius quàm alium producat? plures esse necesse est; si enim tantùm vnus est, certè indifferens non est.

Axioma VI.

Quidquid est, frustrà non est. Quidquid est, id est existit naturaliter scilicet, & citra miraculum, frustrà non est, id est propter aliquem finem est ab ipsa natura institutum; finem autem rei ex ipso vsu cognoscimus; vsum verò ipso ferè sensu: quod vt breui inductione confirmemus, quidquid existit vel est substantia, vel accidens; si substantia, vel incorporea, vel corporea; si incorporea, vel est Deus, vel Angelus, vel Anima

Animarationalis ; atqui nihil horum fruſtrà eſt,vt conſtat ; ſi corporea, vel eſt corpus , vel forma ; ſi corpus , vel elementum , vel mixtum; vtrumque ſuum finem habet , & conſtantem vſum ; ſi forma quamdiu eſt principium actionum compoſiti fruſtrà non eſt; quippe ad eum finem eſt inſtituta ; hinc optima ratio ducitur , cur forma materialis ſeparata exiſtere non poſſit citra miraculum,quia ſcilicet fruſtrà eſſet; cum enim non poſſit agere niſi in ſubiecto,ſi ſubiectum non eſt,fruſtrà eſt ; at verò anima rationalis , quæ aliquas actiones inorganicas habet , fruſtrà non eſt etiam ſeparata,igitur immortalis eſt:vtramque rationem ſuo loco fusè demonſtrabimus ; ſi verò accidens eſt , haud dubiè alteri ineſſe debet propter ſuum finem intrinſecum,quem alibi effectum formalem ſecundarium appellamus;quem ſcilicet præſtat in ſuo ſubiecto, cui certè ſi nihil præſtaret,in eo fruſtrà eſſet; ſic caloris effectus ſecundarius eſt rarefactio , vel reſolutio partium ſui ſubiecti , vel aliquid aliud; impetus, motus &c. Igitur tunc effet fruſtrà accidens,cum ſuo illo effectu careret; hinc rationem contrarietatis aliquando petemus, certiſſimam quidem, licet nouam,& inde clariſſimè conſtabit,cur, & quomodo vnum contrarium ab alio deſtrui dicatur ; ſed non eſt huius loci : cùm verò audis finem:ne quæſo cogites aliquid morale,nec enim illum finem intelligo,ad quem ab agente rationabili deſtinatur : ſed eum dumtaxat,ad quem natura ipſa,vel eſſentia rei ſpectat , ſed de his ſatis.

Huc reuoca Principium illud , *Deus & Natura nihil faciunt fruſtrà*, id eſt quod ſuo fine careat intrinſeco.

Dices fortè , multa videri eſſe fruſtrà , quæ tamen exiſtunt ; ad quid enim vel tanta aquarum copia,vel tantus ſtellarum numerus,vel tot arenæ puncta ? tot fluitantes atomi ? tot inſecta ? & vermiculi? Reſpondeo quamlibet ſtellam,quodlibet inſectum,ſeu vermiculum ſuis pollere proprietatibus ; igitur fruſtrà non eſt,& quodlibet punctum,quamlibet atomum,& quamlibet guttulam aquæ eſſe partem huius vniuerſitatis : quod enim dices de vna, dicam de omnibus ; equidem pauciores eſſe poſſent; attamen nulla eſt fruſtrà, cum quælibet ſimul cum aliis totum hoc componat.

Axioma VII.

Tunc ponenda eſt forma diſtincta ſubſtantialis vel accidentalis, dum eſt aliqua proprietas ſenſibilis , quæ non poteſt tribui ipſi materiæ , hîc res tantùm naturales conſidero, nec ſuper naturales attingo , quæ ſuas regulas diuinæ fidei debent,non ſenſibus.

Hoc Axioma omninò certum eſt,& per Ax. 3. confirmatur , vt enim dicas aliquid diſtinctum ab omni alio exiſtere,vel debet id ſenſu percipi, vel aliqua ratione probari quod ſit ; atqui formam ſubſtantialem ſenſu non percipis immediatè; igitur aliquem eius effectum ſenſibilem vel mediatè,vel immediatè;qui certè ſi tribui poſſit materiæ, haud dubiè per illum formam non probabis,niſi formæ ipſius eſſe antè demonſtres ; ſi verò eſt forma accidentalis,quam ſenſu percipis ; certè id tantùm accidit ex

aliqua

aliqua affectione, quâsensum ipsum afficit hæc forma, igitur ex effectu illo illam percipis, quod clarum est.

Huc reuoca vulgare illud principium, *Frustrà fit per plura, quod potest fieri per pauciora*, quod ad Tertium etiam reuocatur; quod ita intelligi non debet, vt sine gutta aquæ Oceanus, sine stella cœlum, sine granulo arenæ terra, sine altero oculorum homo stare non possint; quæ omnia falsissima esse constat; sed tantùm quod illud dicatur existere siue sit substantia, siue accidens, quod vel experientia certa euincit, vel necessitas, vel ratio, vel diuina fides (immò & humana in rebus humanis, non tamen in scientiis.)

Igitur nunquam claudicat hic equus Okami, vt vulgò dicitur, si hoc fræno regatur, & præscripto ambulet passu.

Scholium.

Obseruabis septem præmissa Axiomata, licet metaphysica saltem aliqua ex parte esse videantur, ita pertinere ad Physicam, vt plurimæ physicæ affectiones sine illis explicari, & demonstrari non possint.

Primum certum est etiam certitudine metaphysica, seu geometrica. Secundum, Quartum, & Quintum per Primum demonstrari possunt. Tertium est veluti communis positio, seu commune postulatum, in quo docti omnes conueniunt; quippe nihil sine ratione dici debet à philosopho; Sextum & Septimum probari possunt per Tertium; sed iam ad alia, quæ propiùs ad physicam accedunt, veniamus.

Axioma VIII.

Quidquid primò est, & antè non erat, habet causam distinctam. Id est quidquid incipit esse ab alio est; quippe à se esse non potest; nihil enim à se ipso dependere potest seu produci; quia quod à se est, necessariò est; quod verò necessariò est, non esse non potest, alioquin priùs esset, & posterius, priùs vt causa, posteriùs vt effectus: præterea quidquid producitur aliquando producitur, & alicubi, vt certissimum est; sed quia hoc aliqui negant, contendo tantùm in hoc rerum ordine, & naturaliter loquendo, quidquid producitur alicubi produci, & aliquando, quod nemo negabit; Igitur si aliquid se producit; cur hîc potiùs quam illîc? cur nunc potius quam antè? cum enim antè nullibi esset, cur desinit non esse hic & non illîc, nunc & non antè? hinc quod à se est, vbique, & semper est, sed ne quis mihi litem intendat, licet hoc Axioma certitudinem geometricam habeat; sufficit modò habere physicam, quod ex omnibus hypothesibus demonstratur; si enim aliquid de nouo producitur, quod certum est, a balio produci video: calor ab igne mediatè vel immediatè, impetus à potentia motrice, vel ab alio impetu: cuncta hæc si reuera producuntur de quo alibi, ab alio produci constat; in Metaphysica hoc ipsum geometricè demonstrabimus; cum enim agere supponat esse; quippe omnis actio alicuius agentis est; & cum agere terminetur ad effectum, nam fieri est alicuius fieri; certè agens, & terminus, causa, & effectus distinguuntur, igitur. *Quidquid primo est, &c.*

Axioma

Axioma IX.

Causa debet existere vt immediatè agat. Hoc certum est ; quia agere supponit esse ; quippe agere est perfectio realis actu existens ; igitur alicuius actu existentis ; igitur certum est etiam Geometricè, de quo in Metaph. Iam vero sufficiat certum esse phisicè, vt constat ex omnibus hypoth. physicis ; nihil enim videmus agere, nisi quod est; si enim ageret quod non est ; cur potius hîc, & nunc quam alibi, & aliàs ? cur in hoc subiecto potius quàm in alio ?

Dices, finis qui non est influit ; igitur agit ; Respondeo finem non agere, nec influere nisi obiectiuè ; atqui quod non existit actu, id est in statu entatiuo, & reali, potest esse in statu obiectiuo ; id est quod non habet actum rei, potest habere actum obiecti, id est esse cognitum, & volitum, de quo aliàs ; porrò hîc tantùm intelligimus causam efficientem, &c.

Dices, causa principalis pulli excluſi potest non esse ; hæc omnia discutiemus suo loco cum de generatione animalium ; sufficiat dixisse non esse causam immediatam, de qua hîc tantum loquimur ; idem responsum esto de rana vaga.

Axioma X.

Causa debet esse applicata vt immediatè agat. Cur enim potiùs hîc quam illîc ; in hoc subiecto potiùs, quam in alio, in hac distantia potiùs, quam in alia ? quidquid sit, certum est physicè ; nec enim ignis, qui est Romæ, calefacit Lugduni.

Dices dari fortè actionem in distans ; Respondeo negando, quod demonstrabimus in Metaph. præterea, licet daretur in productione qualitatum occultarum, & simpathicorum quorundam effectuum, quos examinabimus suo loco ; nemo tamen dubitat quin productio caloris, luminis, impetus ; de quibus hîc tantùm agimus, debeat esse ab applicata causa.

Dices impetum produci in extremitate perticæ, quæ non est applicata, vel in globo tudiculario etiam non applicato ; calorem & lucem produci à Sole in terra non applicata. Respondeo, esse applicationem mediatam ; nam si reuera hæ qualitates producuntur continuata propagatione, diffunduntur per medium, in quo non est difficultas.

Dices etiam partes interiores causæ v. g. Solis agunt, sed non agunt per totum medium ; alioquin agerent in alias partes Solis, à quibus obteguntur. Respondeo, diffusionem vel propagationem actionis inchoari tantum ab ipsâ superficie Solis ; quippe omnes partes agunt actione communi, de quo infrà ; atqui actio communis à communi medio incipit.

Dices ignem produci in parte medij remota interrupta propagatione, vt constat, si vitro per refractionem, vel speculo per reflectionem radios Solares colligas.

Respondeo, ignem quidem accendi in data distantia ; at non sine

aliqua applicatione, saltem virtutis, in quo non est difficultas; quomodo vero ignis accendatur, & quid sit ignem accendi, explicabimus suo loco; quidquid sit, certum est ad productionem impetus requiri aliquam applicationem, vt patet etiam in magnete.

Axioma XI.

Si causa vniuoca applicata, & non impedita est sufficiens ad productionem effectus, non est ponenda alia scilicet æquiuoca. Non dico omnem causam esse vniuocam, sed tantùm vniuocam sufficientem, & applicatam esse causam, v. g. calor est causa sufficiens caloris, vt constat in aqua calida; igitur si calor est applicatus subiecto, in quo producitur calor non superans vires caloris applicati; dicendum est calorem illum ab hoc produci; cum calor sit causa necessaria; igitur si sit applicatus subjecto apto, necessariò agit; igitur quantum potest; igitur effectus non est tribuendus alteri causæ, quam sufficientem esse ignoramus.

Ad hoc Axioma aliud reuoca. *Si ex applicatione alicuius sequitur semper effectus aliquis, illud ipsum causa dici debet huius effectus; licet aliud sit coniunctum, ex quo seorsim sumpto applicato non sequitur effectus*; v. g. ex applicatione aquæ calidæ sequitur productio caloris; ex applicatione solius aquæ non sequitur; igitur dicendum est calorem hunc produci ab ipso calore, qui aquæ inest, non verò ab ipsa aquæ substantia; idem dico de ferro frigido, &c.

Dices non esse certum calorem produci; Respondeo, negando; sed, quidquid sit, loquor tantùm hypotheticè; dixi enim si producatur, à calore aquæ inhærente producitur.

Dices produci posse ab aliqua causa ignota posita dumtaxat tali, vel tali conditione. Respondeo, hoc reuera geometricè non probari, sed tantùm physicè; quidquid sit, voco causam id, ex cuius applicatione sequitur semper effectus, & nunquam aliàs; nam physicè loquendo, siue sit alia causa, siue non, eodem modo se habet, ac si esset causa; quippe certum est physicè ignem calefacere, Solem illuminare, quod satis est.

Axioma XII.

Causa necessaria subiecto apto applicata, & non impedita semper agit, & quantum potest. Hoc Axioma duas partes habet; prima certa est per hypoth. 8. & per definitionem causæ necessariæ, quæ in hoc differt à liberâ: Secunda pars probatur; quia si partem effectus omitteret, quam tamen ponere posset; haud dubiè non esset causa necessaria contra hypoth. nam si vnam partem effectus omittat; cur vnam potiùs quam aliam? cur non duas? cur non omnes? denique video causam eandem eidem subiecto eodem modo applicatam, eundem semper effectum producere per Hyp. 8.

Axioma XIII

Extensio causæ non intendit effectum ad intra. Quælibet pars maioris ignis non habet calorem intensiorem, quàm quælibet pars minoris; idem dico

dico de grauitate plumbi, &c. nec enim libra plumbi coniuncta cum alia habet diuersam grauitatem ab eâ, quam habet separata.

Dixi ad intra; quia ad extra multum iuuat extensio; sic maior ignis longiùs diffundit suum calorem; corpus grauiùs cadens maiorem ictum infligit; Ad hoc Axioma reuocatur istud.

1. *Omnes partes eiusdem causæ agunt ad extra actione communi*, iuxta eum modum quo illam explicabimus in Metaph. nec punctum Solis separatum ad eandem distantiam suam lucem, caloremque suum diffunderet; ad quam diffundit coniunctum cum aliis; idem dico de igne maiori, & minori; de quibus omnibus suo loco. Huc etiam reuoca dicta illa communia.

2. *Plures partes causæ plures partes effectus producunt, & vicissim.*

3. *Maior, & perfectior causa maiorem effectum producit, & perfectiorem, & vicissim.*

4. *Perfectior effectus, vel imperfectior arguit causam perfectiorem, vel imperfectiorem, suppositâ eâdem applicatione; si enim maior est applicatio siue ratione loci, siue ratione temporis; haud dubiè maior erit effectus, vt constat.*

Axioma XIV.

Quidquid destruitur non est à se. Hoc Axioma geometricum est; Quod enim est à se, necessariò est; cùm à libertate seu voluntate alterius non pendeat; cum enim primo instanti quo res est, non sit à se per Axiom. 8. de secundo idem dici debet, quod de primo, vt patet: quippe id eo primo instanti non est necessariò, quia ita est illo instanti, vt possit non esse; sed etiam secundo instanti ita est vt possit non esse; igitur non est necessariò, igitur pendet ab alio, quod potest facere vt non sit.

Dices posse destrui secundo instanti ab aliquo contrario, à quo tamen non pendet per positiuum influxum. Respondeo, non videri quomodo destrui possit, quod influxu positiuo non indiget, vt sit; quid enim faceret contrarium, quod tantùm exigere potest contrarij destructionem, quid est porro destrui, nisi desinere conseruari? quæ omnia fusè in Metaphysica demonstrabimus; quidquid enim est aliquo instanti vel est à se, vel non à se; si primùm Deus est; si secundum ab alio est; quidquid sit, hoc Axioma certum est physicè.

Huc reuoca Axiomata sequentia, quæ ex hoc vno deducuntur.

1. *Quidquid est, & non est à se, est, seu pendet, seu conseruatur ab alio.* Hæc enim sunt idem, vt constat.

2. *Quidquid destruitur, ad exigentiam alicuius destruitur, saltem totius naturæ, ne aliquid sit frustrà.* Hoc etiam ex hypothesibus sequitur; cum enim destrui sit idem ac desinere conseruari; certè qui desinit conseruare instanti A potiùs quam instanti B, hoc facere non potest nisi aliquid hoc exigat; scilicet iuxta leges naturæ.

3. *Tandiu aliquid conseruatur, quandiu nihil exigit eius destructionem.* Hoc sequitur ex priori, id est quandiu est eadem ratio, cur sit, & conseruetur, quæ erat antè.

Axioma XV.

Contraria pugnant pro rata. Nec enim alia regula esse potest; sic minor calor minùs destruit frigoris; minor impetus minùs destruit impetus contrarij (si contrarium habet) quæ omnia constant ex hypothesibus. Ratio est, quia plùs vel minùs contrarij destruere, multam habet extensionem. v.g. sint duo contraria A & B, sit A vt 20. sit B vt 5. certè si B destruat A supra ratam, vel supra id, quod sibi ex æquo respondet, id est supra 5. cur potius 6. quam 7. 8. &c. Si infra, cur potius 4. quam 3. 2. &c. Igitur cum plures sint termini tùm infra, tùm supra 5. cur potius vnus quàm alius? atqui vnus tantùm ex æquo respondet, scilicet 5. sed quod vnum est determinatum est, per Axioma 5. igitur pugnant pro rata. Nec dicas A totum destrui à B, quòd est contra hypothesim, nam modicum caloris non destruit totum frigus: in impetu res est clarissima; adde quod minor causa minùs agit per Ax. 13. num. 3. igitur minùs exigit; porrò cum dico vnum ab alio destrui, intelligo tantùm ex applicatione vnius sequi destructionem alterius saltem ex parte.

Obseruabis hæc Axiomata saltem maiori ex parte esse metaph. quæ nos fusè in Theorematis metaph. explicabimus, & demonstrabimus; sed nobis hoc loco satis est, si parem cum physicis supponas habere certitudinem, quod nemo negabit; constátque ex hypothesibus, licèt maiorem etiam habeant, de qua suo loco.

Obseruabis præterea nos diutiùs hæsisse in præmittendis huic libro Axiomatis, quod tamen in aliis libris non faciemus.

Postulatum,

Liceat datum corpus impellere, proiicere, deorsum cadens excipere; motus durationem sensibilem, spatiumque sensibile, metiri, comparare, &c.

Theorema 1.

Motus est aliquid realiter distinctum à mobili. Demonstratur; Motus est in mobili, in quo antè non erat per hypoth. 3. & desinit esse in mobili, in quo antè erat per hypoth. 4. igitur mobile est, & non est motus; igitur à motu separatum; igitur realiter distinctum per Ax. 2. præterea moueri, & non moueri sunt prædicata contradictoria, vt constat; igitur eidem simul inesse non possunt per Ax. 1. igitur cum eo non sunt idem; alioquin simul essent; igitur alterum illorum est distinctum à mobili; non quies, vt constat, quæ est tantùm negatio motus, seu perseuerantia in eodem loco; igitur nullam dicit mutationem; at verò motus mutationem dicit, per Def. 1. hoc Theorema fusè demonstrabo in Metaph.

Theorema 2.

Motus non potest dici propriè productus immediatè, vel effectus immediatus causæ efficientis. Demonst. Motus est mutatio, seu transitus ex loco in locum per Def. 1. sed mutatio propriè non producitur; quippè productio tantùm terminatur ad ens; nihil enim nisi ens produci potest; atqui

atqui nulla mutatio dicit tantùm ens ; præsertim hæc , quæ tantùm dicit terminum à quo,ideſt locum relictum ; & terminum ad quem , id est locum immediatum acquisitum ; nam separato quocunque alio ab ipso mobili;modo simul, id est eodem instanti relinquat primum locum , & nouum acquirat , omninò mouetur,sed concretum illud ex loco relicto, & acquisito produci non potest ; illud autem est motus , qui certè non dicit tantùm locum relictum sine acquisito ; alioqui si mobile destrueretur,diceretur moueri; nec etiam locum acquisitum sine priori relicto: alioqui si mobile primò produceretur , diceretur moueri localiter;igitur motus neutrum dicit seorsim ; si primum,diceretur destructus ; si secundum, diceretur aliquo modo productus , vel potiùs acquisitus;at vtrumque coniunctim , simulque essentialiter dicit motus ; nec enim concipio aliud , dum concipio motum : porrò vtrumque simul sumptum indiuisibiliter non potest dici, vel destructum propriè , vel productum;Dixi propriè ; nam impropriè dici potest motus productus.

Dices Motus est ens , non à se ; igitur ab alio ; igitur motus est productus. Respondeo Motum non esse ens absolutum , sed esse mutationem entis , quæ mutatio est concretum quoddam ex ente & non ente; quòd certè non potest dici propriè productum , sed resultans,vt relatio; nam producatur , si fieri potest ; certè est aliquid , quod tam facilè destrui potest , quam produci ; igitur destruatur , & remaneat tantùm entitas mobilis, quæ,quo instanti priorem locum relinquit, nouum acquirat ; certè dicitur adhuc moueri, & tamen non erit motus ex suppositione, quod absurdum est.

Dices potentia motrix est actiua ; igitur agit;igitur producit , sed nihil nisi motum. Resp. potentiam motricem esse actiuam vt dicemus, & ab eâ produci impetum , qui deinde exigit motum , vt dicemus infrà.

Nec est quod aliqui ita mirentur hæc à me dici ; cum certum sit effectus formales secundarios principum ferè qualitatum tales esse,vt minimè producantur ; sed quasi resultent ab exigentia ; v. g. effectus caloris in suo subiecto est eiusdem subiecti rarefactio , quæ reuerâ non producitur , vt constat.

Theorema 3.

Motus est ab alio distincto in aliquo genere causæ. Demonstratur , quia motus , qui non erat , incipit esse per hypothesim tertiam ; sed quod huiusmodi est , habet causam distinctam per Ax.8.

Scholium.

Obseruabis motum localem esse duplicis generis ; primum genus motus est actio potentiæ motricis , quæ reuerâ mouet , & cuius exercitium dicitur motus , seu latio, seu motio, seu actio , quâ reuerâ agit,producitque impetum , non motum;cum etiam sine motu defatigetur,vt cum quis alium pellit , à quo pellitur æquali nisu ; patet etiam in manu sustinente aliquod pondus , quæ non mouetur ; licet reuerâ etiam summo

conatu agat: immò si potentia motrix produceret motum primum, non impetum in corpore proiecto; nulla deinde esset causa applicata ad producendum impetum: Itaque hic motus primi generis, si comparetur cum potentia motrice, est verè influxus, vel actio; si cum termino, est eius fieri, seu dependentia; si cum subiecto, seu mobili est passio; nec propriè dicitur produci, nisi vt quo (vt vulgò loquuntur) nec enim actio est terminus, vel effectus, in quo sistat causa; sed est via, qua tendit ad terminum. Motus secundi generis est mutatio, seu transitus ex vno loco in alium; hoc est finis, vel effectus formalis secundarius, quem exigit impetus; & frustrà ponitur alia entitas, quæ tantùm esset instituta ad exigendam istam loci mutationem; Igitur si sufficienter exigatur ab ipso impetu, de quo infrà, certè frustra ponitur quodcunque aliud per Ax. 3. & 7.

Theorema 4.

Causa illa immediata motus, quæ non est efficiens, potest tantùm esse exigens, quæ reducitur ad formalem, quæ suum effectum formalem secundarium, id est suum finem intrinsecum exigit. Sic calor exigit rarefactionem, vel resolutionem, impetus motum; cum enim non sit causa efficiens per Th. 2. sit tamen causa per Th. 3. nec sit materialis, nec finalis, vt constat, debet esse formalis, vel exigens, seu exigitiua; vt patet ex ipsa causarum enumeratione; non est materialis, quia non recipit motum, nisi ab alio; nec finalis, quæ supponit alias; cum ipsa non sit dum ponitur effectus.

Theorema 5.

Entitas seu substantia mobilis non est causa immediata motus, Sit enim lapis proiectus per Postul. haud dubiè substantia lapidis non est causa huius motus; quia lapis tandem sistit per hypoth. 4. igitur non est causa motus, quia esset causa necessaria; igitur semper causaret per Ax. 12. præterea potentia motrix proiicientis verè agit, cum etiam defatigetur; igituraliquid producit, non motum immediatè, qui produci non potest prius per Th. 2. Adde quod motus secundi generis habet tantùm causam immediatam exigentem, sed potentia motrix non exigit; quia primò non defatigaretur exigendo; secundò quia lapis separatus à manu etiam mouetur, sed non ad exigentiam potentiæ motricis, vt patet; quia statim post separationem potest illa potentia destrui, licèt lapis longo pòst tempore moueatur; sed quod non est, nihil exigit.

Aliquis fortè diceret potentiam motricem exigere primam partem motus, quæ deinde secundam exigit, & secunda tertiam, tertia quartam, &c. Sed contra; quæro quid sit prima illa pars motus; nec enim aliud agnosco nisi primam mutationem loci, quæ mutatio non potest exigere nisi quando est; atqui quando est, nihil reale est actu nisi mobile, & nouus locus acquisitus, mobile ipsum non exigit, vt demonstratum est, & concessum, nec etiam locus de nouo acquisitus, in quo scilicet mobile sistere potest: quidquid pones aliud, impetum appellabo.

Dices

Dices cum graue aliquod mouetur deorsum, vel leue sursum, vel corpus animatum se ipsum mouet, dici potest substantia corporis causa immediata motus. Resp. negando, tùm quia omnis potentia motrix agit; igitur producit aliquid aliud, quod est causa motus: præterea potentia motrix corporis animati, agit vsque ad defatigationem, sudorem, licèt non sit motus, igitur aliud producit, de corpore graui probabimus infrà.

Theorema 6.

Datur impetus. Demonstro, Substantia mobilis non est causa immediata motus, per Th. 5. ergo aliquid aliud; igitur impetus, nam quod distinctum est à substantia mobilis, & exigit motum, est impetus per Def. 3. sed quia hoc Theorema est veluti princeps huius tractatus cardo, in eo paulò diutius hærendum est, igitur.

Demonstro primò dari impetum: Quidquid est, & antè non erat, non est à se, sed habet causam per Ax. 8. Motus de nouo est per hypothesim tertiam; igitur habet causam, sed non aliam, quam impetum, quod probo: Lapis cadens, vel impactus in alium lapidem mouet illum per hypoth. 7. sed substantia lapidis in alium impacti non est causa huius motus, quia esset causa necessaria vt patet; igitur applicata eundem effectum produceret per Ax. 12. sed etiam applicata immediata non agit, vt constat experientia; igitur per idem Axioma non est causa.

Scio esse aliquas responsiones, quas infrà refellemus; nunc sufficiat dixisse lapidem impactum non producere motum, qui propriè non producitur per Th. 2. nec exigere, vt constat ex secunda probatione Th. 5. igitur si aliquid exigit, vel producit, voco impetum.

Secundò probatur; potentia motrix est actiua, quia defatigatur, quis hoc neget? igitur aliquid producit; non motum, qui propriè non producitur per Th. 2. igitur aliquid aliud; voco impetum; adde quod etiam sine motu agit, & defatigatur vt iam dictum est; igitur habet alium effectum immediatum; denique mouere, pellere, trahere, proiicere, percutere, nihil nisi actionem sonant.

Tertiò probatur; pila disiuncta à manu proiicientis diu adhuc mouetur per hypoth. 6. igitur hic motus habet causam per Ax. 8. quælibet enim pars motus de nouo est, neque duæ illius partes simul esse possunt: atqui potentia motrix non est causa per Ax. 10. immò potest esse destructa; igitur non est causa per Ax. 9. Non est etiam causa substantia pilæ mobilis per Th. 5. 5. nec priores partes motus per resp. ad primam instantiam Th 5. igitur aliquid aliud; voco impetum.

Quartò probatur; pila proiecta sensim sine sensu tardiore motu mouetur; donec tandem moueri omnino desinat per hypoth. 5. igitur non est semper æqualis, & eadem causa huius motus per Ax. 12. & 13. num. 3. igitur causa huius motus eodem modo debilitatur, seu remittitur, quo ipse motus; sed decrescit substantia mobilis, nec potentia mo-

Quintò

trix, vel corpus prius impactum; ergo est alia causa præsens, quæ minuitur; voco impetum.

Quintò corpus graue deorsum cadens accelerat suum motum, vt patet experientia; quæ maximè clara est in funependulis, de qua in sequentibus libris; igitur debet esse causa huius motus velocioris; non est autem substantia lapidis, nec grauitas per Ax. 12. nec aliud quidpiam extrinsecum, vt videbimus suo loco; igitur aliquid aliquid inttinsecum, voco impetum. Igitur certum est dari impetum; qui certè tribui non potest, vel vlli connotationi, vel alteri exigentiæ, vt constat ex dictis.

Diceret fortè alius hæc omnia esse dubia; nam fieri potest vt Deus tantùm moueat; quod sine impetu fieri posse certum est; Resp. equidem per miraculum hoc fieri posse; sed quemadmadum certum est physicè ignem applicatum calefacere, niuem frigefacere, & modò calamum à me hæc scribente moueri, ita certum est physicè sagittam à sagittario emitti, & pilam à proiiciente, &c. adde quod Deus, vt auctor naturæ est, agit tantùm; vel desinit agere iuxta exigentiam causarum secundarum; denique causam physicè appello, ex cuius applicatione nunquam non sequitur effectus per Ax. 11. num. 1.

Dicerent alij hoc totum prouenire à corpusculis; vel atomis, vel filamentis sine vlla actione; equidem non reiicio corpuscula, & perennia corporum effluuia: Dico tamen primò globum quiescentem humi habere saltem aliquas partes quiescentes, vel immobiles; quis hoc neget? immò maximam suarum partium partem; igitur cum deinde proiicitur idem globus, illæ partes mouentur; dari igitur debet causa huius motus per Ax. 8, igitur impetus: nec dicas moueri illas partes à corpusculis; quia antè erant eadem, immò plura corpuscula; & tamen non mouebant: igitur non sunt causa huius motus per Ax. 12. Dices excitari; sed quid hoc est excitari? vel enim mutantur, vel non mutantur; secundum dici non potest; quia vt excitentur, ex non excitatis mutari debent; igitur per aliquid: deinde quid est illa excitatio, nisi impulsio; igitur si mouentur illa corpuscula, & excitantur à potentia motrice, etiam partes prius immobiles mouebuntur, & excitabuntur per Ax. 12. quia sunt applicatæ causæ necessariæ.

Dico secundò minimum ex his corpusculis non semper moueri; potest enim sistere; quis hoc neget? igitur si modò mouetur, modò quiescit, motus ab eo distinguitur per Th. 1. igitur mouetur per impetum, de quo infrà.

Igitur datur necessariò impetus, sine quo non possunt explicari prædictæ omnes hypotheses, contra quem sunt quidem grauissimæ difficultates, quas sensim in sequentibus Theorematis, in quibus explicantur proprietates huius impetus, discutiemus.

Diceret aliquis lapidem impulsum ab aëre deinde propelli; sed aër potius resistit motui; vt constat experientiâ; sed hoc soluemus infrà.

Theorema 7.

Impetus est aliquid distinctum à substantiâ mobilis. Demonstratur. Quia substantia mobilis non est causa exigens motum per Th. 5. Impetus est causa exigens per Def. 3. & Th. 6. de eodem contradictoria dici non possunt per Ax. 1. n. 3. Igitur impetus non est idem cum substantiâ mobilis; igitur distinctus; deinde separari potest à substantia mobilis per Hypoth. 4. igitur est distinctus per Ax. 2.

Theorema 8.

Impetus est accidens; Quippe non est corpus, nec forma substantialis; quia omne corpus, & omnis forma substantialis moueri potest, & non moueri, vt constat ex post. & ex Hypoth. 3. & 4. igitur distinguitur à motu; igitur & ab impetu per Ax. 2. igitur impetus non est substantia; igitur accidens.

Theorema 9.

Impetus non est modus. Modus duplicis generis esse potest: Modus primi generis est entitas quædam diminuta, vt vulgò loquuntur, distincta quidem modaliter, vt aiunt, à re, cui adhæret; ac proinde ab ea separari potest, non tamen existere separata. Modus secundi generis non est entitas quidem distincta; est tamen status quidam corporis; sic sessio est modus, condensatio, compressio, &c. His positis Impetus non est modus primi generis; nihil enim probat impetum esse modum, quod etiam non probet calorem, & lucem esse modos; dicere autem omnia accidentia esse modos non debemus, de quo suo loco; modus enim ita à naturâ comparatus est, vt sine subiecto actuali seu fulcro non existere modò, sed ne concipi quidem possit; v. g. actio non potest concipi nisi sit alicuius actio; nec fieri sine facto; nec via sine termino; nec dependentia sine dependente; at verò possum concipere calorem, & impetum sine alio, quod sit actu; licèt enim calor exigat resolutionem partium sui subiecti; seu rarefactionem, & impetus motum; nihil tamen impedit, quin per miraculum calor, & impetus conseruari possint sine eo, quod exigunt, hoc est sine suo fine; igitur sine subiecto; non est etiam modus secundi generis vt patet, sed de modis in Metaphysica; vix enim hoc Theorema ad rem Physicam quicquam facit.

Theorema 10.

Impetus est qualitas Physica. Sequitur ex dictis; cum nec sit motus, nec substantia, nec modus, nec quidquam negatiuum, alioquin exigeret; igitur est aliud accidens; vocetur qualitas.

Theorema 11.

Impetus est qualitas Physica. Quia impetus est distinctus realiter à suo subiecto per Th. 7. Est enim separabilis per Hypoth. 3. & 4. igitur distinctus per Ax. 2. sed qualitatem realiter distinctam apello Physicam; præsertim cum nec moralis sit, nec Logica, &c.

Theorema 12.

Impetus est qualitas permanens. Quia lapis proiectus etiam separatus mouetur aliquandiu per Hyp. 6. igitur durat eius causa, scilicet impetus; igitur est qualitas permanens.

Diceret fortè aliquis lapidem proiectum pelli ab aëre à tergo instante, vt voluit Aristoteles pluribus in locis; sed præsertim 8. Ph. c. vlt. & l. 7. cap. 2. l. 3. de Cœlo, cap. 3. Respondeo hoc dici non posse; Primò quia non modò non iuuat aër; sed etiam impedit motum proiecti, quod de omni medio necessariò dicendum est, vt patet experientiâ; vnde quo crassius, seu densius est medium, motum potentiùs ratardat, vt videmus in proiectis per aquam; rationem à priori afferemus infrà, cum de resistentia medij: Secundò, quis dicat pilam rotatam in solo moueri aëris appulsu? cum alia corpora, quæ pila rotata præterlambendo quasi allambit, nullo modo moueantur; præsertim granula pulueris. Tertiò, an fortè aër id præstare potest sine vi impressa; igitur non minus ipsi pilæ proiectæ, quam aëri ambienti imprimi poterit: Quartò, nullus aër à tergo pellitur; sed potius ipsa pila aduersus aëra pellit, dum emittitur manu; igitur si aër succedit à tergo, id totum accidit, vel metu vacui, vel ne aër comprimatur, vt videbimus infrà. Quintò denique, cum diu moueatur eadem pars aëris, haud dubiè in ea manet vis impressa; igitur impetus erit adhuc qualitas permanens.

Ad id quod obiicitur ex Aristotele; aliqui putant inclinasse in eam sententiam; cùm tamen nostram teneant illustres Peripatetici, quorum nominibus parco, ne tot citationes paginas impleant; vide apud Conimbric. l. 7. Phys. cap. 2. Aliqui excusant ipsum Aristotelem, putantque non esse locutum ex propriâ sententiâ: Alij dicunt Aristotelem quidem tribuisse aliquam vim extrinsecam aëri; non tamen negasse intrinsecam impetus; quidquid sit, ipsa verba Aristotelis demonstrant ipsum agnouisse vim motricem impressam aëri, hoc est impetum (*potentia enim* (inquit) scilicet motrix, *quâ pollet proijciens quasi vim impressam tradit vtrique*) id est aëri sursum, & deorsum; quid porrò est illa vis motrix, nisi impetus.

Theorema 13.

Impetus non producit motum. Probatur, quia motus non dicitur productus per Th. 2. Adde si vis rationem metaphysicam; quia nihil cogit dicere accidens aliquod, ex iis scilicet, quæ sensu percipimus, agere ad intra; quod videtur esse proprium substantiæ, saltem naturaliter; vt demonstrabimus in Metaph.

Theorema 14.

Impetus exigit motum, id est fluxum mobilis in loco; quia causa immediata motus est tantum exigens, per Th. 4. sed impetus est causa motus immediata per Th. 5. & 6. igitur est causa exigens, adde quod id tantùm accidens sensibile præstare potest in suo subiecto, vt aliquam illius mutationem præstet, vel exigat; quæ vel est localis, hoc est fluxus quidam

per

per ſpatium loci; vel alteratiua, vt vulgò vocatur; quâ ſcilicet vel reſoluuntur partes, vel rarefiunt, vel liqueſcunt, vel concreſcunt &c. vel demùm mutant ſenſibilem ſtatum; vel eſt perfectiua aliquo modo, quatenus ſubiectum nouam aliquam habitudinem acquirit ad ſenſus; ſic lumen illuminando obiectum reddit illud viſibile. &c. de quibus aliàs.

Theorema 15.

Motus eſt effectus formalis ſecundarius impetus. Cum enim ſit cauſa exigens per Th. 14. Voco effectum formalem ſecundarium, quem in mobili exigit impetus; quippe, vt iam dictum eſt, cauſa exigens reducitur ad formalem; nec enim cauſat aliquid producendo, quod ſpectat ad efficientem; nec mouendo, quod ſpectat ad finalem; nec determinando, quod ſpectat ad obiectiuam; nec recipiendo, quod ſpectat ad materialem; nec dirigendo, quod ſpectat ad idæalem, vel exemplarem; ſed exigendo; quatenus ſcilicet ad id à natura eſt inſtituta, vt ex eius in ſubiecto præſentia talis affectio, vel mutatio conſequatur; vocatur autem effectus formalis ſecundarius; non verò primarius, qui eſt tantùm concretum ex ipſa formâ, & ſubiecto.

Theorema 16.

Motus eſt finis intrinſecus impetus. Dum finem audis intrinſecum, cogita quæſo aliquid phyſicum; eſt enim id, propter quod talis, vel talis forma inſtituta eſt: quid enim aliud eſſe poteſt; finem enim rerum naturalium ex ipſo vſu cognoſcimus; immò idem eſt finis cum ipſo vſu; cum igitur impetus illum tantùm vſum habeat, quem in ipſo mobili præſtare cernimus, ſcilicet motum; dicendum eſt motum eſſe finem intrinſecum impetus; adde quod cum fruſtrà ſit impetus ille, qui non præſtat motum mediatè ſaltem in ſuo ſubiecto; quid enim aliud in ſuo ſubiecto præſtaret, quem effectum, quam mutationem? certè ſi fruſtrà eſt, non eſt, per Ax. 6. igitur vt ſit, debet habere id, ſine quo eſſe non poteſt; igitur maximum eius bonum eſt, igitur finis, quem natiuâ vel innatâ velut appetentiâ concupiſcit, vel exigit. Dixi mediatè, vel immediatè; nam reuera datur fortè aliquis impetus, vt dicemus infrà; ſcilicet primus naturalis, qui ſcilicet duos fines habet diſiunctiuè; quorum alter eſt grauitatio, alter motus deorſum.

Theorema 17.

Niſi eſſet motus non eſſet impetus. Probatur quia motus eſt finis intrinſecus impetus per Th. 16. igitur ſi nullus motus eſſe poſſet, ſuo fine careret impetus; igitur non eſſet, vt patet, igitur non eſſet; quia quod fruſtrà eſt, non eſt per Ax. 6. nec obſtat quod ſuprà indicatum eſt de impetu naturali primo vel innato (ſic enim deinceps appellabimus vt rectè diſtinguamus ab acquiſito quem vocabimus impetum accelerationis) qui ſine motu conſeruatur in corpore grauitante; quia niſi poſſibilis eſſet motus deorſum nulla eſſet grauitatio; quippe grauitare eſt deorſum inclinari, motumque inclinationis impediri; hinc dicemus

in secundo libro impetum innatum sæpiùs esse sine motu; cum scilicet impeditur à corpore sustinente? immò dicemus infrà primo instanti, quo est impetus, nondum esse motum.

Obseruabis autem certissimam regulam; scilicet ex impossibilitate effectus formalis, sequi impossibilitatem causæ formalis, huiusque possibilitatem ex illius possibilitate.

Theorema 18.

Nisi esset impetus, non esset naturaliter motus. Quia nisi esset causa, non esset naturaliter effectus per Ax. 8. Impetus enim est causa motus per Th. 15. Deinde omnis motus est ab aliqua potentia motrice, vt patet ex omni hypothesi; siue sit naturalis in grauibus, & leuibus, siue sit vitalis in viuentibus; siue sit media in compressis, & dilatatis; siue alia quælibet: sed omnis potentia motrix est actiua, quia mouet; ergo agit, sed motum non producit per Th. 2. Igitur impetum, qui deinde exigit motum per Th. 14. Dixi naturaliter; quia non est dubium, quin Deus sine impetu aliquo modo mouere possit; idest, facere sine impetu, vt corpus mutet locum: nec dicas Deum non posse supplere vices causæ formalis; nam concedo id quidem pro effectu formali primario; nec enim Deus potest facere, vt aliquid sit calidum sine calore; cum esse calidum sit idem, ac esse habens calorem; id tamen nego pro effectu secundario, quem scilicet causa formalis exigit: Etenim sicut potest summo iure non satisfacere exigentiæ; ita potest id cõferre sine exigentiâ, quòd cum exigentia conferre potest; sic potest corpus resoluere sine calore, mouere sine impetu &c. quanquam vt verum fatear non esset propriè motus, sed quasi continuæ reproductionis modus; nam motus dicit aliquam passionem; scilicet actum entis in potentiâ, vt aiunt.

Theorema 19.

Si esset motus naturaliter sine impetu, corpus per se ipsum moueretur, id est, exigeret motum per suam entitatem; quia nullus impetus exigeret; ergo aliquid aliud, nihil distinctum, alioquin esset impetus; ergo ipsa corporis entitas; quanquam non esset motus, vt iam dictum est, quia non esset passio.

Theorema 20.

Corpus illud æquali semper motu ferretur per se; Quia esset semper eadem causa necessaria motus, id est, ipsa entitas corporis; igitur idem effectus per Axioma 12. igitur idem, vel æqualis motus: dixi per se propter diuersum medium.

Theorema 21.

Si esset aliquod corpus essentialiter mobile, impetu non indigeret. Probatur; quia in tantum indiget mobile impetu vt impetus exigat motum; sed corpus illud per suam essentiam exigeret motum; igitur non indigeret impetu; posset tamen impediri eius motus, vt patet; immò esset capax recipiendi impetus, siue quem in ipso produceret, siue quem ab alia causa

causa extrinseca acciperet.

Theorema 22.

Si esset aliquod corpus essentialiter immobile, esset incapax impetus. Probatur; quia, nisi esset motus, non esset impetus per Th. 17. igitur subiectum incapax motus est incapax impetus.

Theorema 23.

Si esset aliquod subiectum incapax impetus, esset incapax motus. Quia vbi non potest esse causa formalis, ibi non potest esse effectus formalis, quod certum est.

Theorema 24.

Omne corpus, quod est capax motus, est capax impetus, & vicissim. Probatur 1. pars; quia impetus in eo non esset frustrà; haberet enim suum effectum formalem, & finem intrinsecum. Probatur 2. pars; quia in eo impetus non esset frustrà per Ax. 6. igitur haberet suum effectum; igitur motum.

Theorema 25.

Omne corpus finitum est capax motus, & impetus. Probatur 1. pars; quia non est vbique, igitur potest transferri è loco in locum; cur enim non posset? Dices fortè quia affixum esset essentialiter tali, vel tali loco, sed contra; quia destruantur omnia, præter ipsum corpus; certè nulli affixum manet. Dices spatio imaginario; apage istas nugas: de isto spatio plura demonstrabimus in Metaphy. Probatur 2. pars; quia si est capax motus, est capax impetus per Th. 24. Quod dixi de corpore; dicendum est de omni re creata finita permanente.

Theorema 26.

Quod durat tantùm vno instanti, est incapax motus, & impetus. Probatur, quia non est moueri, nisi relinquat locum, & acquirat alium; sed 1. acquirere locum, est 1. esse in illo loco; & relinquere locum est, 1. non esse in eo loco; nec simul est in vtroque, quia in duobus locis idem simul esse non potest; vt demonstramus in Metaphysica; & physicè certum est ex omni hypothesi; igitur moueri nunc, id est, hoc instanti, id est, 1. acquirere nouum locum, & 1. relinquere priorem, supponit necessariò antè fuisse in loco nunc relicto; sed quod durat tantùm in instanti, non habet antè, neque post; igitur quod durat tantùm vno instanti, moueri non potest; igitur est incapax motus; igitur & impetus.

Theorema 27.

Deus est incapax motus, & impetus: Tum quia vbique, est igitur nouum locum acquirere non potest; igitur nec moueri per Deffinitionem 1. tùm quia æternitas Dei tota simul est; igitur nec fuit antè, neque post in ea; igitur non potest dici antè habuisse locum, quo nunc caret: & nunc non habere illum quo caret; tùm quia immutabilitas

Dei hoc prohibet; nam moueri, est affici intrinsecè; quia etiam destructis omnibus extrinsecis creatis moueri possem, & frustrà recurres ad partes virtuales immensitatis Dei, quas ferè animus abhorret; apage partes in Deo: quis hoc ferre possit? præterea si sunt, sunt essentialiter immobiles; igitur valet semper ratio allata; igitur Deus est incapax motus; igitur & impetus.

Diceret aliquis Deum quantumuis Immensum in orbem conuolui posse; igitur 1. ratio non probat de omni motu. Respondeo adhuc valere, quia etiam in orbem conuolui non potest, nisi mutetur intrinsecè; atqui si est immensus, non potest mutari intrinsecè per motum; quia nullum locum de nouo acquireret; sed de hoc motu aliàs, cum de infinito; vel de puncto physico mobili; quidquid sit, valet saltem 1. ratio pro motu recto, & aliæ duæ pro omni motu.

Theorema 28.

Motus ipse moueri non potest. Quia cum tantùm dicat mutationem loci; certè mutatio non est in loco; dicit enim tantùm locum relictum eo instanti, quo nouus acquiritur. Præterea quod est in loco dicit tantùm ens physicum; sed mutatio dicit etiam non ens; *Hinc egregium paradoxum; illud non mouetur per quod cuncta mouentur, quæ mouentur.*

Theorema 29.

Duratio moueri non potest. Cum enim sit successiua, fluit per partes, igitur quælibet illius pars, seu quod durat vno instanti tantùm est incapax motus, per Th. 26.

Theorema 30.

Hinc actio moueri non potest; cum enim actio per quam res conseruatur, sit eius duratio; vt constabit ex iis, quæ demonstrabimus in Metaphysica, & cum duratio moueri non possit, per Th. 29. certè neque actio moueri potest.

Corollarium 1.

Hinc in tanta rerum creatarum multitudine sunt tantùm duæ, quæ sunt essentialiter immobiles; scilicet motus, & actio; quorum ille cum sit mutatio non est adæquatè aliquid positiuum; secus actio.

Corollarium 2.

Hinc sunt tantùm duo adæquatè positiua, quæ moueri non possunt; scilicet Deus, & actio; Deus, qui semper est; actio, quæ tantùm vno instanti est; Deus vbique essentialiter; actio hîc tantum essentialiter; Deus primum ens; actio infimum ens; est enim modus; Deus primum mouens; actio ipse motus; scilicet primi generis, de quo in scol. Th. 3.

Corollarium 3.

Hinc si res aliqua creata per actionem tantæ perfectionis, quæ mille annis essentialiter responderet, conseruaretur; certè per totum illud tempus moueri non posset; esset enim vnicum instans, hoc est duratio

tota

tota simul; sed eodem instanti in pluribus locis esse non potest; igitur nec moueri; adde quod per eam actionem sum in loco, per quam sum in tempore; igitur si hæc est semper eadem, illam eandem esse necesse est; sed hæc sunt metaphysica, quæ obiter tantùm attingo, aliàs fusè demonstrabo.

Scolium.

Obseruabis primò ex dictis præclarum naturæ institutum; cum enim corpus moueri semper non debeat, (quippe hoc esset maximè incommodum) certè per suam entitatem moueri non exigit; alioquin semper moueretur; igitur per aliud ab entitate distinctum, id est per impetum; itaque licet per suam entitatem exigat fluxum in tempore, id est conseruari, & durare; id est nouam semper actionem conseruatiuam; quia maximum eius bonum est durare vel existere; Igitur per se ipsum illud exigit; quia semper exigit, non tamen per se ipsum exigit fluxum in loco, id est motum; quia moueri non semper est bonum.

Obseruabis secundò, cum idem corpus aliquando velociùs, tardiùs aliquando moueri exigat; si per suam entitatem moueri exigeret, eodem semper ferretur motu; quia eadem semper esset exigentia; igitur debet esse aliquid aliud; illud autem est impetus, qui aliquando maior seu perfectior, aliquando verò minor est; igitur maiorem seu velociorem motum aliquando exigit, aliquando minorem, seu tardiorem; cum enim motus sit eius finis intrinsecus, vt resolutio est finis caloris vel rarefactio; quemadmodum maior calor maiorem exigit, seu præstat resolutionem; ita & maior, seu perfectior impetus maiorem, seu velociorem motum exigit.

Obseruabis tertiò aliud naturæ institutum, quo scilicet in eo tantùm subiecto recipi potest causa formalis, in quo recipi potest eius effectus formalis secundarius: nec alia regula, præter eam excogitari potest; cum enim aliqua forma ad talem, vel talem finem à natura instituta est; certè propter illum finem est, igitur in eo non est, in quo suum finem consequi non potest; alioquin frustrà esset; & contra in eo esse potest, in quo frustrà non est; cum scilicet in eo suum finem consequatur; adde quod finis ille intrinsecus physicus scilicet, non moralis, aliquis nouus effectus est; atqui nouus effectus sine sua causa esse non potest, neque causa necessaria sine effectu; igitur ibi, scilicet in hoc subiecto, in quo est, vel esse potest effectus formalis, causa formalis est, vel esse potest, est inquam citra miraculum.

Obseruabis quartò egregiam rationem, propter quam res eadem in pluribus locis naturaliter esse non potest; quippe cum res fuerit primo producta in aliquo loco, illa certè nouum locum acquirere non potest naturaliter; nisi per motum, atqui motus dicit necessario priorem locum relictum, & nouum acquisitum; igitur cum tot acquirantur loca per motum, quot relinquuntur; si ante motum vnus tantùm erat eiusdem rei locus, post motum etiam vnus est: quod autem producatur tantùm

tùm res in vno loco patet; vel enim à causa prima vel ab aliqua 2. producitur; si à 2. ergo ab aliqua aplicata; igitur ex suppositione quòd illa causa 2. in vno tantùm loco producta sit, vni tantum applicari potest; quod autem causa 1. in pluribus locis naturaliter eundem effectum non producat, certum est, & demonstrabimus in Metaphys. quia singulis effectibus singulæ sufficiunt actiones; singulis terminis singulæ viæ; immò hoc requiri videtur, seu spectare ad huius vniuersitatis ordinem; quippe si res eadem in pluribus locis esset; cur potius in duobus quam in tribus? deinde multiplex iure posset existimari; denique quod vnum est in entitate creata, seu dependente ab eadem causa, vnum est etiam in dependentia; quæ est actio, per quam dependet; sed de his aliàs.

Theorema 31.

Impetus non producitur in eo mobili, quod moueri non potest à potentia motrice applicata, licèt à fortiori moueri possit. Probatur, quia impetus est tantùm propter motum, qui eius effectus est, & finis, per Th. 15. & 16. Igitur vbi non est motus, frustrà est impetus; sed quod frustrà est, non est; id est non est, quod frustrà esset, si esset per Ax. 6. Excipio tamen impetum naturalem innatum, qui nunquam est frustrà, vt dictum est suprà in Theorem. 17. adde quod non potest cognosci impetus, nisi vel ex motu, vel ex ictu, vel ex contrario nisu, vel impulsu; sed nihil horum cernitur in rupe quam ferio; Igitur non est dicendum in ea produci impetum, cuius rationem afferemus infrà; nunc satis est Ax. 3. id manifestè probari; nam qui diceret in rupe immobili impetum imprimi; certè positiuo argumento probare teneretur, quod tantùm duci potest, vel ab experimento; atqui hîc nullum est; vel à necessitate, quæ nulla est; vel ex alio quocumque capite, quod nullum excogitari potest; sed maiorem lucem huic Th. 3. ex proximè sequentibus accersemus; nec est quòd aliqui dicant produci impetum inefficacem; qui cum frustrà sit, si est, ex nullo capite probari potest: adde quòd destruitur impetus, ne sit frustrà; Igitur non producitur, ne sit frustrà; nam conseruatio est vera actio, vt dicemus suo loco; Igitur si hæc non ponitur, ne aliquid sit frustrà; etiam 1. productio poni non debet; vnde commentum illud impetus inefficacis prorsus inefficax est.

Theorema 32.

Ideo potentia motrix non producit impetum in prædicta rupe. v.g. *quia debilior est.* Probatur, & explicatur; quippe debilior potentia minorem effectum producit per. Ax. 13. *num.* 2. igitur pauciores partes impetus æquales vni certæper idem *num.* 1. igitur si sint plures partes subiecti mobilis, seu rupis, quàm impetus; cum vna pars impetus duobus partibus subiecti inesse non possit; licet plures vni simul in esse possint; non est mirum si nullus impetus producatur; cum non possint tot partes illius produci, quot essent necessariæ; vt saltem singulæ singulis subiecti, seu rupis partibus distribuerentur.

Obsc

Obseruabis autem nouum quoddam genus resistentiæ; nam singulæ partes rupis ab applicata potentiâ aptæ sunt loco moueri per impressum impetum, & maior potentia simul omnes loco moueret; at verò omnes simul, & coniunctim consideratæ; quatenus scilicet vna pars non potest moueri sine alia, & comparatæ cum illa potentia debili dicuntur habere prædictam resistentiam, quæ superat potentiæ vires; quòd scilicet à maiori moueri tantùm possint; quia plures partes impetus postulantur, quam sint eæ, quæ à prædictâ potentiâ possunt produci.

Theorema 33.

Vel producitur impetus in omnibus subiecti partibus vnitis, vel in nulla; modò nulla fiat separatio, neque compressio: Certum est enim in ijs omnibus partibus, quæ auolant ab ictu, produci impetum. Probatur igitur 1. quia si non producatur in omnibus partibus, & nulla separetur ab alijs; certè nulla mouetur, vt certum est; igitur nulla habet impetum; quia ibi non est causa formalis, vbi non est effectus formalis; alioquin esset frustrà, contra Ax. 6.2. Tu dicis produci impetum in aliquot partibus; hoc dicis, hoc proba? an potes dignoscere impetum nisi ex motu? vel conseruaretur hîc impetus sequentibus instantibus, vel statim secundo instanti destrueretur. Primum dicere absurdum est; quia si hoc esset multis ictibus repetitis tandem moueretur totum mobile; si verò destrui dicatur. Secundo instanti; eadem ratio probat non produci. Primo instanti, quæ probat destrui. Secundo nam ideo destruitur. Secundo quia est frustrà, sed non minus est frustrà. Primo igitur non producitur. Primo 4. probatur; quia cum non sufficiant partes impetus, quas dixi produci, vt omnibus partibus subiecti distribuantur; certè non est vlla ratio, cur potiùs his quàm illis distribui dicantur; cum vna sit tantùm immediatè applicata. Igitur certum est vel produci in omnibus, vel in nulla, nisi fortè aliquæ auolent, sed tunc separantur.

Obiiciet aliquis 1. esse causam necessariam applicatam subiecto apto: igitur agit per Ax. 12. Respondeo esse impeditam; nam resistentia subiecti superat vires potentiæ vt dictum est; immò in ipso motu retorqueo argumentum; licèt enim sit applicata causa necessaria mouens, non tamen mouet.

Obiiciet 2. Ignis applicatus agit in nonnullas partes subiecti, licèt non agat in omnes; igitur & potentia motrix. Respondeo non esse paritatem; quia vna pars potest calefieri, & resolui sine alia, vt constat non tamen vna moueri sine alia, cui coniuncta est, nisi separetur; igitur nec recipere impetum sine alia.

Obiiciet. 3. sint duo trahentes idem mobile; ita vt seorsim neuter trahere possit, coniunctim verò vterque possit; certè si alter non producit impetum seorsim, nec etiam coniunctim producet; nec enim augentur eius vires ab altero: Respondeo vtrumque agere actione communi; igitur non est mirum si effectus maior est, quem tamen neuter

seorsim producere potest.

Dices si vterque coniunctim producit effectum: sint v. g. 100. partes impetus; Igitur singuli producunt tantùm 50. Igitur cur potiùs in in his partibus subiecti, quàm in alijs, cum vtriusque potentia eidem subiecti parti posset esse applicata? Respondeo singulos producere 100. actione scilicet communi indiuisibiliter; sint enim duo trahentes A. & B. A. producit 100. sed non solus; B. producit easdem 100. sed non solus; sed explicabimus hunc modum actionis communis in Metaphys. quod autem agant actione communi patet per Ax. 13.

Obiicies 4. producitur sonus si ferias rupem; igitur & impetus; Respondeo ad sonum solam aëris collisionem sufficere, quam fieri certum est à prædicto ictu; deinde mallej motus impacti in rupem facit sonum; quidquid tandem sit sonus, de quo hîc non disputo: adde qnod in rupe sunt semper aliquæ partes trem ulæ, quæ modico tantùm, eoque flexibili nexu cum alijs partibus copu lantur; adde aliquam compressionem, ex qua modicæ vibrationes sequuntur.

Obiicies 5. Quando aliquæ partes auolant ab ictu, haud dubiè auolant propter impetum impressum: Igitur prius est imprimi impetum, quàm auolare; igitur productus est impetus in nonnullis partibus, & non in aliis, cum quibus illæ sunt coniunctæ. Respondeo equidem impetum produci in illis partibus antequam auolent; sed ideo produci vt deinde auolent nam tota ratio cur non producatur, est ne sit frustrà; sed si auolent aliquæ partes: certè in ijs non est frustrà, in quibus habet suum effectum, id est, motum.

Dices; igitur primo instanti impetus ille est frustrà; in quo non habet suum effectum; Respondeo nunquam primo instanti esse frustrà, modò sit motus secundo cum etiam primo instanti, quo est impetus, non possit esse motus, vt demonstrabo infrà; immò ideo ponitur impetus primo vt sit motus secundo exigendo pro instanti sequenti, de cum impetus ponat tantùm motum quo aliàs.

Dices; sed potentia motrix nescit an possit pars aliqua mobilis separari; igitur non est quòd aliquando producat impetum, aliquando non producat. Respondeo non stare per causam necessariam, quin semper agat; sed per subiectum, quod si aptum est, & capax effectus; haud dubiè eo ipso causa necessaria applicata in ipsum aget; si verò ineptum, haud dubiè non aget; nam ad hoc vt producatur effectus in subiecto; non satis est causam posse producere, nisi etiam subiectum possit recipere; igitur cum sit talis ordo à natura institutus, ne aliquid sit frustrà; certè si impetus producibilis sit futurus frustrà; hauddubiè non producetur; secus verò si frustrà non sit futurus, in quo non est difficultas.

Scholium.

Obseruabis 1. vix fieri posse quin semper aliquæ partes separentur, comprimantur, vel dilatentur, vt patet experientiâ.

Obseruabis 2. etiam maximam corporis molem à debili potentia minimo

nimo etiam ictu moueri; quod etiam obseruauit Galileus in suis dialogis de motu; quem certè motum obseruabis etiam insensibilem, tùm operâ radij luminis repercussi, & ad aliquod interuallum proiecti; tùm operâ seu pisorum in tympani membranâ tremulo quasi motu subsultantium; quâ etiam arte deprehenditur în arce obsessa, sub quam muri partem cuniculi agantur.

Corollarium 1.

Hinc egregia ratio erui potest, cur ingens corporis moles à debili potentia loco moueri non possit; cum enim tot saltem requirantur partes impetus, quot sunt partes subiecti: quia vel in omnibus, vel in nulla producitur; certè cum sint plures partes subiecti, quàm vt in singulis ab ea dumtaxat potentiâ impetus produci possit; quid mirum est, si moueri non possit.

Collorarium 2.

Hinc certa ratio alterius vulgaris effectus potentiæ motricis, quæ lapidem 40. librarum tardo tantùm motu impellit, etiam cum summo nisu, cum tamen saxo vnius libræ velociorem motum imprimat; quia scilicet partes impetus producti distribuuntur pluribus partibus subiecti in maiori lapide, & paucioribus in minori; igitur singulæ partes minoris habent plures partes impetus, vt manifestè constat; ergo ille impetus intensior est; igitur maiorem exigit seu perfectiorem motum per Ax. 13. num. 2.

Collorarium 3.

Hinc sublata ratione diuersæ resistentiæ medij, dato pondere mobilis vtriusque, datoque nisu communi potentiæ, potest determinari certus velocitatis gradus vtriusque; nam ratio velocitatum est inuersa ponderum v. g. sit pondùs 4. librarum; fit etiam 2. librarum sit impetus impressus vtrique supposito communi, & æquali nisu potentiæ, & æquali tempore; haud dubiè velocitas mobilis 2. librarum erit dupla velocitatis mobilis 4. librarum; quia cum sint duplo plures partes subiecti in hoc mobili quàm in illo (accipio enim vtrumque eiusdem materiæ, vt omnes lites fugiam) igitur in minori est duplo intensior impetus: Igitur duplo velocior motus; dixi, si fiat æquali nisu, & æquali tempore; quia reuerâ non fit in tempore æquali, sed inæquali, si supponatur idem arcus brachij v. g. iacientis; nam tempora sunt in ratione subduplicata ponderum; vt demonstrabimus lib. 10. & velocitates sunt vt tempora permutando.

Collorarium 4.

Hinc facilè determinari potest proportio impetus impressi cognitâ grauitate mobilium; v. g. sit mobile graue vt 4. & aliud graue vt 2. haud dubiè vt moueatur æquali gradu velocitatis, debet produci duplo maior impetus in maiori mobili, hoc est, iuxta rationem maioris ad minus, quod clarissimè sequitur ex dictis; vt enim totsint gradus impetus

in qualibet parte minoris ,quot ſunt in qualibet parte minoris ; haud dubiè impetus maioris habet eandem rationem ad impetum minoris; quam habet maius ad minus.

Collorarium 5.

Hinc quoque ducitur manifeſta ratio ſeu reſponſio ad illud præclarum certè quorundam philoſophorum commẽtum,qui volunt ex minima ponderis acceſſione totam terræ molem inclinari , vt in nouo æquilibrio ſtatuatur ; quod omninò falſum eſt ; nam ex ſuppotione quòd terra non grauitet(vt vulgò dicitur, & aliàs à nobis demõſtrabitur)illa certè moueri non poteſt niſi producantur tot partes impetus quot ſunt partes ſubiecti in tota terra;quæ certè maximas potẽtiæ vires poſtulant.

Theorema 34.

Primo inſtanti , quo eſt impetus , non eſt ille motus , cuius hic impetus eſt cauſa. Probatur ; quia non poteſt eſſe motus , niſi ſit locus prior relictus , & nouus acquiſitus , igitur ſi eodem inſtanti , quo eſt impetus, haberet motum , eodem inſtanti eſſet in duobus locis , quod dici non poteſt ; & iam diximus in Th. 26. igitur impetus primo inſtanti quo eſt non habet ſuum motum.

Theorema 35.

Immò nihil eſt,quod primo inſtanti,quo eſt ,moueri poſſit. Quia non poteſt moueri,niſi acquirat nouum locum,& priorem relinquat ; igitur,vel ſimul in vtroque eſt,quod dici non poteſt ; vel in relicto antè fuit;igitur non eſt primum inſtans,contra ſuppoſitionem.

Theorema 36.

Poteſt impetus aliquo inſtanti non moueri quo mouetur ipſum mobile, in quo eſt. Nam moueatur mobile quodlibet ; & dum mouetur , impellatur,factâ ſcilicet acceſſione noui impetus ; haud dubiè hoc primo inſtanti, quo producitur impetus in dato mobili non mouetur per Th. 35. quo tamen inſtanti mouetur prædictum mobile.

Collorarium 1.

Hinc egregium paradoxon;*Poteſt aliquo inſtanti moueri ſubiectum,licèt non moueantur illa omnia,quæ eidem ſubiecto reuerâ inſunt.*

Corollarium 2.

Hinc etiam aliud paradoxon ; *Impetus primo inſtanti,quo eſt ,non habet ſuum finem,nec habere poteſt* ; patet,quia primo inſtanti non habet motũ.

Corollarium 3.

Hinc poteſt aliquid dato inſtanti carere ſuo fine; licèt non ſit fruſtrà; fruſtrà enim tantùm dicitur ille impetus , qui pro inſtanti ſequenti non poteſt haberemotum.

Theorema 37.

Impetus pars recepta in parte ſubiecti non exigit motum aliarum partium eiuſdem

eiusdem subiecti, licèt coniunctarum. Probatur 1. quia alioquin vna pars impetus sufficeret ad mouendam ingentem rupem; quod absurdum est. 2. sicut vna pars caloris non resoluit alias partes subiecti; ita nec impetus. 3. Ratio à priori est; quia impetus non est causa efficiens motus per Th. 13. sed tantùm causa formalis per Th. 15. Igitur præstat tantùm suum effectum formalem in eo subiecto, in quo est.

Corollarium 1.

Hinc partes impetus non causant motum in suo subiecto actione, vel exigentia communi; quia quælibet pars impetus exigit tantùm motum sui subiecti; id est illius partis, quàm afficit; quod etiam probatur per Ax. 13.

Corollarium 2.

Hinc corpus grauius perse, saltem eiusdem materiæ, non cadit velociùs, quàm leuius, vti globus plumbeus 100. librarum, quàm globus vnius libræ plumbeus; quia scilicet impetus vnius partis non iuuat motum alterius: præterea tam facilè 2. partes impetus in 2. partibus subiecti receptæ eadem mouent, quàm 100. alias 100. dixi per se; nam diuersa esse potest medij resistentia; sed de his fusè in 2. lib.

Theorema 38.

Impetus recipitur tantùm in ipsa substantia subiecti naturaliter. v. g. si mobile sit ferrum calidum, recipitur in ipsa substantia ferri; non verò in ipso calore (ex suppositione quod calor sit accidens, vt aliàs demonstrabimus; nec in alijs accidentibus, si quæ sunt, in eodem subiecto; probatur 1. quia si produceretur etiam impetus in accidentibus, quo plura essent accidentia in aliquo subiecto; plures quoque partes impetus producendæ essent; igitur maiori potentiâ opus esset per Ax. 13. n. 4. Igitur difficiliùs mouerentur, quod est absurdum. Diceret fortè aliquis eundem impetum recipi simul in substantia & in ipsis accidentibus; sed contra, nam reuera, si hoc esset, dum proijcitur ferrum calidum, & statim frigefit, destrueretur totus impetus, destructo scilicet eius subiecto: 2. qui hoc diceret, deberet probare; nam eodem modo mouetur corpus siue afficiatur pluribus accidentibus, siue pauc ioribus; igitur non euincit experientia recipi in illis impetum, nec etiam ratio, vt dicam paulò post. Ratio à priori esse potest; quia accidens cum suo subiecto coniunctum exigit semper esse præsens subiecto, cum naturaliter extra subiectum existere non possit; igitur cum exigat conseruari, & existere; eo tantùm modo, quo potest naturaliter conseruari & existere; certè exigit conseruari, & inesse subiecto; igitur existere in eo loco, in quo existit subiectum, vt patet; igitur, si subiectum mutet locum, etiam accidens cum eo coniunctum mutare debet.

Dices, igitur similiter dici potest non recipi impetum in omnibus partibus subiecti mobilis, sed in vnâ dumtaxat; cui cum aliæ sint vnitæ, exigunt moueri sine impetu ad illius motum? cum hoc ipsum ad omnem vnionem spectare videatur; Respondeo vnam

partem plumbi ita coniungi cum alia, vt etiam separata naturaliter existere possit; igitur non est par ratio; præterea vna pars plumbi non est in loco alterius; nec enim inuicem penetrantur cum sit compenetratio accidentium cum subiecto; deinde, quò plures sunt partes vnitæ, maior est resistentia, quæ ipso etiam sensu percipitur; denique non videtur cur potius produceretur in vna parte, quam in alia; quæ omnia iam suprà Th. 33. demonstrauimus.

Adde quod si impetus produceretur in ipsis accidentibus, etiam in ipso impetu prius producto alius impetus produceretur; cum scilicet noua fit impetus accessio; quod satis ridiculum est; quasi verò impetus indigeat impetu &c. hîc loquor tantùm de accidentibus in subiecto; non verò de Eucharisticis, quæ à subiecto per miraculum separata etiam moueri possunt per impressum impetum.

Corollarium 1.

Hinc manifestè patet, quid dicendum sit de anima bruti, quæ mouetur etiam sine impetu; quia exigit semper esse coniuncta corpori, à quo disiuncta naturaliter existere non potest, vt suo loco dicemus; igitur ad motum corporis, seu subiecti moueri debet.

Corollarium. 2.

Idem quoque de Anima rationali dicendum esse videtur; licèt enim à corpore separata naturaliter existere possit; tandiù tamen cum corpore manet coniuncta, quandiu agere potest in organis corporeis; ac proinde exigit conseruari in corpore ipso, quandiu suas operationes organicas in eo exercere potest.

Corollarium 3.

Hinc patet ratio manifesta ad quæsitum illud; quomodò scilicet potentia motrix materialis v.g. Taurus suo cornu hominem ventilare possit; nec vlla supereſt difficultas, dum dicas impetum non produci in anima.

Scolium.

Obseruabis primò In hoc Theoremate dictum esse naturaliter; quia per miraculum accidens separatum ab omni substantia, dum sit impenetrabile, per impetum sibi impressum moueri potest.

Obseruabis secundò de anima bruti per miraculum separatâ, idem prorsus dicendum esse.

Obseruabis tertiò etiam Animam rationalem separatam, modò sit cum impenetrabilitate coniuncta, capacem esse impetus; quem etiam à potentia motrice corporea recipere potest; idem dictum esto de Angelo; sed de vtroque aliàs.

Theorema 39.

Quando corpus pellitur ab alio corpore per impetum impressum; haud dubiè impetus ille impressus ab aliqua causa efficiente producitur; patet per Ax. 8.

Theorema 40.

Ille impetus non producitur à ſubſtantia corporis in aliud impacti. Probatur; quia ſi produceretur, eſſet cauſa neceſſaria vt clarũ eſt; igitur applicata, & non impedita ageret per Ax. 32. quod eſt contra experientiam. Dicunt aliqui requiri motũ præuium, vt agat; ſed contra; nam motus præuius non requiritur vt cauſa, vt patet; quia cauſa vt agat debet exiſtere per Ax. 9. Igitur requiritur, vt conditio, quod dici non poteſt; quia primo etiam conditio debet eſſe præſens; ſed motus præuius de nihil præſenti eſt ſecundo quia non poteſt excogitari aliud munus conditionis; niſi vel vt tollat impedimentum, vel vt applicet cauſam ſubiecto apto; præterea motus præuius non eſt; igitur eodem modo ſe habet, ac ſi nunquam extitiſſet; & ſi eo inſtanti quo corpus impactum primo tangit, amitteret totum impetum, ita vt exprætcrito motu nihil reliquum eſſet, haud dubiè corpus aliud non pelleret.

Diceret alius impetum eſſe tantùm conditionem, quæ ſemper eſt de præſenti: ad hanc inſtantiam non valet ſuperior reſponſio; & certè ſi eo ipſo inſtanti contactus noua fieret impetus acceſſio; haud dubiè maior eſſet ictus; licèt cum eodem motu præuio, & tamen idem eſſet corpus impactũ. Igitur ad hanc inſtantiã alio modo reſpondeo, ex applicatione impetus ſemper ſequitur productio alterius impetus; dum ſcilicet ſubiectum, cui applicatur ſit capax motus; ex applicatione corporis ſeu ſubiecti ipſius non ſemper ſequitur; igitur dicendum eſt impetum ipſum eſſe cauſam alterius per Ax. 11. n. 1. voco enim illud cauſam, ex cuius applicatione ſemper ſequitur ſimilis effectus; alioquin ſi hoc neges; proba mihi aliter ignem accendi ab alio igne; dicam enim tibi ignem applicatum eſſe tantùm conditionem, & produci à cœlo; proba mihi aliter calorem produci à calore? quo enim medio, vel argumento id euinces? quo etiam non euincam impetum produci ab impetu: Deinde affer rationem à priori, propter quam ſubſtantia corporis producat impetum ſurſum? v. g. cum non exigat à ſe ipſa motum ſurſùm, qui violentus eſt corpori graui; numquid certum eſt, vt dicemus infrà impetum produci ad extra, vt tollatur impedimentum motus? igitur illius eſt tollere impedimentum, cuius eſt exigere motum, corpus ipſum graue non exigit motum ſurſum, ſed impetus; igitur impetus eſt tollere impedimentum ſui effectus; igitur producere impetum, quo vno tolli tantùm poteſt: En tibi rationem à priori, cutum nullam habeas: Præterea, cur negas impetum eſſe cauſam ſufficientem alterius impetus, cum ex eius applicatione ipſo ſenſu percipiamus produci alium impetum? quæ ratio? quid inde abſurdi, quid incommodi? Igitur tàm certum eſt, immò certius impetum produci ab alio impetu, quàm calorem à calore. Dices impetum iam habere alium effectum ſcilicet motum; bella profecto ratio! ſed numquid motus eſt effectus formalis impetus? præterea eſt-ne effectus ad extra? deinde idem dico de calore;

qui

qui reuera habet effectum formalem secundarium ad intra, scilicet rarefactionem, quæ est mutatio extensionis; quemadmodum motus est mutatio loci, vel vbicationis ; igitur cum hoc non obstante, calor producat calorem ad extra; cur impetus non producit impetum? cuius productionem concedis virtuti corporum resistitiuæ, id est vnioni, impenetrabilitati, & cæteris huiusmodi modorum superfluorum quisquiliis; de quibus plurimi tecum contendunt.

Scholium.

Obseruabis nonnullas esse difficultates, quæ communes sunt etiam illi sententiæ, quam sequuntur ij, qui existimant impetum ad extra produci à corpore impacto; quas tamen facilè soluemus infrà in continuata nostrorum Theorematum serie.

Theorema 41.

Aliquis impetus non producitur ab alio impetu. Probatur, quia aliquis impetus producitur ad intra à potentia motrice, vt patet. 2. cum non detur progressus in infinitum, nec impetus idem producatur à se ipso, ad aliquem tandem vltimum seu primum deueniendum est, qui ab alio impetu non producatur.

Theorema 42.

Impetus producitur semper ad extra ab alio impetu. Quia cum semper ad illius productionem requiratur applicatio alterius impetus; certè non est ponenda alia causa per Ax. 11.

Theorema 43.

Hinc impetus habet duplex munus causæ; scilicet causæ exigentis ad intra & efficientis ad extra; vtrumque patet ex dictis.

Theorema 44.

Impetus agit tantùm ad extra, vt tollat impedimentum motus; cum enim motus sit finis intrinsecus impetus; certè si nihil impediret motum, haud dubiè gauderet impetus suo fine ; igitur frustrà quidquam aliud desideraret; præterea licèt applicetur à tergo aliud mobile; non tamen propterea in eo producit, vt constat experientiâ ; denique cum tantùm impetum cognoscamus per motum; cum nequidem esset impetus, si non esset motus, per Th. 17. certè totus est impetus propter motum qui est eius finis; igitur non agit nisi propter motum : sed non potest excogitari, quid faciat propter motum, dum agit, nisi dicamus ideo tantùm agere, vt tollatur impedimentum ; cum certum sit corpus immobile, in quod impingitur aliud mobile, impedire eius motum.

Theorema 45.

Hinc non simul agit impetus in orbem sed tantùm per lineam sui motus ; cui si nullum corpus occurrit reuerà non agit. Ratio est ; quia licèt aliud corpus mobili admoueatur in alia linea; cum non impediat eius motum, vt suppono ; cum agat tantùm impetus ad extra, vt tollat,

impe-

impedimentum motu sui subiecti, in eo non agit, quod non impedit; & cum impediatur tantùm in vna linea, in ea tantùm agit; igitur non agit in orbem.

Scholium.

Obseruabis primò, hanc primam esse difficultatem; cum in hoc impetus maximè differat ab alijs qualitalibus si quæ sunt, quæ agunt in orbem, vt dicemus suo loco.

Obseruabis secundò, hanc etiam esse communem illorum sententiam, qui dicunt imptum ad extrà produci ab ipso mobili, sed ita vt ab illis vix solui possit; cum tamen à nobis facilè soluatur.

Obseruabis tertiò, impetum in vtroque munere causæ subesse tantùm vni lineæ; scilicet exigit motum per vnam lineam; cum per plures simul motus esse non possit; ne idem mobile simul esset in pluribus locis; & producit impetum per vnam lineam; cum producat tantùm propter motum.

Obseruabis quartò, alias qualitates, si quæ sunt, non agere ad extra, vt tollant impedimentum sui effectus ad intra; qui scilicet ab impedimento extrinseco impediri non potest; vt accidit in ipso impetu; etenim corpus non potest moueri nisi nouum locum acquirat: neque nouum locum acquirere ab alio corpore occupatum, nisi corpus hoc loco cedat, neque hoc loco cedere potest sine motu, vel moueri sine impetu, igitur cum impediat motum amoueri debet, accepto dumtaxat impetu ab alio mobili.

Obseruabis quintò nonnullos esse, qui volunt motum vnius corporis transferri in aliud corpus; sed mera est metaphora; nihil enim prorsus est quod ab vno in aliud transeat, seu transferatur; nec aliud dici potest, nisi quod dictum est, impetum scicilet nouum produci.

Hinc etiam reiicies commentum illorum, qui dicunt ideo vnum corpus ab alio moueri, quia ab vno in aliud deriuantur corpuscula illa, quæ faciunt lumen, & calorem; quia lumen, & calor sunt veræ qualitates, non corpuscula, vt demonstrabimus in 5. tractatu: Adde quod licet ferrum candens aliud frigidum impellat, etiam velocissimè; hoc ipsum æquè frigidum manet; denique in crassis tenebris nix seu glacies frigidissima perniciissimè moueri potest: sed apage ista commenta.

Theorema 46.

Omnes partes impetus mobilis agunt ad extra actione communi. Probatur per Ax. 13. n. 1. nisi enim agerent actione communi sed quælibet suam produceret; cur potius in hac parte subiecti, quam in alia, deinde applicatur tantùm vna immediatè; Igitur agunt omnes actione communi; omnes inquam illæ, quæ impediuntur; cum enim impetus agat tantùm ad extrà vt tollat impedimentum sui motus; ille profectò agere non debet, cuius motus vel effectus non impeditur.

Theorema 47.

Hinc maiora corpora putà onerariæ naues, licèt tardissimo motu ferantur, cum in aliud corpus impinguntur maxima vi illud impellunt. Ratio est; quia cum sint plures partes impetus in pluribus partibus subiecti, & omnes agant actione communi, non mirum est si maiorem effectum producant, per Ax. 13. n. 2.

Scholium.

Vides primò in hoc casu compensari intensionem ab extensione; quippe quod præstarent plures partes impetus in minore corporis mole intensæ; hoc idem præstare possunt extensæ in maiore mole.

Secundò sicut maior moles aptior est ad motum imprimendum, & minùs apta ad recipiendum ita minor contrà aptior est ad recipiendum, & minùs apta ad imprimendum.

Tertiò, Hinc corpora illa, quorum partes vel nullo vel modico nexu copulantur, minimo ferè impulsu commouentur; sic aër & aqua minimo flante vento agitantur, nubes pelluntur; hinc tot procellæ tempestatesque cientur; nec vlla est alia ratio, cur minima ferè venti vis, cui modicum saxum resistit, tantam aquæ, vel aëris molem commoueat, nisi quia cum partes illorum corporum nullo ferè nexu coniunctæ sint vna sine alia moueri potest, quod in aqua gelu concreta minimè accidit.

Quartò, Hinc si maxima rupes ita comminueretur vt tota in puluerem seu sabulum abiret, minima vis impressa particulas illas moueret.

Quintò, Hinc diuino penè consilio factum est, vt partes terrestris globi arctiore fibula copulentur; ne, si disiunctæ essent, minimo flatu dispergerentur: vt videre est in puluere etiam grauissimo, qui ab aura flante dispergitur.

Theorema 48.

Impetus, cuius motus non impeditur, non agit ad extrà. Probatur per Th. 44. hinc si aliud corpus affigas mobili à tergo, nullum impetum in eo producet, cuius effectus, qui certè impetui singularis est, alia ratio esse non potest; tam enim corpus est applicatum à tergo, quam in ipsa fronte; & nihil est in vno, quod non sit in alio, nisi quod in fronte impedit motum, à tergo verò non impedit.

Corollarium 1.

Hinc egregium paradoxon erui potest; quod scilicet causa necessaria etiam immediatè applicata, & non impedita in subiecto apto non agit; quod videtur esse contra Ax. 12. vnde vt agat causa necessaria, debet applicari debito modo; si agat in orbem, omnis applicatio sufficiens est: si verò agat tantùm per vnam lineam; certè applicari debet in ea linea; alioquin non aget defectu debitæ applicationis.

Corollarium 2.

Hinc etiam aliud paradoxon non minus iucundum; causa necessaria appli-

applicata, & non impedita non agit; at verò agit impedita; scilicet impetus qui tantùm agit, vt tollat impedimentum; igitur, si non impediatur non agit.

Theorema 49.

Quo minùs impeditur impetus, minùs agit ad extra, & contrà; quo plùs impeditur, plùs agit. Cum enim ideò agat ad extra, vt tollat impedimentum; certè si nullum est, nihil agit, si minùs, minùs agit; igitur agit pro rata, id est, pro diuersa impedimenti ratione.

Theorema 50.

Si linea motus, quam directionis appellant, ducatur per centrum vriusque corporis, maximum est impedimentum, vt patet. [a] sint enim duo globi, A mobilis, & B. occurrens ipsi A, sitque linea directionis D E ducta per centrum vtriusque A B, & punctum contactus sit C; certè globus B maximum ponit impedimentum, quod ab eo poni possit; Igitur impetus globi A agit quantùm potest in globum B; vt scilicet maximum impedimentum remoueat. [a] *Fig.* 1. *Tab.* 1.

Theorema 51.

Si linea motus vel ipsius parallela cadat perpendiculariter in extremam diametrum globi immobilis: haud dubiè nihil impedit; sit enim globus mobilis A, Immobilis B, linea directionis sit G A, ipsi parallela F C; certè globus B. non impedit motum globi A. cum nihil loci globi B occupari debeat à globo A; Igitur impetus A non agit in globum B per Th. 48.

Theorema 52.

Si linea motus sit inter vtramque; est minus impedimentum. [b] sit globus immobilis B A; sit linea motus G C cum impedimento, de qua in Th. 50. sit alia K B cum nullo impedimento, de qua in Th. 51. sint aliæ H D, I E; certè minus est impedimentum in contactu D, quàm in C; quia cadit obliquè in D, perinde atque si caderet in tangentem N O; Igitur minus impeditur; in qua verò proportione, dicemus aliàs, cum de reflexione, & de motu mixto. [b] *Fig.* 1. *Tab.* 1.

Theorema 53.

Hinc producitur in contactu C *totus impetus*; *in contactu* D, *minùs*; *in contactu* E *adhuc minùs*; *in* B *nihil*; quia in ea proportione producitur plùs vel minùs impetus, quo plùs est, vel minùs impedimenti per Th. 49. sed minùs est impedimentum in E, quàm in C; & in E, quàm in D, per Th. 52; Igitur in D producitur minùs impetus, quàm in C, & minùs in E, quàm in D.

Theorema 54.

Hinc eadem causa necessaria etiam immediatè applicata diuersum impe-

tum producit ; vt patet in impetu , non tamen est eodem modo applicata, id est in eadem linea.

Theorema 55.

Hinc ratio multorum effectuum physicorum erui potest ; cur scilicet corpus incidens in aliud perpendiculariter maximum ictum infligat; quia scilicet maximum impetum producit , qui possit ab eo produci ; cur idem corpus obliquè incidens in aliud minorem ictum infligat ; cuius rei alia ratio esse non potest. Huc etiam reuoca tormenta bellica , quæ vel directo , vel obliquo ictu muros verberant ; hinc perpendicularis fortissima est ; licèt eadem ratio pro motu corporum non valeat , quæ valet pro diffusione,seu propagatione qualitatum.

Theorema 56.

Hinc potest determinari quota pars impetus producatur , & quantus sit ictus;cognito scilicet & supposito eo impetus gradu , qui producitur, cum totus producitur , vt fit in perpendiculari ; quippe tota [a] mensura impetus continetur in arcu C B ; quam proportionem nos infrà demonstrabimus.

a *Fig.* 1. *Lib.* 1.

Theorema 57.

Si linea directionis ducatur per centrum vtriusque globi , mobilis scilicet & immobilis,impetus producit totum impetum quem potest producere siue in maiori globo, siue in minori, siue in æquali ; patet experientia ; cuius ratio est; quia impetus est causa necessaria ; Igitur idem impetus eodem modo applicatus æquali tempore , æqualem semper effectum producit,per Ax. 12. igitur cum impetus agat tantùm , vt tollat impedimentum per Th. 44. & cum in prædicta linea agat quantum potest per Th. 50. certè æqualem effectum producat necesse est ; siue in maiori siue in minori, siue in æquali globo immobili.

Theorema 58.

Hinc impetus remissus potest producere intensum ; & hæc est altera difficultas ; cum scilicet maior globus in minorem impingitur ; cum enim omnes partes impetus maioris globi agant actione communi per Th. 46. & cum agant quantùm maximè possunt ; in minore globo , tot partes producunt impetus , quot in maiore , vt patet ; igitur in minore globo paucioribus partibus subiecti distribuuntur plures partes impetus ; ergo in qualibet parte subiecti sunt plures ; sed hoc est esse intensum,vt constat, igitur impetus remissus producit intensum ; quod est paradoxon egregium.

Theorema 59.

Hinc etiam impetus intensus producit remissum , cum scilicet minor globus in maiorem incidit ; quia scilicet pauciores partes impetus distribuuntur pluribus partibus subiecti; igitur quælibet subiecti pauciores impetus habet ; quæ omnia constant ex dictis.

Scho-

Scholium.

Obſeruabis primò, ſingularem impetus proprietatem, quæ alijs qualitatibus minimè competit; nam aliæ qualitates v. g. calor; lumen in eadem diſtantia effectum ſemper æquè intenſum producunt; ſecus verò impetus, qui pro maiori vel minori obice maiorem, vel minorem, hoc eſt intenſiorem, vel remiſſiorem impetum in eadem diſtantia producit; cuius ratio ex eo capite petitur; quòd impetus agat tantùm ad extra propter ſuum effectum ad intra, vt ſcilicet tollat impedimentum; igitur in totum, quod impedit, agit; igitur non habet certam, & determinatam ſphæram; cum tantùm agat in obicem, ſiue ſit maior, ſiue minor: Quia verò eſt cauſa neceſſaria, æqualem effectum producit, id eſt tot partes impetus in maiore, quot in minore, ergo, cum in minore ſint pauciores partes ſubiecti, & plures in maiore; haud dubiè quælibet pars minoris habebit plures partes effectus, & quælibet pars maioris pauciores; igitur effectus erit intenſior in minore, & remiſſior in maiore.

Præterea, cum dixi omnes partes mobilis actione communi agere ad extra; ita primò intelligi debet, vt omnes illæ partes moueantur: ſecundò, vt linea motus, ſeu directionis per centra grauitatis vtriuſque globi v. g. ducatur; alioquin, vel omnes actione communi non agunt, vel minus agunt, de quo infrà; ſufficit verò iuxta præſens inſtitutum, vt globus ita impellat alium vel æqualem, vel inæqualem, vt linea directionis ducatur per centrum grauitatis alterius; vide figuram. [a] in qua linea directionis eſt DE. [a] *Fig. 11. Tab. 11.*

Theorema 60.

Impetus globi impacti in alium globum eo modo, quo diximus, id eſt, linea directionis ducta per centra grauitatis vtriuſque producit in eo æqualem; Probatur, quia impetus eſt cauſa neceſſaria, quæ tunc agit quantum poteſt per Th. 57. ſed æqualis poteſt producere æqualem. Probatur primò, exemplo aliarum qualitatum; ſecundò, quia ideo agit vt tollat impedimentum, hoc eſt vt corpus illud amoueat loco; igitur æquali motu per ſe; alioquin niſi æquali motu amoueret, non tolleret impedimentum, vt patet; tertiò ſint 30. partes impetus, certè vel producent plures vel pauciores, vel totidem, non plures; cur enim potius 31. quam 32. nec etiam pauciores; cur enim potius 20. quam 18. &c. Igitur totidem; quia cum ſint plures numeri plurium partium ſupra 30. & pauciorum infra vt patet; ſitque tantùm vnicus numerus æqualium; certè quod vnum eſt, determinatum eſt, per Ax. 5. hæc ratio licèt videatur negatiua eſt tamen potentiſſima: quartò, quia actus ſecundus, reſpondet actui primo, id eſt, effectus productus virtuti cauſæ producentis; itaque cum virtus agendi impetus ſit eius entitas, vt patet, certè impetus productus eſt per ſe æqualis impetui producenti per ſe; id eſt remoto omni impedimento, & facto eo contactu iuxta modum prædictum, ea quo-

que lege, vt impetus agat quantum potest, & omnes partes mobilis moueantur æquali motu.

Corollarium 1.

Hinc reijcies illos, qui volunt à globo æquali produci in æquali subduplum impetum; in subduplo subtriplum; in subquadruplo subquintuplum; ratio illorum est; quia duo globi æquales instanti contactus perinde se habent, atque si conflarent vnum corpus; sed si conflarent vnum corpus quilibet subduplum impetum haberet, si verò globus cum alio subduplo faceret vnum mobile; haud dubiè minor, id est, subduplus haberet tantùm subtriplum impetum; atque ita deinceps; hoc totum falsissimum est; nam primò si globus æqualis acciperet tantùm subduplum impetum ab alio, subduplo tantùm motu ferretur; igitur subduplum spatium decurreret, quod est contra experientiam, & Th. 47. Secundò, ratio proposita nulla est; quia quando globus impactus impellit alium, est veluti potentiâ, quæ cum tota sua vi, & cum impetu agit, cuius nulla pars transfertur in alium globum; nec enim migrat de de subiecto in subiectum, sed producit sibi æqualem: equidem si duo globi æquales essent vel coniuncti, vel contigui in linea directionis, quilibet pro rata acciperet impetus producti partem à potentia applicata; si essent æquales, quisque subduplum: si alter subduplus subtriplum, &c. sed hæc sunt satis facilia.

Obijci fortè posset ab aliquo primò experientia; videmus enim sæpè globum impulsum in ludo Tudiculario moueri tardiùs globo impellente; respondeo id sæpè accidere; tùm quia linea directionis non connectit centra vtriusque globi; igitur minor est ictus per Th 52. tùm quia globus impellens, vel impulsus deficiunt à perfecta sphæra; tùm quia non est perfecta æqualitas globorum; adde quod quò accuratiùs prædictæ leges obseruantur, ipsi motus ad æqualitatem propiùs accedunt, vt constat experientia.

Obiici posset secundò destrui aliquid impetus globi impellentis ab ipso ictu, vt constat experientia; igitur illa pars impetus, quæ destruitur, non producit nouum impetum in globo impulso; Respondeo destruiquidem aliquid impetus in globo impacto, vt videbimus infrà; cum tamen destruatur tantùm sequenti post ictum instanti; certè cum existat adhuc ipso instanti contactus, necessariò agit; quippe aliquid vltimo instanti potest agere; adde quod illud ipsum repugnat manifestæ experientiæ; licèt enim aliquando destruatur totus impetus in globo impacto, quod sæpè accidit in ludo Tudiculario, nam illicò sistit pila eburnea; alius tamen globus velociter mouetur, cuius effectus rationem infrà adducemus.

Obijci posset tertiò inde sequi progressum in infinitum, nam a globus
a *Fig.* 1. *Tab.* 1. A impactus in globum B impellet eum æquali motu, & B in C etiam æquali, C in D, atque ita deinceps; modò illi globi ita statuantur, vt linea directionis per omnium centra rectà ducatur; Respondeo, vel illos

los omnes globos ita esse contiguos, vt mutuo contactu se inuicem tangant; vel aliquod spatium inter singulos intercipi; si primum, producitur impetus à potentia motrice in omnibus, si sufficiens est; non verò vnus globus in alio, vt constat; sicut duo pondera simul attollo, quorum vnum alteri incumbit: si verò non se tangant, dico antequam A impingatur in B, dum spatium illud interiectum percurrit, amittere aliquid impetus: idem dico de B, & C, vnde si nihil impetus in eo primo motu periret & linea directionis omnium centra perfectè connecteret; ita vt omnium ictus illi omnino sine vlla deflexione responderent; haud dubiè non possent esse tot globi, quin posset alius addi, qui ab vltimo pelleretur; sed vix illa omnia de quibus suprà possunt obseruari; Hinc tamen facilè vna pars aëris aliam pellit, quod distinctè videmus in aqua; sed de his aliàs, sufficiat modò propositam obiectionem inde manere solutam.

Theorema 61.

Globus maior impactus in minorem imprimit illi intensiorem impetum, & velociorem motum per Th. 48. *&* 47. Nec est quod aliqui opponant Principium illud mechanicum; id est, nullum corpus posse maiorem velocitatis gradum alteri corpori imprimere; eo scilicet gradu, quem ipsum habet; nec enim inuenio Principium illud apud eos Mechanicos, qui mechanica momenta suarum demonstrationum momentis confirmant; quî porro fieri potest, vt principium illud admittatur, quod manifestæ experientiæ repugnat? Quis enim non vidit vel maius saxum in aliud etiam tardo motu impactum maiorem motum, & impetum imprimere? quis non vidit maiores illas onerarias naues etiam pigro, & tardo motu labentes maximum impetum minori occurrenti cymbæ etiam imprimere? Rationem habes in Th. 47. sed dices; igitur aliquis velocitatis gradus nullam habet causam; igitur est à nihilo, quod dici non potest. Respondeo, plures partes impetus non produci in minore globo, quàm sint in maiore; igitur nulla pars est impetus minoris globi, quæ sui causam sufficientem non habeat; sed cum partes impetus maioris globi distribuantur pluribus partibus subiecti, faciunt remissum impetum, igitur & tardum; cum scilicet impetus vnius partis non iuuet motum alterius per Th. 37. at verò cum partes impetus producti in minore globo distribuantur paucioribus partibus subiecti, faciunt intensiorem impetum; igitur velociorem motum, quippe omnes producuntur ab omnibus illis actione communi per Ax. 17. num. 1. quid clarius.

Theorema 62.

Globus minor imprimit maiori remissiorem impetum & tardiorem motum & æqualis, æquali æqualem; hæc omnia probantur per Th. 60. & præcedentia.

Theorema

Scholium.

Obseruabis primò, vtrumque globum esse eiusdem materiæ ; si enim sint diuersæ materiæ, secùs accidit, quàm diximus ; si v. g. æneus minor pellatur ab eburneo maiore, maiorem motum hic illi non imprimet ; licèt enim sit maior extensio eburnei ; est tamen minus pondus; igitur pauciores partes.

Secundò, eos globos accipiendos esse, quorum partes, vel non auolent ab ictu, vel non comprimantur ; comprimuntur in plumbeis, æneis, & auolant in vitreis ; cum enim fit compressio, vel partium diuisio, destruitur multùm impetus.

Tertiò reiice commentum illorum, qui dicunt corpus illud esse majoris velocitatis capax, quod plures habet partes materiæ sub eadem quantitate ; nam supposita eadem resistentiæ ratione, omne corpus est capax illius velocitatis, cuius aliud est capax;cum nullus sit motus,quo non possit dari velocior, & tardior, vt dicemus infrà ; immò sit globus plumbeus 12. librarum, sit eburneus eiusdem diametri 2. librarum, v. g. haud dubiè eadem potentia producet intensiorem impetum in eburneo, vt patet experientia, & ratio constat ex dictis ; quasi verò sit aliqua materiæ inertia, quæ motum respuat ; licèt fortè maior sit proportio resistentiæ medij comparatæ cum globo eburneo, quàm comparatæ cum plumbeo ; sed de resistentia de percussione, & de spatio agemus infrà.

Theorema 63.

*Omnis globus, qui in alium,qui mouetur impingitur, dum hic mouetur,velocius mouetur eo &c.in quem impingitur.*patet;alioquin numquam assequi posset, quod ex ipsis terminis constat.

Theorema 64.

Ex hac hypothesi globus impactus producit in alio nouas partes impetus ; quia impeditur eius motus, igitur vt tollat impedimentum, agit ad extra per Th. 44.

Theorema 65.

Hic impetus nouus productus minor est eo qui produceretur in eodem globo immobili : ratio est ; quia si sisteret, maius esset impedimentum, quia totum motum impediret, cuius tantùm partem impedit, dum mouetur, licèt paulò tardius ; igitur minus agit ad extra per Th. 49.

Theorema 66.

Mobile adhærens alteri mobili à tergo ; dum vtrumque æque velociter feratur nullum producit in eo impetum. Probatur, quia mobile quod præit, non impedit motum subsequentis ; igitur nullum impetum ab eo accipit per Th. 48.

Theorema 67.

Hinc paradoxon egregium si quod aliud ; globus percussus ab alio eadem semper velocitate mouetur , siue moueretur instanti percussionis , siue sisteret. v. g. sit globus A quiescens , cui imprimantur ab alio B 40. gradus velocitatis : id est æqualis impetus impetui percutientis , iam verò moueatur A, cum 20. grad. velocitatis , & B, qui mouetur cum 40. impingatur, certè cum impediatur tantùm subduplum motus , producetur tantùm subduplum impetus,id est 20. qui si addantur 20.grad. erunt 40. quæ omnia constant per Th.49.48.&c.

Corollarium 1.

Hinc æquale semper spatium percussus globus conficit , siue ante percussionem moueretur,siue quiesceret.

Corollarium 2.

Hinc si secundò percutiatur idem globus , spatium totum, quod percurrit tùm à primò, tùm à secundo ictu est maius eo , quod à primo ictu confeciſſet,si non fuiſſet secundò percussus;maius inquam segmento spatij interiecto inter primum & secundum ictum.

Corollarium 3.

Hinc reiicies aliquos , quorum sententiam habes apud Doctum Merſemium,*in prop. 20. phæn. mech. quorum sunt hæc verba ; si malleus pilam currentem eodem , ac anteà modo percutiat,nonam sui motus partem ; si verò currentem tertia vice percutiat , vnam vigesimam septimam sui motus partem ei tribuet , atque ita deinceps.* Supponit primò hæc sententia malleum esse duplum pilæ percussæ. Secundò,malleum imprimere pilæ subduplæ subtriplum motum ; quod falsum est, vt constat ex Th 6. & Coroll. 1. Præterea , licèt in primâ percussione imprimeret tantùm prædictæ pilæ subtriplum impetum , in secunda percussione maiorem imprimeret post longiorem motum,vbi iam ad quietem propiùs accedit ; minorem verò paulò post initium motus,vt constat ex dictis , & ex ipsa experientia ; potest quidem in aliquo puncto sui motus secunda vice percuti , in quo subtriplum tantùm motum imprimet ; hoc est eo instanti, quo tantùm amisit tertiam sui impetus partem ; tùm deinde in tertia percussione potest tantùm $\frac{1}{27}$ motus partem illi tribuere ; eo scilicet instanti , quo tantùm amisit $\frac{1}{27}$ sui impetus partem ; sed in alijs temporis punctis longè alia erit impetus producti ratio ; Igitur tota hæc progressio gratis omninò fuit excogitata.

Corollarium 4.

Hinc etiam post secundam percussionem æquale spatium conficier alteri,quod iam confecit post primam æqualibus temporibus;igitur æqualis est velocitas vtriusque motus ; quia scilicet,si est æqualis impetus , est qualis motus:Ex his maximam earum dubitationum partem soluere poteris quæ in eadem Merſenni propositione continentur reliquas verò ex dicendis infrà.

Corollarium 5.

Ex dictis etiam colliges diuersas percussionum rationes supposita diuersa ratione ponderum globi percutientis, & percussi; cum enim impetus productus sit æqualis per se impetui producenti, per Th. 60. modò debita fiat applicatio, de qua in Th. 50. si percutiens sit duplus percussi, supposita eadem materia, motus percussi erit duplò velocior; quia impetus erit duplò intensior, vt constat ex Th. 61. si verò sit quadruplus, quadruplo, &c. Igitur velocitates motuum sunt in ratione ponderum permutando.

Theorema 68.

Si corpus percussum sit oblongum, & percussio fiat in centro grauitatis eiusdem corpois; producitur impetus in percussio æqualis impetui percutientis; sed opus est aliqua figura: Sit corpus A D, a parallelipedum; diuidatur æqualiter in E ita vt E sit centrum grauitatis; si percussio fiat in E per lineam perpendicularem H E, producetur impetus in corpore A D æqualis impetui corporis percutientis; quia scilicet à corpore A D non potest maius esse impedimentum; igitur agit quantùm potest impetus corporis percutientis per Th. 50. igitur producit æqualem per Th. 69.

a *Fig.* 3. *Tab.* 1.

Theorema 69.

Si percussio fiat in F *per lineam perpendicularem* I F, *minus erit impedimentum, quàm per* H E, Quia si per H E, moueri tantùm potest motu recto, si per I F, etiam motu circulari circa aliquod centrum; sed hic motus est facilior quam ille; igitur minus est impedimentum; (suppono autem cylindrum BC vtroque modo moueri posse ab applicata potentia) igitur minùs impetus producitur, si percussio fiat per I F, quàm si fiat per L K: In qua verò proportione sit minus impedimentum, & minori opus impetu, posito eodem potentiæ nisu, determinabimus facilè aliàs; vt etiam demonstrabimus circa quod centrum hic circularis motus fieri debeat.

Scholium.

Ex duobus capitibus minus esse potest impedimentum; primum est, quod petitur à puncto contactus, secundum à linea incidentiæ; v. g. si accipiatur punctum E, in quo est centrum grauitatis corporis A D, & in eo fiat percussio; maximum est impedimentum ratione puncti contactus, in quo fit percussio; si verò percussio fiat per lineam perpendicularem H E, maximum est impedimentum, ratione lineæ; si autem ex vtroque capite simul accidat impedimentum, maximum est omnium; iam verò si accipiatur punctum E, & linea percussionis M E; minor est percussio ratione lineæ non puncti; accipiatur punctum N, & linea percussionis M N, minor est percussio ratione puncti non lineæ, accipiatur punctum N, & linea I N, minor est percussio ratione vtriusque; si demum accipiatur punctum E, & linea M E, minor est percussio ratione

tione lineæ non puncti ; accipiatur punctum N linea percussionis MN, minor est percussio ratione puncti non lineæ ; si accipiatur punctum N, & linea I N , minor est percussio ratione vtriusque : si demum accipiatur punctum E & linea H E , maior est percussio ratione vtriusque ; igitur sunt quatuor coniugationes ; seu quatuor classes diuersarum percussionum.

Hinc compensari potest ratione vnius quod deest ratione alterius, v. g. si fiat percussio in puncto E per lineam M E , potest sciri punctum inter E D , in quo percussio per lineam perpendicularem sit æqualis percussioni per lineam M E ; sed de his infrà in lib. 10. cum de percussione , determinabimus enim vnde proportiones istæ petendæ sint , & demonstrabimus totam istam rem , quæ multùm curiositatis habet , & vtilitatis.

Determinabimus etiam dato puncto percussionis F v. g. cum sequatur motus vectis, quodnam sit centrum vectis seu huius motus.

Hinc demum sequitur, ne hoc omittam, data minimâ percussione per lineam M N dari posse adhuc minorem per lineam I N , & alias inclinatas ; & data percussione per lineam quantumuis inclinatam , posse dari æqualem per lineam perpendicularem ; & data per lineam perpendicularem extra centrum grauitatis E , posse dari æqualem ; & in qualibet data ratione per aliquam inclinatam , quæ cadat in E , sed de his fusè suo loco.

Theorema 70.

Corpus oblongum parallelipedum percutiens aliud corpus , putà globum , motu recto per lineam directionis , quæ producta à puncto contactus ducitur per centrum globi, dum fiat contactus in centro grauitatis parallelipedi, maximum ictum infligit , seu agit quantùm potest. v. g. [a] sit parallelipedum EB ; quod moueatur motu recto parallelo, lineis C D , H G , &c. sitque globus in D; haud dubiè agit quantùm potest , quia scilicet est maximum impedimentum per Th. 68. Tam enim globus in D impedit motum parallelipedi, quàm parallelipedum motum globi impacti per lineam I D; impedit inquam ratione oppositionis ; quia centra grauitatis vtriusque concurrunt in eadem linea ; igitur si maximum est impedimentum , agit quantùm potest Th. 50. hinc producitur impetus æqualis per Th. 60.

[a] *Fig. 4 Tab. 1.*

Theorema 71.

Si percussio fiat in G , id est si globus esset in G , producetur minor impetus, & in M adhuc minor ; vt constat ex dictis in superioribus Theorematis; in qua verò proportione determinabimus aliàs.

Theorema 72.

Si corpus percutiens non sit parallelipedum, sed alterius figuræ v.g. [b] *trigonon* , A D E, sitque maioris facilitatis gratia Orthonium ; eiusque motus sit parallelus lineis E D, B C : sit autem D A dupla D E ; sitque diuisa tota D A æqualiter in C , in C non erit maximus ictus ; quia in C non

[b] *Fig. 5. Tab. 1.*

est centrum grauitatis, vt patet; vt autem habeatur centrum impressionis; assumatur A N media proportionalis inter totam A D, & subduplum A C; certè cum triangulum A N O sit subduplum totius A D E, vt constat ex Geometria, & æquale trapezo N D E O; erit impetus in vtroque æqualis; igitur in N erit centrum impressionis, vel impetus; vt autem habeatur centrum percussionis; in quo scilicet maximus ictus infligitur, inueniatur centrum grauitatis H, ducaturque K H I parallela D E, centrum percussionis erit in I; quippe in I totus impeditur impetus grauitatis vtrimque, cum sit in æquilibrio; quomodo verò inueniatur punctum H facilè habetur ex Archimede, ductis scilicet A F, D B, quæ diuidant bifariam æqualiter D E, E A; vel assumpta A I dupla I D, quod demonstrabimus in Mechan.

Theorema 37.

Si circa centrum immobile rotetur corpus parallelipedum C A, *diuersa est ratio percussionum ab ea, quàm suprà proposuimus*; moueatur enim circa centrum C, [a] fitque C A diuisa bifariam in B, haud dubiè punctum A faciet arcum A E eo tempore, quò punctum B faciet B D subduplum A E; igitur punctum A duplò velociùs mouetur quàm B, vt constat; igitur habet duplò maiorem impetum; cum effectum habeat duplò maiorem per Ax. 13. n. 4. igitur cum totus motus segmenti A B sit ad totum motum segmenti B C, vt spatia acquisita; certè spatia acquisita sunt vt arcus; igitur & trapezus B A E D, continet $\frac{1}{4}$ totius C A E, vt constat; sunt enim sectores similis in ratione duplicata radiorum; igitur totus motus segmenti B C subquadruplus motus totius C A; igitur & impetus; vt autem habeatur centrum impressionis, vel impetus; sit sector C H I, subduplus totius C A E quod quomodo fiat, patet ex Geometria; accipiatur tantùm subdupla diagonalis quadrati lateris C A, igitur in puncto H est centrum impressionis, seu media proportionalis inter totam C A, & subduplam C B: vt autem habeatur percussionis, assumatur C Y dupla Y A; Dico punctum Y esse centrum percussionis; quia perinde se habet, atque si esset trianguli cadentis ictus, vt demonstrabimus aliàs nunc tantùm indicasse sufficiat.

[a] *Fig. 6 Tab. 1.*

Corollarium 1.

Hinc etiam soluetur, quod proponunt aliqui; seu potiùs quærunt; in quâ scilicet parte maiorem ictum infligat ensis; si enim sit eiusdem crassitiei in omnibus suis partibus, idem dicendum est quod de cylindro C A; si verò in mucronem desinat, inueniemus etiam centrum percussionis.

Corollarium 2.

Huc etiam reuoca clauarum ictus, vel aliorum corporum, quæ ad instar seu conorum, seu pyramidum versus mucronem maiora sunt, vel densiora; quippe ex iacto suprà principio istorum omnium effectuum rationes demonstrabimus.

Coroll.

Corollarium 1.

Colligemus etiam quid dicendum sit de malleorum ictu ; sit enim malleus F æqualis malleo G (in his vna fere manubrij longitudinis habetur ratio) ducatur arcus N M, itemque O G ; ictus mallei G est ferè subduplus alterius, dum vterque malleus sit æqualis ; dixi ferè, quia motus totius mallei G non est omninò subduplus motus mallei F, quia scilicet trapezus O D est minor subduplo alterius N E ; quotâ vero parte sit minor facilè potest sciri opera Geometriæ : sed hæc omnia determinabimus.

Theorema 74.

Si daretur potentia motrix, quæ semper agere posset, impetus posset intendi in infinitum ; patet, quia quocumque dato motu potest dari velocior in infinitum ; igitur potest dari impetus intensior, & intensior in infinitum.

Scholium.

Hîc obserua nouum discrimen, quod intercedit inter impetum, & alias qualitates ; quæ fortè non possunt intendi in infinitum, ratio discriminis est, quia totus calor extensus in maiore subiecto non potest produci in minore, in quo eadem causa eumdem semper effectum producit ; quia scilicet agit vniformiter difformiter ; at verò impetus extensus in magno densoque malleo potest producere æqualem in maximâ ferè pilâ.

Theorema 75.

Impetus similis, id est, ad eamdem lineam determinatus, & æqualis in intensione, non potest intendere alium similem ; Probatur, quia agit tantùm ad extra, vt tollat impedimentum per Th. 44. sed eorum mobilium, quæ versus eamdem partem pari velocitate mouentur, neutrum impedit alterius motum, vt constat ; igitur impetus similis, &c.

Scholium.

Obserua de impetu simili id tantùm dici ; simili inquam id est non modò eiusdem intensionis ; sed etiam eiusdem lineæ : si enim alterum desit, haud dubiè similis impetus non est ; sic impetus quatuor grad. intendere potest impetum duorum graduum ; licèt vterque ad eamdem lineam sit determinatus ; si verò ad diuersas lineas determinentur ; etiam impetus vt duo potest intendere impetum vt quatuor.

Obseruabis præterea hoc Theorema ita esse intelligendum, vt impetus mobilis præeuntis nullo modo impediatur ; alioquin mobile succedens omninò aliud vrgeret, vt constat.

Corollarium.

Hinc simile potest in aliquo casu agere in simile ; vnde rectè colligo id tantùm dictum esse ab Aristotele de qualitatibus alteratiuis ; quid verò accidat, cum mobile graue mobili alteri superponitur ; dicemus infrà.

Theorema 76.

Extensio impetus respondet extentioni sui subiecti, scilicet mobilis; cum enim extra subjectum esse non possit, cum sit qualitas; certè ibi est, vbi subjectum est; nam penetratur accidens cum ipso subjecto.

Scolium.

Obseruabis qualitatem omnem ita suo subjecto coëxtendi, vt æqualem omnino quodlibet eius punctum, seu pars extentionem habeat extentioni puncti, seu partis sui subjecti; nec enim alliud est, vnde possit determinari extentio qualitatum, præter ipsam extensionem subjecti; quod maximè in impetu videre est, cuius partes in mobili denso minori extentioni subjacent, quàm in mobili raro; cum ex maiore ictu seu percussione in mobili denso plures impetus agentis partes esse constet; quia scilicet sunt plures partes subiecti.

Theorema 77.

Datur impetus altero impetu perfectior secundum entitatem; dixi secundum entitatem; quia iam dictum est suprà dari perfectiorem secundum intensionem; huius Theorematis veritas mihi maximè demonstranda est, ex quo tàm multa infrà deducemus; sic autem probamus; Quotiescunque mouetur corpus, producuntur saltem tot partes impetus quot sunt partes mobilis per Th. 33. Quotiescunque producuntur in mobili tot partes impetus quot sunt in mobili partes subjecti, mouetur mobile, modó non impediatur; quia posita causa necessaria, & non impedita per Ax. 11. ponitur effectus, quod de omni causa, sed de fotmali potissimum dicidebet; præterea datur aliquod pondus, quod data potentia sine mechanico organo mouere non potest, licèt cum organo facilè moueat; hæc hypothesis certa est; igitur cum mouet, producit tot partes impetus quot sunt necessariæ, vt omnibus partibus mobilis distribuantur per idem Th. 33. cum verò non mouet, non producit tot partes impetus vt constat ex dictis; igitur producit plures cum organo in mobili, quàm sine organo; igitur imperfectiores, quod demonstro: sit enim [a] vectis B F, cuius centrum seu fulcrum sit in A, potentia in B, pondus G, quod attollitur in F; plures partes impetus produci possunt in F, vel in E, quàm in B, scilicet in ipso pondere; quia pondus quod non potest attolli in B, attollitur in E, vel in F, vt patet ex dictis; præterea punctum F mouetur tardius, quàm B; quia motus sunt vt arcus, arcus vt semidiametri, hæ demum vt A F, ad A B; igitur motus puncti F, est tardior, vel imperfectior; igitur impetus puncti F, est imperfectior impetu puncti B, per Ax. 13 num. 4. atqui non est imperfectior ratione numeri partium, igitur ratione entitatis, quæ imperfectior est; igitur datur impetus altero impetu imperfectior.

[a] Fig. 7. Tab. 1.

Scholium.

Obseruabis primò multa hîc supponi seu desiderari, quæ pertinent ad propagationem impetus, de quibus infrà; Secundò hoc Theorema per

per Axioma illud Metaph. probari, *Data quacumque creatura dari potest perfectior, vel imperfectior.*

Tertiò, si dato quocunque motu potest dari tardior: igitur dato quocunque impetu potest dari imperfectior.

Quartò, si daretur punctum impetus in intensione: non posset dari motus tardior in infinitum sine diuersis gradibus perfectionis.

Quintò, sine hac diuersa impetus perfectione non posset explicari productio continua impetus, quæ fit temporibus inæqualibus, neque destructio eiusdem impetus; nec motus in diuersis planis inclinatis, vel in diuersis lineis citra perpendicularem, sed de his omnibus suo loco.

Sextò, Denique ratio proposita rem istam euincit; cum enim in motu vectis plures partes producantur versus centrum, scilicet, in maiori pondere, quod attollitur; & cum hæ habeant motum tardiorem, sequitur necessariò esse imperfectiores.

Theorema 78.

Dato quocumque impetu dari potest imperfectior, & imperfectior; quia dato quocumque motu dari potest tardior, ergo dato quocumque impetu imperfectior.

Theorema 79.

Non potest explicari tarditas motus sine diuersa perfectione impetus, per pauciores scilicet eiusdem impetus partes. Primò, quia cum retardari possit hic motus, & destrui successiuè hic impetus; cumque instantia motus velocioris sint breuiora; certè initio motus, breuiori scilicet tempore imperfectior impetus destrui tantùm potest; cum enim æqualis æqualibus temporibus; certè inæqualis inæqualibus. Secundò quia vix explicari potest quomodo duæ formæ homogeneæ in eodem subiecti puncto existere possint, quod etiam in commune est calori, lumini, &c.

Theorema 80.

Cum applicatur potentia centro vectis, non producitur æqualis impetus versus circumferentiam in omnibus partibus, sed maior versus eandem circumferentiam, quia est maior motus.

Corollarium 1.

Hinc difficiliùs attollitur pertica[a] C A ex puncto C motu circulari, quàm ex puncto B motu recto; quia scilicet, cum motu recto ex puncto B attollitur, omnes partes mouentur motu æquali; igitur impetus æqualiter omnibus distribuitur; igitur modò producantur tot partes impetus, quot sunt partes in mobili; haud dubiè attolletur: at verò, cum motu circulari ex puncto C attollitur, omnes partes inæquali motu attolluntur; igitur plures sunt necessariæ, vt attollatur motu circulari; igitur difficiliùs iuxta experimentum; adde quod cum applicatur potentia in C, punctum A, maius momentum habet, de quo aliàs. [a] *Fig. 6. Tab. 1.*

Corollarium 2.

Hinc ratio euidens illius experimenti, quo manifestè constat pertica-

cam

cam C A, ex A, facilius attolli motu recto, quàm circulari; cum scilicet cuiusdam quasi reflexionis opera eodem tempore vtraque extremitas æquali motu attollitur.

Theorema 81.

Fig.7. Tab.1. *Si verò applicetur potentia extra centrum vectis v. g. in* F, *posito centro in* A, *producitur impetus minor ab* F, *versus* A; *ab vero versus* E, *producitur eiusdem perfectionis proportionaliter, cuius est ab* F, *versus* A; denique ab E, versus B, producitur quidem vnum punctum, vel vnus gradus impetus eiusdem perfectionis cum eo, qui productus est in F, & in E (supponitur enim ex. gr. vnus tantùm gradus in F, & in E, productus) at verò producuntur alij imperfectiones. v. g. in D, præter æquè perfectum producuntur 3. alij adæquantes perfectionem prioris; in C verò, præter 4. similes ijs, qui sunt in D, producuntur 5. alij adæquantes prioris perfectionem in B 7; atque ita deinceps per numeros impares, & quadrata, nullus tamen producitur perfectioris entitatis.

Theorema 82.

Determinatur hæc diuersa perfectio impetus à diuersa perfectione motus, quatenus fit tali modo; quæ non potest explicari per impetum remissiorem, vel intensiorem; nam cum sit tantùm impetus institutus propter motum; certè ille tantùm impetus produci potest, ex quo potest sequi motus; igitur si tali tantùm motu data pars mobilis moueri potest; haud dubiè talis tantùm impetus, ex quo sequitur talis motus, in ea producetur, & tali modo.

Theorema 83.

Perfectio impetus non petitur tantùm à perfectione motus si consideretur seorsim entitas eiusdem impetus; sed debet comparari tota collectio omnium partium impetus, quæ insunt datæ parti subiecti, cum tota collectione partium quæ alteri porti mobilis insunt; quippe plures partes impetus possunt habere eum motum, vel potius eam motus perfectionem, quam pauciores haberent; igitur perfectio illarum est ab ipso motu, quatenus cum ipso partium numero comparatur.

Theorema 84.

Impetus perfectus producere potest imperfectum; patet in vecte; nam potentia, seu pondus extremitati appensum producit in se impetum, à quo deinde impetus in toto vecte producitur per Th.42. sed impetus ponderis appensi est eiusdem perfectionis cum impetu producto in ipsa vectis extremitate, ex qua pendet; cum sit vtriusque æqualis motus; sed versus centrum eiusdem vectis producitur impetus imperfectior per Th.82. igitur imperfectus à perfecto producitur.

Theorema 85.

Impetus perfectus nunquam producitur ab imperfecto, per Ax.3. num.2. adde quod nunquam effectus perfectio superat perfectionem causæ; dixi perfectum ab imperfecto; scilicet si consideretur perfectio ratione entitatis;

titatis; cum reuerâ, vt dictum est suprà, remissus producat intensum, quod in vecte clarissimum est; quippe momentum applicatum in F, quod tardiùs mouetur deorsum, quam B, sursum, vt patet, habet impetum remissiorem, qui tamen producit in B, intensiorem: Pro quo, obseruabis impetum imperfectum cum alio perfecto actione communi agentem posse concurrere ad producendum perfectum, vt patet; non tamen in ratione causæ totalis: similiter plures imperfecti simul concurrentes possunt producere perfectum; quia plures imperfecti conjunctim adæquant perfectionem alterius perfectioris singuli seorsim.

Obseruabis secundò præclarum naturæ institutum, quo factum est; vt cum vires hominum maiora pondera leuare non possint, si seorsim considerentur; cum organis tamen mechanicis conjunctæ nullum pondus quantumuis immane leuare non possint; quod certè nullo modo accideret, nisi plures partes impetus producerent neque plures producere possent, nisi minoris perfectionis essent; quia facilius producitur effectus imperfectus, quam perfectus per Ax. 13. num. 4.

Tertiò hinc optimè à natura prouisum est, vt motus tardior in infinitum esse possit; quod reuerâ fieri non posset, nisi dari posset impetus alio imperfectior.

Quartò, hinc quoque benè explicatur diuersitas impetus, quæ oritur tum à diuerso medio, tùm à plano inclinato, tùm ab aliis impedimentis, tùm à diuerso nisu eiusdem potentiæ, tùm maximè à diuerso applicationis modo; de quibus aliàs.

Quintò, si potentia applicata mobili immediatè illud moueat motu recto, vel in singulis punctis mobilis producitur vnum punctum impetus, vel plura; si primum, erit primus tantùm gradus maximæ perfectionis; ita vt perfectiorem producere non possit, ad quem est determinata potentia; imperfectiorem tamen impetu innato, de quo infrà; si verò secundum, producet in singulis partibus eumdem gradum perfectissimum cum aliis pluribus, vel paucioribus heterogeneis, & imperfectioribus.

Theorema 86.

Potentia naturalis grauium producit tantùm vno instanti ad intra vnicum punctum impetus in quolibet puncto subiecti; si tamen impetum producit, quod definiam lib. 20. *& si dentur puncta subiecti, quod ad præsens institutum non pertinet*; Probatur, quia frustrà essent plura puncta impetus; nec enim sunt multiplicandæ formæ sine necessitate, ratione &c. per Ax. 7. & 3. n. 1. Præterea non est, cur potius produceret 2. quàm 3. 4. &c. atqui quod vnum est, determinatum est per Ax. 5.

Theorema 87.

Potentia motrix animantium etiam vno instanti plura puncta, seu partes impetus in eadem parte subiecti producere potest; Probatur in proiectis, quorum impetus aliquando plùs, aliquando minùs durat licèt sensim singulis instantibus aliquid illius destruatur; determinatur autem

numerus punctorum, seu partium ab ea potentia, cui subest potentia motrix; quia modò maior est nisus, modò minor.

Theorema 88.

Eadem potentia inæqualibus temporibus impetum inæqualem in perfectione producit; accipiatur enim totum illud tempus, quo vnicum tantùm punctum impetus producit (vocetur instans) de quo in Th. 86; certè si in minori tempore agat, minùs aget, per Ax. 13. num. 4. sed non potest minùs agere ratione numeri, vt patet; igitur ratione perfectionis.

Scholium.

Obseruabis sine hoc Theoremate explicari non posse accelerationem motus naturalis, vel augmentum impetus, vt videbimus.

Theorema 89.

Impetus violenti, qui sensim destruitur in proiectis, positis iisdem circumstantiis medij, & resistentiæ, minori tempore minùs destruitur; plus verò maiori: Quia hæc destructio habet causam; nam quidquid destruitur, ad exigentiam alicuius destruitur, per Ax. 14. num. 2. igitur minori tempore minùs destruitur per Ax. 13. 4. alioquin totus simul deberet destrui.

Scholium.

Obseruabis etiam sine hoc Theoremate non posse explicari destructionem impetus violenti, vt videbimus infrà.

Corollarium 1.

Hinc, quò potentia diutiùs manet applicata (putà malleo) percussio maior est.

Corollarium 2.

Hinc, quò impedimentum diutiùs manet applicatum, illa destructio est maior.

Corollarium 3.

Hinc præclara eruitur ratio, cur maior lapis, quàm minor impactus maiorem ictum infligat; licèt tot partes impetus eodem instanti produeantur in vno, quot in alio: quia scilicet diutiùs manet applicatus potentiæ; sed hanc rationem explicabimus fusè lib. 10. cum de percussione.

Theorema 90.

Impetus propagatur necessariò per totum corpus impulsum, seu proiectum.

Probatur; quia cum omnes eius partes moueantur, nec vlla sine impetu moueri possit per Th. 18. & 33. cum etiam potentia motrix non sit omnibus immediatè applicata, vt constat; certè sine propagatione, vel diffusione non potest explicari productio huius motus.

Scholium.

Obseruabis propagationem impetus, vel alterius qualitatis esse tantùm continuatam eiusdem productionem, quæ incipit ab ea parte, cui potentia est immediatè applicata, & propagatur, seu diffunditur per omnes alias donec ad vltimam perueniat eo modo, quo iam definio.

Theorema 92.

Illa progatio non fit per motum localem, ita vt pars impetus producta in prima parte subiecti transeat ad secundam, patet; quia cum impetus sit accidens per Th. 8. de subiecto in subiectum transire non potest per def. accidentis; de qua in Metaphysicâ; nec est quod aliqui dicant se nō posse concipere, quomodo id fiat sine motu locali; [a] cum ipsis etiam oculis quasi cernatur; cum enim percutis corpus oblongum A E, & cadit ictus in extremitatem A, corpus ipsum totum simul moues; igitur pars impetus, quæ recipitur in A, non migrat in E, sed hæc producitur in A, & alia in B, alia in C, atque ita deinceps.

[a] *Fig. 8. Tab. 1.*

Scholium.

Obseruabis ex hac propagatione impetus per analogiam rectè omninò explicari propagationem luminis, & aliarum qualitatum, de quibus suo loco.

Theorema 92.

In propagatione impetus prima pars A v. g. *non producit partem* B, *& hæc* C; *hæc verò* D, *atque ita deinceps*; Probatur. Primò, quia si hoc esset, omne corpus posset moueri à qualibet potentia; nam modò posset produci vnum punctum impetus, hoc etiam aliud produceret, & hoc aliud, atque ita deinceps. Secundò, Minimum granum superpositum rupi, totam ipsam rupem mouere posset. Tertio, Quia vel in omnibus, vel in nulla parte impetus producitur per Th. 33. Quartò, quia impetus mobilis projecti intenderetur; nam impetus vnius partis impetum alterius intenderet. Quintò, quia impetus partis B, tàm ageret in A, trahendo, quàm in C pellendo; cum impetus vtroque modo propagetur. Sextò, si applicaretur potentia in C, non video, cur impetus partis C, ageret potius versùs E, quàm versùs A? alioquin eadem pars impetus plures producere posset; igitur impetus potentiæ motricis sufficiens erit causa ad producendum totum alium. Septimò, tractionis impetus explicari non potest, si impetus vnius partis producat in alia impetum; alioquin daretur mutua actio infinities repetita, vt considerati patebit. Octauò, si impetus vnius partis producit in alia; sint duo globi contigui; igitur ille, qui impellit alium, reflecti posset, quod nunquam accidit quando sunt contigui.

Obseruabis illud quidem verum esse in motu recto, secus in circulari; nam cum cylindrus circa alteram extremitatem vibratus deorsum cadit; partes, quæ propiùs ad extremitatem immobilem accedunt iuuant motum aliarum, quæ longiùs ab eadem recedunt.

Theorema 93.

Impetus propagatur eodem instanti, id est, sine temporis successione. Probatur; sit enim applicata potentia in A, dico simul produci impetum in B C D E; quia si primo instanti produceretur in A, & secundo in B, vel A moueretur ante B, vel impetus in A esset fruſtrà; vtrumque est absurdum; nam totum A E, simul mouetur.

Theorema 94.

Tribus tantùm modis propagari potest impetus ratione intensionis. Primò si æqualiter omnibus partibus subjecti distribuatur; id est vniformiter. Secundò, si plùs partibus propioribus, & minùs remotioribus. Tertiò, è contra, si plùs remotioribus, & minùs propioribus; tribus etiam ratione perfectionis eo modo, quo diximus de intensione; at verò nouem modis propagari potest ratione vtriusque; patet ex regula combinationum; si enim 3. ducantur in 3. habebis 9. Iam superest, vt videamus, an reuerà omnibus istis modis impetus re ipsa propagetur; quod licèt difficile sit, & vix hactenus explicatum: Audeo tamen polliceri meum super hac re conatum non prorsus inutilem fore.

Theorema 95.

Impetus propagatur vniformiter in mobili, cuius omnes partes mouentur æquali motu; probatur, quia impetus non cognoscitur nisi per motum; igitur vbi est æqualis motus, debet esse æqualis impetus in omnibus partibus, id est æqualis graduum heterogeneorum collectio, in quo non est difficultas.

Scholium.

Obseruabis illud mobile moueri motu æquali secundum omnes sui partes, quod mouetur motu recto; quippe fieri non potest, quin omnes partes, quæ mouentur motu recto simplici, motu etiam æquali mouentur.

Theorema 96.

Cum duo corpora seſe mutuò tangunt, impetus in vtroque propagatur [a] sint Tab. 1. v. g. globi A & B, æquales sibi inuicem contigui in C, sit applicata potentia in D, non modò producet impetum in globo A, sed etiam in B: probatur primò, quia se habent per modum vnius, vt patet ex resistentia, nec enim A moueri potest sine B per lineam D E, quod certè clarissimum est; probatur secundò quia si A produceret impetum in B, duo globi, vel 3. vel 5. vel infiniti tantùm resisterent, quantùm vnicus globus, quod falsum & absurdum est. Tertiò, Ratio à priori est; quia ideo producitur, & propagatur impetus in toto A; quia vna pars non potest moueri sine alia per Th. 33. sed non potest A moueri nisi moueatur B; igitur in vtroque simul, & æqualiter propagatur impetus.

[a] Fig. 1.

Corollarium 1.

Hinc ratio manifesta cur maior sit resistentia duorum quàm vnius.

Collo

Corollarium. 2.

Hinc eadem vis requiritur ad sustinenda duo pondera; siue vtrumque seorsim humeris incubet, siue alterum alteri superponatur.

Corollarium 3.

Hinc percussio vel ictus globi B, cui alter A à tergo immediatè insistit maior est.

Corollarium 4.

Hinc pondus alteri superpositum actione communi cum alio grauitat in suppositam manum. v. g.

Corollarium 5.

Hinc potentia applicata in D, minùs impetus singulis imprimit.

Corollarium 6.

Hinc demum licèt impetus ratione intensionis sit æqualis in vtroque globo; attamen, si accipiatur numerus partium vtriusque impetus, impetus sunt vt globi v. g. si B est æqualis A impetus productus in B est æqualis producto in A, si B sit subduplus, vel subtriplus, impetus est subtriplus, vel subduplus; quorum omnium rationes patent ex Th. 96.

Corollarium 7.

Hinc etiam colligi potest manifestum discrimen, quod intercedit inter propagationem impetus, & aliarum qualitatum, quæ (vt vulgò dicitur) vniformiter difformiter propagantur, id est, æqualiter in æquali distantia, & inæqualiter inæquali.

Corollarium 8.

Hinc demum colligi potest non modò impetum produci in globo B v. g. verùm etiam in aëre ambiente, cui scilicet globus contiguus est; qui reuera aër facilè amouetur; tùm quia propter raritatem pauciſſimæ partes mouendæ sunt; tùm quia facilè diuiduntur, de quibus alias; tùm quia, ne detur vaçuum, spatium à tergo relictum occupare debet, quod reuerà præstat breui peracto circuitu, vt videre est in aqua; nec enim totus aër agitari debet; quis enim id consequi posset; tum denique, quia aër non grauitat in aëre, igitur cum non resistat vlla grauitatio, facilè moueri potest.

Theorema 97.

Cum applicatur potentia centro motus circularis, ita propagatur impetus, vt plures partes impetus continuò producantur versus circumferentiã; [a] sit enim cylindrus C A, fig. Th. 73. sit centrum motus C; haud dubiè plures partes impetus producuntur in B, quàm in C, & plures in A, quam in B; quia, cum pars B moueatur velociùs, quàm C, & A quàm B; certè, vbi est maior motus, vel effectus, ibi debet esse maior impetus, vel causa per Ax. 13. n. 4. quod autem sit maior motus, constat ex maioribus spatiis, vel arcubus æquali tempore confectis; quod verò sit impetus intensior

[a] *Fig. 6. Tab. 1.*

versùs circumferentiam, non perfectior, patet per Th. 8.

Theorema 98.

Intensio impetus propagati iuxta hunc modum se habet, vt distantia à centro motus; sint enim punctum B, & pnnctum A: ita se habet intensio impetus puncti A ad intensionem impetus puncti B, vt distantia A C ad B C. Probatur, quia cum impetus sint vt motus, motus vt spatia, spatia verò sint arcus A E. B D; arcus sunt, vt semidiametri A C, B C; igitur vt distantiæ quòd erat demonstrandum.

Corollarium 1.

Hinc si distantia C A est dupla distantiæ C B, impetus in A est duplus impetus in B: at verò impetus segmenti est ad impetum alterius, vt diximus in Th. 73.

Corollarium 2.

Hinc hæc propagatio fit iuxta progressionem arithmeticam id est, si in primâ parte versus centrum producitur impetus vt 1. in secunda producitur vt duo; in tertiâ vt tria, atque ita deinceps; quia proportio arithmetica est laterum, seu linearum.

Corollarium 3.

Hinc hæc propagatio est omninò inuersa illius, quæ aliis qualitatibus competit, vt patet.

Corollarium 4.

Hinc etiam manifesta ratio sequitur illius experimenti, quod proposuimus corol. 2. Th. 80.

Corollarium 5.

Hinc si tantùm habeatur ratio impetus, facilè potest determinari in qua proportione cylindrus faciliùs moueatur motu recto, quàm motu circulari; posito scilicet centro motus in altera extremitate, cui applicatur potentia; quippe impetus propagatus in motu circulari est summa terminorum; propagatus verò in motu recto est vltimus terminorum, v.g. sint sex puncta subiecti; in quolibet producatur impetus vt vnum; haud dubiè erit motus rectus; vt verò sit motus circularis in primo puncto; producatur vt 1. in secundo vt 2. in tertio, vt 3. atque ita deinceps; summa erit 21. cum tamen in motu recto essent tantùm 6. igitur vt se habent 21. ad 6. ita se habet facilitas motus recti ad facilitatem motus circularis.

Dixi, si tantùm habeatur ratio impetus; quia si addatur ratio grauitationis, seu momenti; haud dubiè maior erit adhuc difficultas, de quo infrà in Schol.

Corollarium 6.

Hinc quò longior est cylindrus, v. g. crescit proportio maioris illius facilitatis, vt patet inductione; nam si sint tantùm 2. puncta, proportio erit 3. ad 2.; sit tria 6. ad 3.; si 4. 10. ad 4. si 5. 15. ad 5.; si 6. 21. ad 6.

si 7,

si 7.28.ad 7;si 8.36.ad 8;si 9.45.ad 9;atque ita deinceps;ex quibus primò vides crescere semper proportionem. Secundò inter duplam, & triplam rationem,scilicet 6. ad 3. & 15. ad 5. intercedere $2\frac{1}{2}$; inter triplam & quadruplam intercedere $3.\frac{1}{2}$; inter quadruplam & quintuplam intercedere $4\frac{1}{2}$; atque ita deinceps.

Corollarium 7.

Colligo denique posse in motu recto cum maiore nisu produci intensiorem impetum in data ratione; [a] sit enim cylindrus A B,qui moueatur circa centrum A, percurrátque B, arcum B D; qui accipiatur vt recta, quæ à minimis arcubus sensu distingui non potest; haud dubiè si eo tempore,vel æquali, quo A B transit in A D; eadem A B, vel æqualis motu recto transeat in F D, Dico impetum huius motus esse duplò intensiorem impetu illius; quia impetus sunt vt motus; motus verò vt spatia,quæ percurruntur æqualibus temporibus; sed spatium rectanguli A D, est duplum trianguli A D B; igitur & motus; igitur & impetus;si verò A B transeat in E L, ita vt A F, sit dupla A E; impetus erunt æquales; quia rectangulum A C, est æquale triangulo A B D. [a] *Fig. 9. Tab. 1.*

Dixi arcum B D, accipi vt lineam rectam; Si enim accipiatur vt arcus; haud dubiè motus cylindri A B, dum transfertur in F D, est ad motum eiusdem A B, dum transfertur in A D, vt rectangulum A D, ad sectorem, cuius arcus sit æqualis rectæ B D, & radius ipsi A B.

Scholium.

Obseruabis primò, id quod suprà dictum est ita esse intelligendum, vt momentum grauitationis nullo modo consideretur, & prædictus cylindrus censeatur potiùs moueri in plano horizontali, à quo sustineatur, quàm in circulo verticali, in quo libera sit eius libratio, seu grauitatio.

Secundò, non posse sustineri cylindrum horizonti parallelum, nisi aliqua eius portio seu manu, seu forcipe, vel alio quouis modo accipiatur, v.g. sit [b] cylindrus A G horizonti parallelus; vt in hoc situ retineatur, debet aliqua eius portio putà A B, manu teneri,alioqui ne à potentiâ quidem infinita sustineri posset. [b] *Fig. 10. Tab. 1.*

Tertiò, si supponatur fulcitus in B; vt retineatur in æquilibrio,debet addi momentum in A; seu debet retineri ab ipsa potentiâ applicata in A.

Quartò,pondus in G se habet ad idem pondus in A, statuto centro in B,vt segmentum G B, ad B A, id est, vt 5. ad 1.

Quintò,si proprio pondere frangeretur B G, haud dubiè in B frangeretur; est autem momentum ponderis B G, vt subduplum eiusdem B G positum in G,vt demonstrat Galileus prop.1.de resistentia corp.sit enim B G, duarum librarum, sitque B G, diuisa bifariam in H; haud dubiè pondus in H, facit momentum subduplum eiusdem in G, vt patet; sunt enim vt distantiæ; igitur cum segmentum H G tantùm addat momenti supra H, quantùm detrahit H B; certè momentum totius ponderis B G,

est

est tantùm subduplum eiusdem positi in G; itaque sit B G, 10. librarum, æquiualet 5. libris statutis in G, & A B, vni libræ positæ in A; sed hæc libra in A, habet tantùm subquintuplum momentum eiusdem in G, igitur 5. libræ in A, æquiualent vni in G; igitur vt statuatur æquilibrium, debent esse 24. libræ in A, seu vires æquiualentes; quibus adde pondus absolutum 12. librarum; erunt 36. igitur resistentia ad motum circularem verticalem ex triplici capite oritur. Primò ex ipso pondere absolutè sumpto, quæ communis est motui propagationis. Secundò, ex momento eiusdem ponderis; Tertiò, ex tali genere propagationis, de quo suprà; quæ omnia sunt apprimè tenenda, ne quis error subrepat.

Theorema 99.

Cum applicatur potentia circumferentiæ motus circularis; ita propagatur impetus, vt plures partes versus centrum motus producantur in pondere, quod attollitur; sit enim idem [a] cylindrus C A; sitque applicata potentia in A, dico versus C, plures partes produci in pondere; Probatur, quia attollitur pondus in C, quod moueri non potest in A, operâ vectis A C, vt constat ex certa hypothesi; igitur plures partes impetus producuntur per rationem 6. & 7. Th. 77.

a *Fig. 6. Tom. 1.*

Scholium.

Scio quidem hoc ipsum à nemine hactenus, quod sciam, explicatum esse; atque fore vt à multis tanquam nouum, & insolens minùs fortè probetur: quamquam illa hypothesis hoc ipsum euincit, vulgaris certè, & nemini quasi non nota; qua nempè dicimus in omnibus partibus mobilis, quod actu mouetur, impetum produci; & si quando accidat corporis ingentem molem ab applicata potentia non posse moueri, illud esse tantùm, quòd non possint produci tot partes impetus, quot sunt necessariæ, vt omnibus partibus subjecti distribuantur; igitur ex hac hypothesi, quæ ex manifestis ducitur experimentis, necessariò dicendum est plures partes impetus versùs centrum vectis produci in pondere, quod attollitur, cuius propagationis proportionem infrà demonstrabimus.

Theorema 100.

Impetus, qui producitur versus centrum vectis in pondere, licèt crescat numero, decrescit tamen in perfectione. Probatur per Th. 81. ex motu imperfectiore, cui respondet impetus imperfectior per Ax. 17. num. 4. non ratione numeri, qui maior est per Th. 99. igitur ratione entitatis, seu perfectionis entitatiuæ.

Theorema 101.

Tota collectio impetus, quæ in pondere ex dato puncto vectis producitur, est ad aliam collectionem alterius puncti in perfectione, vt distantia illius puncti à centro, ad distantiam huius: probatur, quia perfectio vnius collectionis est ad perfectionem alterius, vt motus ad motum; motus verò sunt vt spatia, spatia vt arcus, arcus vt semediametri, hæ demum, vt distantiæ.

Theore

Theorema 102.

Impetus in ipso vecte sine pondere addito ita propagatur, vt sit imperfectior versus centrum vectis; probatur, quia pondus versus centrum mouetur minore motu, vt constat; igitur ab imperfectiore impetu; sed non est imperfectior tantùm ratione numeri, id est, pauciorum partium impetus; quia si hoc esset, a sit vectis A C, motus B, est subduplus motus A; igitur si est impetus eiusdem perfectionis entitatiuæ, vt sic loquar; ita se habet numerus partium impetus in B, ad numerum partium in A, vt motus B, ad motum A; & hic vt arcus B D, ad arcum A E; & hic vt B C, ad A C; igitur est subduplus; igitur æqualis omninò producitur impetus ab eadem potentia in vecte A C, siue applicetur centro C, siue circumferentiæ A; igitur æquè facilè; quod est contra experientiam; probatur secundò, quia si hoc esset, pondus idem tàm facilè attolleretur in A, quàm in B; quia idem impetus produceretur, quod est contra experientiam. a *Fig. 6. T. 1.*

Theorema 103.

Ex hoc facilè intelligitur, cur impetus propagetur facilius à circumferentia ad centrum, quàm à centro ad circumferentiam. & cur longior vectis ab eadem potentia moueri possit primo modo, non secundo, quod clarum est.

Theorema 104.

Decrescit impetus versus centrum iuxta rationem distantiarum; probatur quia decrescit iuxta rationem motuum; & hæc iuxta rationem distantiarum.

Theorema 105.

Non decrescit numerus partium impetus à circumferentia ad centrum; probatur, quia cum à circumferentia ad centrum ita propagetur impetus, vt vnicum tantùm punctum producatur in ipsa extremitate mobilis; certè non potest minùs impetus produci versus centrum ratione numeri; igitur non decrescit numerus; hinc producitur necessariò imperfectior versus centrum.

Theorema 106.

Non producuntur plures partes impetus in vecte versus centrum, id est, non sunt plures in puncto vectis propiùs ad centrum accedente, quàm in eo; quod longiùs distat: Probatur primò, quia frustrà essent plures. Secundò, cur potiùs in vna proportione, quàm in alia?

Theorema 107.

Ex his constat produci impetum æqualem numero in omnibus punctis vectis à circumferentia ad centrum, cum scilicet applicatur potentia circumferentiæ, probatur, quia non producitur numerus minor per Th. 105. neque maior per Th. 106. igitur æqualis; adde quod res explicari non potest per maiorem, neque per minorem; ita vt scilicet pondera, quæ à data potentia leuantur, sint vt distantiæ, de quo suprà.

Scholium.

Obseruabis, quod aliquando in mentem venerat; scilicet, versus centrum produci maiorem numerum in ratione distantiarum permutando; & imperfectiorem in ratione duplicata earumdem distantiarum, etiam permutando,[a] v. g. sit idem vectis A C sectus bifariam in B; in puncto B producitur numerus duplus producti in A; at verò perfectio impetus in B est ad perfectionem impetus in A, vt quadratum B C ad quadratum A C; vel in ratione subquadrupla, licèt tota collectio impetus B sit tantùm subdupla perfectione collectionis impetus A; sed hoc profectò dici non potest; nam sint in A 4. partes impetus; igitur in B erunt 8. applicetur autem pondus in B. Primò producentur in eo partes 8. impetus perfectionis subquadruplæ; si comparentur cum partibus A, tum producentur 16. quæ æquiualent 4 A; igitur 24. at verò in A producentur primò 4. tum deinde 2. quæ æquiualent 8. productis in B; igitur 6. igitur pondus, quod leuari potest in B, est ad pondus, quod leuari potest in A, vt 24. ad 6. id est, in ratione quadrupla quod omninò falsum est.

[a] *Fig. 6. n. 1.*

Theorema 108.

Iam facilè explicatur ex dictis, quomodo, & cuius rationis pondera attollantur ex diuersis punctis vectis; sit enim idem vectis A C, & producantur. v. g. in singulis punctis vectis singula puncta impetus, sed diuersæ perfectionis; haud dubiè plures partes impetus imperfecti possunt facere impetum æqualem in perfectione alteri, qui constat paucioribus, sed perfectioribus; igitur cum impetus B sit imperfectior duplò quàm impetus in A, duplò plures partes impetus producentur in B, quàm in A, ergo duplò maius pondus mouebitur; atque ita deinceps; cum enim apponitur pondus in B, producuntur in eo partes impetus omnes eiusdem perfectionis; quæ scilicet respondet B, id est, quæ est subdupla perfectionis impetus A; igitur plures partes producuntur, quàm si essent perfectionis A; sed pauciores quàm si essent perfectionis O, quæ minor est; quippe eadem potentia, seu causa, quæ agit quantum potest (quod suppono modò) producit æqualem effectum in perfectione, per Ax. 13. n. 4. sed æqualis perfectio potest constare pluribus, vel paucioribus partibus perfectionis, nam 4. pattes perfectionis vt 4. faciunt æqualem effectum alteri qui constat 8. partibus perfectionis vt 2. quod certum est; sed de his plura aliàs.

Theorema 109.

Perfectio decrescit versus centrum iuxta diuersam rationem longitudinum vectis, seu distantiarum. v. g. sit idem vectis A C, ita decrescit ab A versus centrum C, vt impetus puncti B sit subduplus in perfectione, puncti R subtriplus: iam verò sit vectis subduplus prioris B C, sectus bifariam in Z; si impetus productus in B, quę est extremitas minoris vectis B sit æqualis perfectionis cum impetu producto in A (& reuera sunt æquales) si æquali tempore percurrant arcus æquales, scilicet A V, & B D) certè impetus

petus productus in Z est æqualis producto in B, cum B pertinet ad maiorem vectem ; quia vt A C totus maior vectis est ad B C ita B C ad Z C : igitur decrescit perfectio versùs centrum iuxta rationem longitudinum.

Theorema 110.

Minima potentia est illa, quæ in extremitate vectis , quæ procul recedit à centro , vnam tantùm partem , vel vnum punctum impetus producit ; nihil enim minùs produci potest, posito quod potentia applicata ad talem gradum perfectionis sit determinata, id est ad producendum impetum talis perfectionis in ea parte subjecti, cui applicatur immediatè, vt suprà dictum est.

Theorema 111.

Si sint tantum duo puncta vel duæ partes vectis, illa potentia ad illum mouendum sufficiens motu circulari est ad aliam sufficientem ad illum mouendum motu recto, vt $\frac{1}{2}$ *ad* 2. si sint tria puncta vt 2. ad 3. si 4. vt 2. $\frac{1}{2}$ ad 4. si 5. vt 3. ad 5. si 6. vt 3. $\frac{1}{2}$ ad 6. atque ita deinceps iuxta hanc proportionem in quo non est difficultas , cum hoc totum sequatur ex Th. 109.

Scholium.

Obserua tamen quacumque data potentia posse dari minorem ; quia quocumque dato motu, etiam recto, potest dari tardior ; igitur quocumque impetu imperfectior; igitur quando appellaui potentiam minimam; intellige illam quæ comparatur cum vnico puncto impetus talis perfectionis ; hæc enim reuera minima est illarum omnium, quæ possunt producere impetum talis perfectionis , si verò comparetur cum impetu imperfectiore, haud dubiè minima non est.

Obserua præterea supposítum esse hactenus in extremitate vectis siue maioris, siue minoris , produci impetum eiusdem perfectionis , eiusque vnicum punctum, seu partem, vnde potentia quæ applicatur maiori vecti conuenit quidem cum ea, quæ applicatur minori in eo, quòd vtraque in extremitate sui vectis producat vnum punctum impetus eiusdem perfectionis ; differt tamen in eo , quòd illa, quæ applicatur maiori vecti , sit maior iuxta rationes prædictas in Theoremate. v. g. illa, quæ applicatur vecti 2. punctorum est ad eam, quæ applicatur vecti trium punctorum, seu partium, vt 1. $\frac{1}{2}$ ad 2. & si vectis sit 4. punctorum ad 2. $\frac{1}{2}$; si 5. ad 3. si 6. ad 3. $\frac{1}{2}$; si 7. ad 4. si 8. ad 4. $\frac{1}{2}$. Vides egregiam progressionem; sit enim vectis 2. punctorum A B, in puncto A, quod est extremitas , producatur punctum impetus datæ perfectionis; in B producetur aliud , cuius perfectio est subdupla prioris per Th. 109. igitur character, seu momentum totius impetus est 1. $\frac{1}{2}$. sit porrò vectis 4. punctorum C D E F, in C, quod est extremitas ; producatur vnum punctum impetus eiusdem perfectionis cum eo, quod productum est in A ; certè in D producetur aliud cuius perfectio erit ad priorem vt 3. ad 4. per idem Th. sic autem notetur $\frac{3}{4}$, in E $\frac{2}{4}$, in F $\frac{1}{4}$, in C vero $\frac{4}{4}$; perfectiones enim sunt vt longitudines;

gitudines; quæ si colligantur, habebis characterem totius impetus, 2 $\frac{1}{2}$: igitur totus impetus productus in minore vecte, qui constat 2. punctis, est ad impetum, qui producitur in maiore constante 4. punctis, vt 1. $\frac{1}{2}$ ad 2. $\frac{1}{2}$; igitur vectis maior maiorem potentiam ad mouendum ipsum vectem requirit; non certè in descensu; quippe suo pondere descendit, sed in plano horizontali; nisi enim potentia possit mouere vectem; haud dubiè nullum pondus vecte mouebit.

At verò si potentia sit tantùm dupla minimæ, quæ datum vectem mouere possit; haud dubiè dato illo vecte datum ferè quodcumque pondus mouere poterit; cum ipse vectis constet ferè infinitis punctis in longitudine, vt patet ex dictis, & consideranti patebit.

Obseruabis demum in mechanicis nullam ferè haberi rationem ponderis ipsius vectis; parum enim pro nihilo computatur: Ex his tamen erui possunt verissimæ rationes Physicæ proportionum vectis A H;[a] sitque A extremitas, H centrum; sitque B H $\frac{1}{2}$. C H $\frac{1}{4}$, D H $\frac{1}{8}$, E H $\frac{1}{16}$, F H $\frac{1}{32}$, G H $\frac{1}{64}$ pondus I applicetur in A, & moueatur; certè in B mouebitur pondus K duplum I; quia, cum impetus productus in B, sit subduplus in perfectione illius, qui producitur in A; vt æqualis producatur in B, & in A, debent produci in B duplò plures partes impetus; igitur duplò maius pondus mouebit; at verò in C mouebitur pondus L quadruplum I, in D octuplum, atque ita deinceps; donec tandem in G moueatur pondus, quod sit ad I vt 64. ad 1. & cum adhuc possint accipi inter G H, partes aliquotæ minores, & minores ferè in infinitum, non mirum est si pondus maius possit adhuc moueri.

[a] *Fig.* 11 *Tab.* 1.

Obseruabis etiam in omni vecte abstrahendo ab eius pondere, & applicata eadem potentia, hoc esse commune; vt possit quodcumque pondus attolli, licèt difficiliùs in minore; quia hic non potest in tam multas partes aliquotas sensibiliter diuidi, in medio tamen vecte duplum semper pondus mouetur; siue ipse vectis sit maior, siue minor.

Obseruabis deinde, si centrum vectis non sit in altera extremitate; sed. v.g. in C; haud dubiè producitur in H, & in B impetus æqualis; quia æqualiter distat vtrumque punctum à centro C; igitur æquale pondus mouebitur in B, & in H; propagatur tamen nouo modo à C versus H, de quo iam suprà dictum est.

Obseruabis denique triplicem propagationem impetus esse legitimam. Prima est in motu recto, cum propagatur per partes æquales, tùm in perfectione, tùm in numero in singulis partibus subjecti per gradus, scilicet heterogeneos. Secunda est in motu circulari, applicata scilicet potentia centro; cum propagatur per partes æquales in perfectione, & inæquales in numero. Tertia est in vecte, cum propagatur per partes æquales in numero, & inæquales in perfectione.

Theorema 112.

Impetus debet determinari ad aliquam lineam motus; probatur, quia non potest esse impetus, nisi exigat motum per Th. 14. nec exigere motum,

tum, nisi per aliquam lineam, vt patet; sed hoc est impetum esse determinatum ad aliquam lineam motus; præterea si non est determinatus ad aliquam lineam; igitur indeterminatus, & indifferens per Ax. 1. sed indifferens manere non potest; cur enim potius haberet motum per vnam lineam, quàm per aliam? igitur debet determinari.

Theorema 113.

Impetus ad plures lineas seorsim indifferens est: Probatur, quia idem impetus pilæ in aliam impactæ producit in ea impetum, qui pro diuerso contactu ad diuersam lineam determinari potest; præterea corpus graue in diuersis planis inclinatis descendit; igitur per diuersas lineas; deinde pila reflectitur propter impetum priorem, qui tantùm mutat lineam, vt dicemus infrà; adde quod funependuli vibrati impetus sine reflexione mutat lineam motus; igitur idem impetus ad plures lineas seorsim est indifferens.

Theorema 114.

Hinc idem impetus ad plures lineas potest determinari seorsim; quia ad eas potest determinari, ad quas est indifferens, vt patet; sed ad multas est indifferens per Theorema 113. igitur ad multas potest determinari.

Scholium.

Obseruabis primò determinationem hanc nihil esse aliud, nisi ipsum impetum cum tali linea comparatum, seu coniunctum; vnam verò lineam differre ab alia ratione terminorum v. g. illa quæ tendit versus ortum differt ab ea, quæ tendit versus austrum, vel occasum, scilicet ratione terminorum, sunt enim duo termini, nempè à quo, & ad quem; 4. autem modis differunt termini lineæ, vel enim neuter communis est vt [a] A B. DC, vel terminus à quo vtrique lineæ communis est, vt B A. B E, vel terminus ad quem vt A B, E B; vel denique vicissim commutantur termini, vt B E, E B, & hæc terminorum coniugatio facit oppositionem maximam, id est diametralem. [a] *Fig.* 12. *Tab.* 1.

Secundò obseruabis aliquando videri esse vtrumque terminum communem licèt differant lineæ; sit linea recta B E, habet communes terminos cum curua B F E, licèt omninò differat ab illa; at profectò licèt B E videatur esse vnica simplex linea duobus terminis clausa; constat tamen ex pluribus aliis continuata, rectáque serie iunctis; vnde, vt linea dicatur eadem esse cum alia, debet vna cum aliâ conuenire; ita vt alteri superposita nec excedat, nec deficiat.

Tertiò linea motus non differt ab ipso motu continuo tractu, seu fluxu quasi labenti: Porrò vnus motus differt ab alio, vel ratione velocitatis, vel ratione terminorum; sed hæc parum difficultatis habent.

Theorema 115.

Impetus aliquis ad vnam tantùm lineam potest esse determinatus; v. g. *impetus naturalis innatus, de quo in Th.* 17. *nam de acquisito certum est ad*

plures determinari posse, vt videbimus cum de motu reflexo; probatur quia motus deorsum est finis huius impetus; quia ideo corpus graue producit in se impetum (si tamen producit) vt tendat deorsum, vt certum est; tàm enim omne graue non impeditum tendit deorsum, quàm omnis ignis est calidus; igitur si est proprietas omnis ignis esse calidum, quia omni competit; ita omni graui competit tendere infrà leuius, modò non impediatur; igitur est eius proprietas; igitur ille impetus est determinatus ad lineam quæ tendit deorsum; sed de hoc impetu naturali innato fusè agemus infrà in secundò libro; nunc sufficiat dixisse posse dari aliquem impetum ita determinatum ad certam lineam, vt ad aliam determinari non possit naturaliter, nulla est enim repugnantia.

Theorema 116.

Impetus determinatur aliquando ad lineam motus à potentia motrice; probatur, quia primus impetus ab ipsa potentia productus sine impedimento ab alio determinari non potest; potentia porrò motrix vel est grauium, vel leuium, vel animantium, vel proiectorum, vel compressorum, &c.

Theorema 117.

Potentia verò motrix determinatur vel à suo fine intrinseco, vel potius ab ipsa sua natura; sic grauitas seu potentia motrix grauium determinata est ad motum deorsum perpendicularem, dum in medio libero corpus graue mouetur; vel à plano inclinato; pro cuius diuersa inclinatione diuersa est linea motus deorsum; vel ab ipsa via, seu exitu patefacto; sic potentia motrix compressorum suas vires exerit, & mobile ipsum agit, quâ patet viâ, sursum, deorsum &c. vel ab appetitu seu libero, seu sensitiuo; sic potentia progressiua animantium eò corpus agit, quò iubet appetitus, vel ab aliqua affectione intrinseca intrinsecùs vel extrinsecùs aduenient; sic dilatatur pupilla, vel contrahitur pro diuersa luminis appulsi vi, vel obiecti distantia: Huc reuoca motus illos naturales, qui animalibus competunt v. g. tussis, singultus, sternuationis, &c. de quibus fusè suo loco.

Theorema 118.

Impetus determinatur aliquando ad lineam ab alio impetu producente, sic impetus corporis proiecti determinatur ab impetu vel organi vel manus proiicientis; quia nihil est aliud à quo determinari possit, vt patet; adde figuram organi, dispositionem seu situm mobilis, quod manu tenetur; impedimenti etiam habetur ratio v. g. corpus oblongum proiici potest, vel motu recto ad instar teli, vel motu mixto ex recto & circulari; cum scilicet diuersimodè vibratur: si enim altera extremitas adhuc hæreat in manu, dum altera mouetur, vt cum quis baculo ferit; tunc certè est aliquòd impedimenti genus, ex quo oritur talis linea motus; illud autem impedimentum emergit ex diuersa applicatione diuersaque brachij vibratione, quæ omnia sunt satis clara.

Theore-

Theorema 119.

Impetus determinatus ad vnam lineam potest ad aliam in suo fluxu determinatu; vt patet in corpore reflexo; nec enim dici potest totum priorem impetum in ipso reflexionis puncto destrui, vt demonstrabimus aliàs. Probatur etiam ex impetu proiectorum, quæ mutant lineam motus manente adhuc priore impetu saltem ex parte.

Theorema 120.

Corpus proiectum in aliud ita illud impellit, vt determinet lineam motus ratione puncti contactus; Sit enim, ne multiplicemus figuras, [a] globus, cuius linea directionis sit D C, punctum contactus C, ita globus A impellet globum B, vt linea motus, ad quam determinatur, sit C B, id est ducta à puncto contactus ad centrum globi impulsi; sit etiam globus P [b] impactus in globum A punctum contactus sit D, linea motus, ad quam determinatur, est D A, quæ scilicet à puncto contactus ducitur per centrum grauitatis corporis impulsi: experientia huius rei certa est, nec ignorant qui in ludo minoris tudiculæ versati sunt; ratio autem inde tantùm duci potest, quod scilicet ab ipso puncto contactus ita diffunditur impetus, vt hinc inde æqualiter in vtroque hemisphærio diffundatur; coniungitur autem vtrumque hemisphærium circulo A, vel B, in priore figura, estque vtriusque communis sectio; cum autem vtrimque sit æqualis impetus, nulla est ratio, cur linea directionis inclinet potiùs in vnum hemisphærium, quàm in aliud: præterea cum motus orbis globi determinetur à motu centri; cum scilicet globus in globum impingitur; haud dubiè non potest esse alius motus centri, nisi qui determinatur à puncto contactus, à quo vnica tantùm linea ad centrum duci potest, vt constat; & hæc ratio verissima est, & totam rem ipsam euincit.

[a] *Fig. 1. Tab. 1.*

[b] *Fig. 2. Tab. 1.*

Theorema 121.

Hinc licèt diuersæ sint lineæ motus globi impellentis, si tamen sit idem punctum contactus ad eandem lineam globus impulsus determinabitur, v. g. licet globus P. eiusdem figuræ tangat globum A in D per lineam P D siue per lineam H D siue per quamlibet aliam, globus A mouebitur semper per lineam directionis D A propter rationem propositam, quod etiam mille experimentis conuincitur.

Theorema 122.

Determinatur impetus corporis proiecti impacti in corpus reflectens ad nouam lineam; patet experientiâ in pilâ reflexâ; reflexionis autem rationem afferemus in lib. de motu reflexo.

Theorema 123.

Non determinatur tantùm ratione puncti contactus. Probatur, quia cum eodem puncto contactus potest esse determinatio ad diuersam lineam, vt manifestum est; sit enim reflexio per angulum æqualem incidentiæ, sed diuersi anguli possunt in idem punctum coire, vt patet.

Theore-

Theorema 124.

Non determinatur noua linea in motu reflexo â priore tantùm lineæ incidentiæ; probatur, quia potest esse eadem linea incidentiæ cum diuersis lineis motus reflexi, vt patet.

Theorema 125.

Non determinatur noua linea motus reflexi ratione tantùm plani reflectentis: Probatur, quia cum eodem plano reflectente diuersæ lineæ motus reflexi esse possunt, vt constat.

Theorema 126.

Determinatur noua linea motus reflexi ratione lineæ prioris incidentiæ comparatæ cum plano reflectente, est enim angulus reflexionis æqualis angulo incidentiæ, cuius effectus rationem aliàs afferemus, cum de motu reflexo; & verò multa hîc cursim tantùm perstringimus, quæ in libro de motu reflexo accuratissimè demonstrabimus; Hic tantùm dixisse sufficiat determinari mobile in reflexionis puncto ad nouam lineam motus, quod nemo in dubium reuocare potest, & propter quid fiat loco citato demonstrabimus.

Theorema 127.

Quando globus in globum æqualem ita impingitur, vt linea directionis per centra vtriusque ducatur, determinatio noua est æqualis priori; Patet experientia in pilis illis eburneis, quas desiderat ludus minoris tudiculæ; nec est vlla ratio, cur determinatio sit maior potiùs, quàm minor, cum vtraque pila sit æqualis; si enim maior esset, vel minor; cur potiùs vno gradu, quàm duobus? quàm tribus? Præterea, cum resistens, vel impediens est æquale agenti; certe sicut agens refundit in passum totum id, quod habet, id est æqualem impetum in intensione, & æquè velocem motum per Th. 60. Ita resistens, vel impediens refundit æquale impedimentum, quod tantùm sumi potest ex æqualitate mobilium; sed ex æquali impedimento duci tantùm potest æqualis determinatio priori; denique potest dari determinatio noua æqualis priori, vt constat, sed aliunde duci non potest quàm ex ipsa mobilium æqualitate, modò fiat contactus per lineam connectentem centra.

Theorema 128.

Hinc ratio manifesta illius mirifici effectus, scilicet quietis pilæ impactæ; quippe hæc quiescet illicò ab ictu; quia scilicet, cum noua determinatio sit æqualis priori, non est vlla ratio, cur alterutra prævaleat; nec etiam potest esse determinatio communis, seu mixta; cur enim potius dextrorsum quam sinistrorsum? de quo infrà.

Theorema 129.

Quando linea directionis globi impacti non connectit centra vtriusque globi, determinatur noua linea motus tùm à priore linea incidentiæ, tum à connectente centra, quæ scilicet per punctum contactus à centro impacti globi ad

ad centrum alterius ducitur; quippe nihil est aliud à quo determinari possit, vt patet; non determinatur etiam ab alterutra seorsim, vt constat, igitur ab vtraque conjunctim; in qua verò proportione dicemus, & demonstrabimus in libro de motu reflexo; sunt enim mirificæ quædam reflexionum proportiones, quas ibidem explicabimus.

Theorema 130.

Hinc globus sic impactus nunquam quiescit; ratio est, quia vtraque linea determinationis cum angulum faciat, in communem lineam abit; nam ex duabus lineis motus minimè oppositis ex diametro, fit alia tertia media pro rata; hîc etiam latent mysteria, de quibus loco citato.

Theorema 131.

Si globus minor in maiorem impingatur per quamcumque lineam directionis, determinatur ad nouam lineam motus reflexi; experientia clara est; ratio est, quia maior globus maius est impedimentum, hinc nunquam quiescit minor globus impactus.

Theorema 132.

Si globus major in minorem impingatur per lineam directionis, quæ connectat centra, seruat eamdem lineam; patet etiam experientiâ, cuius ratio est minor resistentia minoris globi; si verò sit alia linea directionis, omninò reflectitur suo modo; id est mutat lineam; sed de his omnibus fusè aliàs; hîc tantùm sufficiat indicasse; (supposita linea directionis centrali seu connectente centra, sic enim deinceps eam appellabimus, in quo casu duplex determinatio tertiam mediam conflare non potest) indicasse inquam sufficiat nouam determinationem, vel esse æqualem priori, vel maiorem, vel minorem; si æqualis est, globus impactus sistit; si maior, reflectitur; si minor, eamdem lineam, sed lentiùs pro rata prosequitur.

Theorema 133.

Si sit duplex impetus æqualis ad diuersas lineas determinatus in eodem mobili, sique illæ sint ex diametro oppositæ sistere debet mobile; patet; sit enim globus vtrimque gemino malleo percussus æquali ictu; haud dubiè sistit, cur enim potiùs in vnam partem quam in aliam? cum simul in vtramque moueri non possit.

Theorema 134.

Si verò alter impetus sit intensior, posito eodem casu, haud dubiè eius determinatio præualebit pro rata; patet etiam experientiâ; ratio est, quia impetus fortior debiliorem vincit; pugnant enim pro rata per Ax. 15. hinc si sit duplò intensior, subduplum suæ velocitatis amittet, si triplò subtriplum, &c. de quo aliàs.

Theorema 135.

Si duo globi projecti sibi inuicem occurrant in linea directionis connectente centra, reflectitur vterque æquali motu, quo antè. Probatur; [a] sint enim globi

[a] Fig. 1. t. 1. fig. 2. t. 1.

A & B, & A feratur per lineam D E, & B per lineam E D, punctum contactus sit C, haud dubiè globus A impactus in B amittit totum suum impetum per Th. 127. & 128. B, item impactus in A amittit totum suum per eamdem rationem; globus A producit impetum in B æqualem suo per Th. 60. item B producit in A æqualem per idem Th. igitur tantùm perit impetus quantùm accedit; igitur in vtroque globo remanet æqualis impetus priori; igitur æquali motu vterque mouetur, quod erat dem. & hæc est ratio verissima toties probatæ experientiæ.

Theorema 136.

Hinc æquale spatium conficiet regrediendo post reflexionem, quem confeciſſet motu directo, si propagatus fuisset sine obice; nam æquali motu æquali tempore in eodem plano seu medio idem spatium decurritur; quid verò accidat in aliis punctis contactus dicemus infrà, cùm de reflexione.

Theorema 137.

Si in eodem mobili duplex impetus producatur, quorum vterque seorsim ad duas lineas sit determinatus quæ conjunctæ faciant angulum, determinatur vterque ad tertiam lineam mediam; sit enim [a] mobile in A. v. g. globus, cui simul imprimatur impetus determinatus ad lineam A D, in plano horizontali A F; si vterque sit æqualis, ad nouam lineam determinabitur A E; quippe tantùm debet acquirere in horizontali A B, vel in eius parallela D E, quantum acquirit in alia horizontali A D, vel in eius parallela B E; igitur debet ferri in E; igitur per diagonalem A E; clara est omninò experientia; cuius ratio à priori hæc est, quòd scilicet impetus possit determinari ad quamlibet lineam ab alio impetu per Th. 118. 119. igitur in eodem mobili pro rata quilibet alium determinat; igitur si vterque æqualis est, vterque æqualiter; igitur debet tantum spatij acquiri in linea vnius, quantum in linea alterius.

[a] *Fig.* 13 *Tab.* 1.

Si verò impetus per A C sit duplus impetus per A D; accipiatur A C dupla A D, ducatur D F æqualis & parallela A C; linea motus noua erit diagonalis A F, quia vtraque determinatio concurrit ad nouam pro rata; igitur debet spatium acquisitum in A C esse duplum acquisiti in A D.

Theorema 138.

Si sit duplex impetus in eodem mobili ad eamdem lineam determinatus, non mutabitur linea; sed crescet motus & spatium [b] Imprimatur impetus in A, per A B, quo dato tempore percurratur spatium A B; deinde producatur simul alius impetus æqualis priori in eodem mobili per lineam A B; Dico quod eodem tempore percurretur tota A E, dupla scilicet A B; quia scilicet dupla causa non impedita duplum effectum habet per Ax. 13. num. 1. duplus impetus duplum motum; igitur duplum spatium; si verò sit triplus impetus, triplum erit spatium, &c.

[b] *Fig.* 13 *Tab.* 1.

Theorema 139.

Si lineæ duplicis impetus, faciunt angulum acutiorem, longius erit spatium acqui-

acquisitum : [a] sint duæ lineæ I K I L, mobili scilicet statuto in I; haud dubiè noua linea erit I M; & quo angulus K I L, erit acutior (suppositis æqualibus semper lateribus I K I L) Diagonalis I M, erit maior; donec tandem I L & I K coeant in eandem lineam; tunc enim linea erit dupla I K per Th. superius: quandiu verò est aliquis angulus in I quantumuis acutus, linea motus erit minor dupla I K, ad quam tamen propiùs semper accedit; quæ omnia constant ex elementis.

a *Fig.* 14. *Tab.* 1.

Theorema 140.

Si lineæ duplicis impetus faciunt angulum obtusum, spatium acquisitum erit breuius, & eò breuius quò angulus est obtusior; sint enim [c] duæ lineæ A D A B mobili statuto in A, noua linea erit A C per Th. 137. & si accipiatur angulus [b] obtusior H E F; noua linea erit E G, eo rectè breuior, quò angulus est obtusior, non tamen iuxta rationem angulorum; donec tandem desinat angulus, & E D E F coëant in vnam lineam; tunc enim nullum erit spatium, quia sistet omninò mobile per Th. 133. quæ omnia ipsa luce clariora esse constat; quippe quæ cum certis experimentis, & clarissimis principiis consentiant; sed de his plura infrà.

b *Fig.* 16. *Tab.* 1.

Theorema 141.

Ex his necessaria ducitur ratio, cur impetus duplus ad diuersas lineas determinatus non habeat motum duplum, & consequenter spatium duplum; nec enim [c] A E est dupla A B, vt constat; nam si lineæ sint oppositæ ex diametro vt B A B E totus destruitur impetus, per Th. 133. si verò vna in eamdem lineam coëat cum aliâ, nihil impetus destruitur, nec impeditur per Th. 138. igitur quâ proportione propiùs accedet ad oppositas; plùs destruetur, & minus erit spatium; & quâ proportione accedent propiùs ad coëuntes, minùs destruetur, & maius erit spatium, vt constat ex dictis.

c *Fig.* 13. *Tab.* 1.

Theorema 142.

Hinc impetus ad diuersas lineas determinati ita pugnant pro rata, vt minùs pugnent, quorum lineæ propiùs accedunt ad coëuntes; plùs verò, quorum lineæ propiùs accedunt ad oppositas, idque iuxta proportiones Diagonalium, quod totum sequitur ex dictis.

Scholium.

Obseruabis vt faciliùs concipias duos impetus ad duas lineas determinatos; finge tibi nauim à diuersis ventis impulsam, seu lapidem projectum è naui mobili; sed de his plura in lib. 4. cum de motu mixto.

Theorema 143.

Impetus semel productus, quamdiu durat motus, conseruatur. Probatur, quia non potest esse effectus, nisi sit eius causa per Ax. 8. igitur si est motus, est impetus.

Theorema 144.

Impetus non conseruatur à causa primò productiua. Probatur; quia proii-

ciatur mobile per Postulatum, etiam mouetur separatum à potentia motrice per hypoth. 6. igitur non conseruatur à potentia motrice per Ax. 10. igitur nec à causâ primò productiua.

Theorema 145.

Hinc ab alia causâ conseruari necesse est impetum: Probatur, quia impetus non est à se, quia destruitur aliquando per Ax. 14. igitur conseruatur ab alio per Ax. 14. num. 1. non à causa primò productiua per Th. 144. igitur ab alia, eaque applicata per Ax. 10. quæcumque tandem illa sit, aliquando causam primam esse demonstrabimus; nunc verò sufficiat dixisse dari aliquam causam reuerâ applicatam, quæ ipsum conseruat impetum; immò ex hac ipsa rerum conseruatione argumentum aliquando ducemus, quo Deum ipsum existere demonstrabimus.

Theorema 146.

Si impetus conseruaretur à causa primò productiua, nunquam destrueretur, quamdiu esset applicata. Demonstratur, quia esset causa necessaria (nam de hac ipsa loquor) igitur semper ageret, igitur semper conseruaret, quod est contra experientiam; nam reuerâ impetus productus deorsum à corpore graui motu naturaliter accelerato destruitur, vt patet; præterea si corpus graue conseruaret impetum primò productum, non produceret nouum contra experientiam; quippe causa necessaria non plùs agit vno instanti quàm alio, per Ax. 12. adde quod impetus destruitur ad exigentiam alterius, quidquid tandem illud sit per Ax. 14. num. 2. & 3. sed causa primò productiua impetus non nouit rerum exigentiam; igitur illi facere satis non potest; ex hoc etiam capite causæ primæ existentiam suo loco demonstrabimus.

Scholium.

Obseruabis primò rem quamlibet ideo destrui, quia cessat causa conseruans illam conseruare; quippe quod destruitur eo instanti dicitur destrui, quo primò non est, seu quo incipit primò non esse; atqui incipit primò non esse seu desinit esse, cum desinit conseruari.

Secundò obseruabis præclarum naturæ institutum, quod etiam ex ipsis hypothesibus constat, quo fit vt qualitates quæ carent contrario à causa primò productiua conseruentur, vt lumen; ne si ab alia conseruarentur, destruerentur vmquam; cum earum destructionem nihil exigeret per Ax. 14. n. 2. & 3. at verò qualitates, quæ contrarias habent: si quæ sunt, à causa primò productiua minimè conseruantur; cum enim ideo contrarium dicatur destruere contrarium, quia exigit eius destructionem, id est, ne conseruetur amplius; certè vt causa conseruans cesset conseruare, debet nosse illam exigentiam; atqui nulla cognitione pollent causæ illæ motrices naturales, de quibus est quæstio.

Theorema 147.

Tamdiu conseruatur impetus, quamdiu nihil exigit eius destructionem; quia destruitur tantùm ad exigentiam alicuius, quidquid tandem illud sit, de

quo

quo infrà, per Ax. 14. num. 2. certè tamdiu non destruitur, quamdiu nihil est, quod exigat eius destructionem; igitur tamdiu conseruatur per Ax. 14. num. 3.

Corollarium 1.

Inde certa ducitur ratio, cur mobile etiam separatum à manu moueatur; quia scilicet ipsi adhuc inest impetus, qui est causa motus; quippe suppositi iam antè de hac hypothesi quod sit, non tamen propter quid sit; igitur hæc est germana illius ratio & causa.

Corollarium. 2.

Hinc etiam rationem ducemus æquè præclaram in lib. 2. motus naturaliter accelerati.

Theorema 148.

Impetus productus aliquando destruitur; Probatur, quia mobile, quod antè mouebatur, desinit tandem moueri per hyp. 4. igitur destruitur impetus; alioqui si remaneret, esset causa necessaria sine effectu contra Ax. 12. ideo porrò destruitur, quia aliquid exigit eius destructionem, quippe hæc est vnica destructionis ratio per Ax. 14. num. 2.

Theorema 149.

In lineis oppositis impetus destruitur ab impetu suo modo; fit enim globus proiectus versus austrum; cui deinde imprimatur nouus impetus versus Boream; destruitur prior vt constat, igitur ad exigentiam alicuius; sed nihil est quod possit exigere, nisi nouus impetus, scilicet mediatè; nihil enim aliud est applicatum, igitur nihil aliud exigit per Ax. 10. hæc porrò exigentia non est immediata, sed mediata, vt dixi.

Theorema 150.

Impetus naturalis innatus exigit destructionem alterius, qui ab extrinseco ad diuersam lineam corpori graui impressus est scilicet mediatè, experientia certa est in proiectis, quæ tandem quiescunt; igitur ad exigentiam alicuius, sed illud tantùm est impetus innatus; nec enim est substantia corporis; tùm quia qualitas substantiæ non opponitur; tùm quia nulla esset ratio, cur substantia destrueret potiùs vno instanti vnum gradum, quàm duos, quàm tres; adde quod ex duobus violentis oppositis alterum destruit; igitur impetus est causa sufficiens destructiua impetus, igitur non est ponenda alia, eo scilicet modo, quo diximus.

Theorema 151.

In reflexione destruitur aliquid impetus saltem per accidens; patet experientia, siue propter nouam determinationem, siue propter attritum, vel pressionem partium, de quo infrà.

Theorema 152.

Hinc si excipias tantùm impetum naturalem innatum, qui per suam determinationem necessariam, & quam nunquam mutat, pugnat cum omni

extrinseco ad aliam lineam determinato, & cum ipso acquisito, quando mutat lineam perpendicularem deorsum, de quo infrà; si hunc igitur excipias, omnes alij pugnant tantùm ratione diuersæ lineæ, seu determinationis, in eodem mobili: Vnde ille idem, qui modo pugnat probè conueniet, si ad eandem lineam determinetur.

Scholium.

Obseruabis primò, præclarum naturæ institutum, quo fit, vt impetus perennis non sit; vnde certè infinita propemodum emergerent absurda, & incommoda.

Secundò, faciliorem modum destructionis impetus institui non potuisse, immò nec excogitari posse; quàm enim facilè, vel impetus oppositus in mobili producitur, vel corpus durum opponitur &c.

Tertiò, præcipuam rationem huius destructionis ducendam esse ex Ax. 6. in quo dicimus nihil esse frustrà, eumque ordinem à natura esse institutum, vt potiùs aliquid destruatur, & desinat esse, quàm frustrà sit, & dicimus destrui ad exigentiam totius naturæ.

Quartò, cum impetus suo fine caret, frustrà est; finis impetus est motus, vt sæpè diximus, sic cum globus impactus in alium æqualem statim ab ictu sistit immobilis; certe ne frustrà sit impetus, destruitur per Ax. 6. & per Ax. 14. num. 2. cum verò determinatio altera maior est, certè præualet tantùm pro rata; igitur minor est motus; igitur, ne aliqui gradus impetus sint frustrà, destruuntur, cum verò sunt duo impetus in eodem mobili, vt in naui mobili ad lineas oppositas determinati; haud dubiè maior impetus præualet pro rata per Ax. 15. Igitur non modò totus impetus minor perit, ne sit frustrà; sed etiam aliquot gradus maioris, ne sint etiam frustrà; nec enim in communem lineam coire possunt.

Denique quando sunt duo impetus ad lineas diuersas determinati, sed non oppositas ex diametro, pugnant pro diuerso oppositionis gradu, vt suprà fusè dictum est. Igitur cum totus impetus non habeat totum motum, quod duplex illa determinatio impedit, ne aliqui gradus sint frustrà, destruuntur; igitur vides impetum impressum ab extrinseco destrui tantùm ne sit frustrà; faceret enim vt esset frustrà vel nouus impetus, vel determinato noua, & in hoc sensu dicitur impetus destrui ab impetu.

Quintò, si destrueretur mobile, etiam destrueretur impetus per idem Ax. 6. quia esset frustrà separatum; immò ex hoc vno principio demonstramus accidentia & formas substantiales materiales non posse naturaliter conseruari extra suum subiectum, quia scilicet essent frustrà; quippe finem suum habent in subiecto.

Sextò, Impetus naturalis innatus nunquam destruitur; quia nunquam est frustrà; quippe semper habet alterum suorum effectuum formalium, id est vel motum deorsum, vel grauitationem, adde quod frustrà destrueretur, cum sit semper applicata potentia, id est ipsa grauitas, sed de his infrà fusè.

Septimò

Septimò, Impetus ſurſum deſtruitur etiam, quia eſt fruſtrà; quippe naturalis detrahit aliquid ſpatij pro rata; igitur ne aliquid impetus ſit fruſtrà, deſtruitur; idem dico de impetu per inclinatam ſurſum, licèt minùs deſtruatur quàm in perpendiculari ſurſum; idem de impetu per inclinatam deorſum, ſed minùs adhuc, ſed hæc acuratiori meditationi ſunt relinquenda; quod reuerâ præſtabimus in lib.4. de motu mixto; quidquid ſit, conſtat ex dictis per idem Principium probari poſſe deſtructionem impetus, ſcilicet ne ſit fruſtrà; ſed de his aliàs fusè.

Theorema 153.

Impetus productus ab extrinſeco eſt tantùm contrarius ratione diuerſæ determinationis, ſeu diuerſæ lineæ; Probatur primò, quia vterque ad omnem lineam eſt indifferens per Th.113. igitur vnus non eſt alteri contrarius ratione entitatis; cùm vterque ſimilem motum, immò eumdem habere poſſit, vt patet ex dictis: Igitur ratione tantùm lineæ vnus alteri eſt contrarius; hinc minùs eſt contrarietatis, quo minùs eſt oppoſitionis inter lineas & contrà.

Theorema 154.

Impetus naturalis acquiſitus eſt tantùm contrarius alteri extrinſeco ratione lineæ. Probatur eodem modo; quia determinari poteſt ad omnem lineam, vt patet ex reflexione grauis cadentis.

Theorema 155.

Impetus naturalis innatus non eſt tantùm contrarius ratione lineæ; quia ſcilicet non poteſt determinari ad omnem lineam, patet, alioquin corpus grauc, quod ſurſum poſt caſum reflectitur non deſcenderet amplius, de quo aliàs, hæc enim curſim tantùm perſtringo, ne quid aliis libris detrahatur.

Theorema 156.

Impetus ex naturali acquiſito poteſt fieri violentus; vt patet in motu reflexo grauium; ratio eſt. quia mutatur linea.

Theorema 157.

Impetus ex non contrario eidem fit contrarius; vt patet in eodem caſu; nam impetus naturalis innatus, qui in deſcenſu non erat contrarius acquiſito, in motu ſurſum reflexo fit contrarius.

Theorema 158.

Impetus deorſum ab extrinſeco non eſt contrarius naturali innato ratione lineæ, quia ſcilicet eſt determinatus ad eandem lineam, ſi tamen eſt contrarius, id tantùm eſt ratione propagationis impetus acquiſiti, vel accelerationis motus; quod reuerâ multa, & benè longâ explicatione indiget, quam conſule in lib.4.

Scholium.

Obſeruabis cognoſci tantùm contrarietatem qualitatum ex mutua deſtructione; cur verò vna qualitas dicatur deſtruere aliam, & cur illam deſtructionem

destructionem exigat; maximum mysterium est, quod alibi enucleabimus; quàm multa enim super hac re tacuere Philosophi!

Theorema 159.

Impetus sibi ipsi potest reddi contrarius, vt reuerâ accidit in reflexione, in qua destruitur impetus ex parte propter diuersas determinationes; cum scilicet corpus reflectens mouetur; igitur impetus prout determinatus ad lineam incidentiæ est aliquo modo sibi ipsi contrarius, prout est determinatus ad lineam reflexionis.

Iam ferè tumultuatim, si quæ sunt reliqua, Theoremata congeremus.

Theorema 160.

Impetus violentus intendi potest à naturali, & vicissim; patet in projectis deorsum.

Theorema 161.

Idem impetus potest eumdem alium aliquando plùs, aliquando minùs intendere. v. g. 4. gradus impetus additi aliis 4. per eamdem lineam iidem eisdem, minùs intendunt, vt iam suprà satis fusè dictum est.

Theorema 162.

Impetus dici potest propriè destrui ad exigentiam totius naturæ per Ax. 14. num. 2. vt constat ex multis Theorematis superioribus.

Theorema 163.

Omnis dici debet incipere, & desinere intrinsecè, & extrinsecè; quod enim hoc instanti primo est, immediatè antecedenti vltimo non fuit, & quod primo non est hoc instanti, immediatè antè vltimo fuit, nec potest esse immediatè pòst, nisi sit immediatè antè, & vicissim.

Theorema 164.

Ideo producitur hic impetus numero potiùs, quàm alius omninò similis; quia potentia motrix est determinata ad tale indiuiduum siue à se, siue ab alio; idem enim de illa dicendum est, quod de aliis causis naturalibus; porrò idem dici debet de destructione, quod de productione.

Scholium.

Obseruabis breuiter aliqua, quæ fortè in nostris Theorematis fuere omissa.

Primò qualitates, quæ à causa primò productiua conseruantur, ab ea intendi non posse; quia singulis instantibus nouum effectum non producit; exemplum habes in luce; secus vero de iis dicendum est, quæ à causa primò productiua non conseruantur.

Secundò qualitates, quæ contrarias habent, etiam destrui posse ab alio, quam ab iis, scilicet ad exigentiam totius naturæ; ne scilicet sint frustrà.

Tertiò aliqua carere contrario, non tamen conseruari à causa primò productiua. v. g. anima bruti, quæ destruitur ad exigentiam totius naturæ, ne sit frustrà.

Quartò

Quartò, impetum intensiorem in projectis diutiùs durare ; quia cum sensim destruatur; certè plures partes maiori tempore destruuntur, quàm pauciores.

Quintò, si totus impetus destrueretur vno instanti, minima resistentia sufficeret ad motum impediendum : adde quod contraria pugnant pro rata per Ax. 15.

Sextò, obseruabis plurima in hoc libro quasi obiter esse indicata, quæ in aliis fusè explicata maiorem lucem accipient.

Septimò, denique totam rem istam, quæ pertinet ad impetum paulò fusius pertractatam in hoc primo libro ; quòd scilicet ab ea reliqua ferè omnia pendeant, quæ in hoc tractatu habentur ; sed de his satis.

LIBER SECVNDVS,

DE MOTV NATVRALI.

MOtus localis naturalis latè ſumptus eſt, qui ab aliqua causâ naturali ponitur; ſtrictè verò ſumitur pro motu grauium deorſum, à principio intrinſeco ſaltem ſenſibiliter; In hoc vltimo ſenſu motum naturalem vſurpabo; ſit ergo.

DEFINITIO 1.

Motus localis naturalis eſt, qui eſt à grauitate deorſum. hæc definitio vix aliqua explicatione indiget; dicitur eſſe à grauitate, quidquid ſit grauitas, ſiue qualitas diſtincta, ſiue non.

Definitio 2.

Motus æquabilis eſt, quo æqualibus quibuſcumque temporibus æqualia percurruntur ſpatia ab eodem mobili.

Definitio 3.

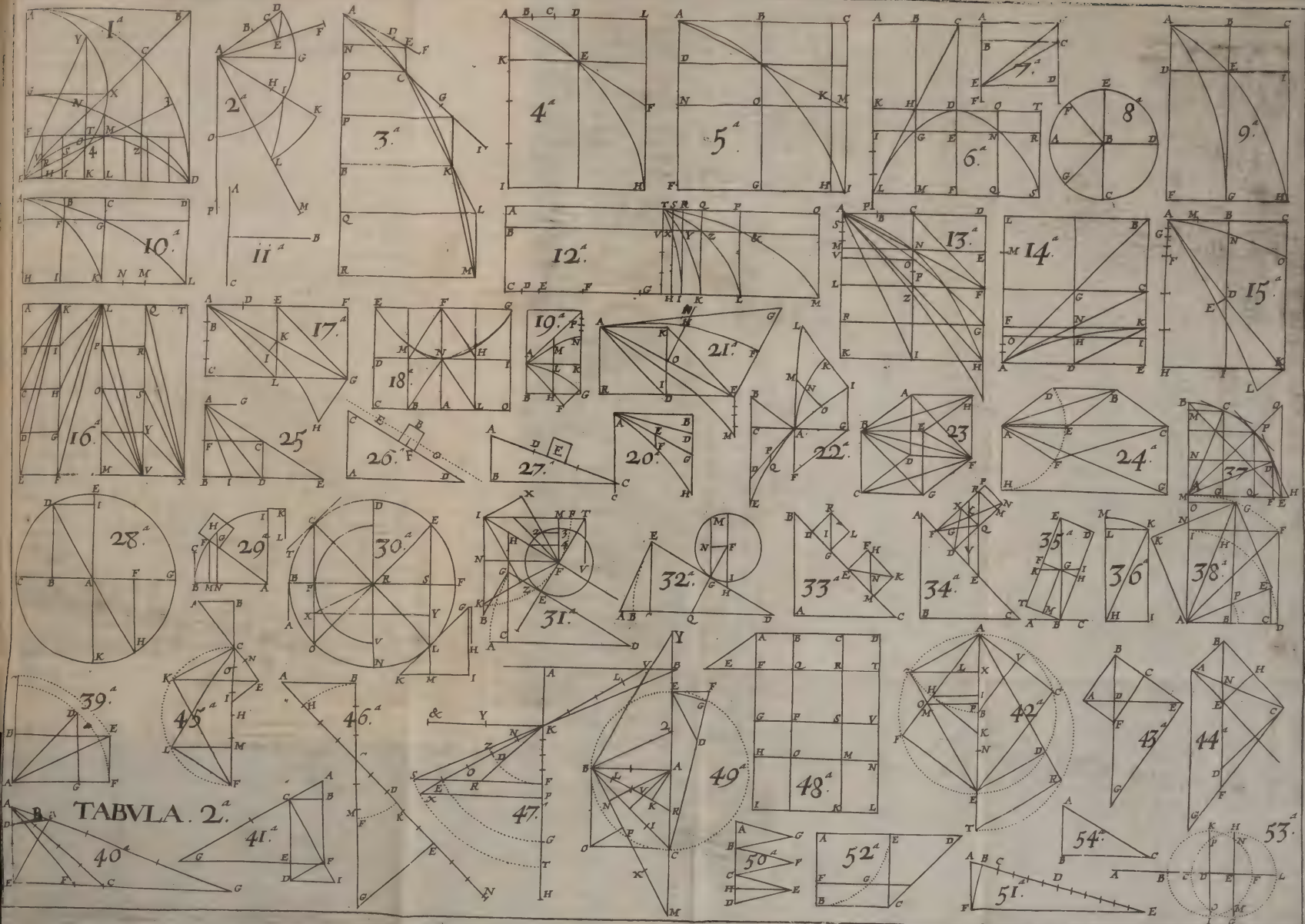
Motus naturaliter acceleratus eſt, quo ſecundo tempore æquali primo maius ſpatium acquiritur, & tertio, quàm ſecundo, & quarto quàm tertio, atque ita deinceps; nulla ſcilicet addita vi ab extrinſeco ſaltem ſenſibiliter.

Definit aliter hunc motum Galileus; dicit enim eum eſſe, qui æqualibus temporibus æqualia acquirit velocitatis momenta; ſed profectò non conuenit hæc definitio omni motui naturaliter accelerato, v. g. motui deſcenſus funependuli, vel in orbe cauo, vel etiam in plano decliui maximæ longitudinis; definitio noſtra clarior eſt.

Hypotheſis 1.

Corpus graue cadit deorſum, & cadens ex maiori altitudine maiorem ictum infligit quam ſi caderet ex minore; ſi quis hoc neget hoc probet, patet manifeſta experientia.

Hypotheſis


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.
21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.
29.
30.
31.
32.
33.
34.
35.
36.
37.
38.
39.
40.
41.
42.
43.
44.
45.
46.
47.
48.
49.
50.
51.
52.
53.
54.

TABVLA. 2.

Hypotheſis 2.

Arcus maior & minor eiuſdem funependuli æqualibus ferè temporibus, percurruntur; hæc etiam ſæpiùs probata eſt, & ſi quis fidem detrectat, probare conetur.

Hypotheſis 3.

Globus per planum inclinatum læuigatum deſcendens ſecundum ſpatium citiùs percurrit, quàm primum; quod etiam ſenſu percipi poteſt, & tam ſæpè probatum eſt, vt nemo iam negare audeat motus naturalis accelerationem.

Hypotheſis 4.

Omne tempus ſenſibile non eſt; *idem dico de ſpatio*, quod nemo etiam negare auſit; alioquin ſi quis negaret, dicat mihi quæſo quot ſint in minuto horæ inſtantia? quot in apice acus puncta?

Axioma 1.

Impetus additus alteri, & determinatus ad eamdem lineam, facit maiorem & intenſiorem impetum; patet, & viciſſim, & detractus alteri minorem facit, & viciſſim.

Axioma 2.

Quâ proportione creſcit cauſa, eâdem creſcit effectus, & viciſſim, ſi eodem modo eidemque ſubjecto ſit applicata, probatur per Ax. 12. l. 1. & quâ proportione illa decreſcit, hic decreſcit, & viciſſim.

Axioma 3.

Eadem cauſa neceſſaria non impedita ſubjecto apto applicata æqualibus temporibus æqualem effectum producit, & contrà. Probatur per Ax. 12. l. 1. & viciſſim æqualis effectus ſupponit æqualem cauſam.

Axioma 4.

Ille effectus, qui non producitur à cauſâ primâ, & ad cuius productionem nulla cauſa extrinſeca eſt applicata, producitur ab intrinſeco; probatur, quia habere debet aliquam cauſam per Ax. 8.

Axioma 5.

Illa cauſa plus agit proportionaliter quæ habet minorem reſiſtentiam; minùs verò, quæ maiorem, quæ demum æqualem, æquali proportione agit. v.g. cauſa, cuius virtus, vel actiuitas eſt vt 20. & reſiſtentia vt 10. agit in maiori proportione, quàm illa cuius actiuitas eſt 30. & reſiſtentia 20. in minori verò quàm ea, cuius actiuitas eſt vt 3. & reſiſtentia vt 1. in æquali denique cum illa, cuius actiuitas eſt vt 4. & reſiſtentia vt 2.

Hoc Axioma certiſſimum eſt; quippe 20. faciliùs ſuperabunt 10. quàm 30. 20. & difficiliùs quam 3. 1. & æquè facilè, ac 4. 2. In motu locali res eſt clariſſima; quippe vires vt 12. tam facilè mouebunt 12. libras, quàm vires vt 4. 4. libras; ſed faciliùs, quàm vires vt 20. 30. libras, & difficiliùs quàm vires vt 4. 3. libras; quid clarius? Igitur illa cauſa faciliùs

ſuperat reſiſtentiam impedimenti, quæ habet maiorem proportionem virium cum reſiſtentia, quàm quæ minorem.

Scholium.

Si quando appellandum erit aliquod Axioma vel Theorema lib. 1. citabitur Liber.

Theorema 1.

Datur motus localis naturalis, iſque ab intrinſeco. Probatur; corpus graue mouetur localiter deorſum per hypoth. hic motus eſt ab intrinſeco, quod probatur; non eſt ab vllà causâ extrinſecà; igitur eſt ab intrinſeca per Ax. 4. antecedens probatur inductione factà omnium extrinſecorum. Primò non eſt à cauſa prima, vt aliquis fortè minùs prudenter, & magis piè, quàm par ſit, diceret; quia ille effectus tribui tantùm debet cauſæ primæ, qui nullam habere poteſt cauſam ſecundam applicatam, vt patet; ſed hic effectus poteſt habere cauſam ſecundam applicatam, quam aſſignabimus infrà; deinde cauſa prima agit tantùm naturaliter iuxta exigentiam cauſarum ſecundarum; igitur ideo moueret corpus graue deorſum; quia tunc motum corpus graue exigeret; ſed hoc mihi ſufficit, vt dicatur hic motus eſſe ab intrinſeco; præterea, ſi dicatur Deus mouere corpus graue deorſum iuxta illius exigentiam, dicetur etiam tùm calefacere, tùm illuminare, ad exigentiam ignis; quippe tàm mihi ſenſibile eſt corpus graue deſcendere ſine vi impreſſa ab extrinſeco, quàm ignem calefacere, & ſolem lucere ſine vi extrinſeca; adde quod illud ſolenne eſt naturæ inſtitutum, vt id, quod exigit res aliqua ad finem ſuum conſequendum, per virtutem intrinſecam poſſit ponere, ſi dumtaxat excipias concurſum diuinum, & ipſam conſeruationem; ſic animal exigit videre, audire, ſentire, moueri; igitur habet virtutem intrinſecam, per quam videat, audiat, & moueatur; ſic ignis exigit calefacere, lucere; aër, vel aqua frigefacere, quidquid tandem ſint iſtæ qualitates, de quibus alibi; ſic demum corpus graue exigit moueri deorſum; quis enim neget corpori graui tàm natiuum eſſe tendere deorſum, cum ſcilicet corpus leuius ſubeſt, quàm ſit animali progredi, vrere igni, lucere, &c.

Denique ſatis eſt mihi, vt dicatur aliquid cauſa, Phyſicè loquendo, ſi ex illius applicatione ſemper ſequatur effectus; nam non nego poſſe fieri effectus omnes, qui noſtris ſenſibus ſubiiciuntur, ſaltem extrinſecos, eſſe à cauſa prima, quippe ſi ſemper ex ignis applicatione Deus diffunderet lucem, & calorem, quem ſolus ipſe produceret, igne ipſo inerte relicto, nullam prorſus mutationem perciperemus; & nemo eſſet, qui non exiſtimaret lucem hanc & calorem hunc eſſe ab igne; igitur Phyſicè loquendo cauſam appellamus id, ex cuius applicatione ſemper ſequitur effectus, vt iam diximus in Ax. 11. l. 1. n. 1. Igitur cum ex corpore graui poſito in aëre libero ſequatur motus deorſum; dicendum eſt, Phyſicè loquendo, eſſe huius motus cauſam, id eſt in ordine ad Phyſicam, perinde omninò ſe habere, atque ſi eſſet cauſa, licèt cauſa non eſſet.

Secundò,

Secundò hic motus non est ab aëre ambiente ; probatur, truderet aër deorsum corpus graue, quia leuior est, id est ne suprà se corpus grauius haberet; sed eâdem ratione corpus graue debet remouere sursum aëra, id est corpus leue, ne infrà se habeat corpus leuius ; est enim par omninò ratio : Præterea si aër trudit deorsum corpus graue , quia ipsi loco cedit ; certè ipse aër mouetur , igitur ab intrinseco ; si enim vna pars aëris pellit aliam , & hæc aliam, tandem ad aliquam peruenitur, quæ se ipsam mouet ; igitur motus illius est ab intrinseco ; igitur motus naturalis; deinde non modò lapis descendit per aëra, sed per mediam aquam; igitur si ab aëre truditur deorsum , idem dicendum est de aquâ , à quâ haud dubiè maiore vi truderetur; nam corpus densum maiore vi pellit, quàm rarum , vt constat experientiâ ; cum tamen corpus graue per medium densius difficiliùs descendat ; igitur medium ipsum resistit motui, quis hoc neget ? igitur non est causa motus, quem impedit.

Denique si corpus graue non tendit, fertúrque deorsum suâ sponte, sed ab aëre extrusum; igitur dum vix sustineo manu ; o. libras ferri , seu plumbi ; hæc vis illata manui , quam probè sentio, est ab aëre impellente plumbum , quod est ridiculum , cum eadem quantitas aëris incubet, & subsit manui, siue sustineat plumbum , siue sit vacua; ex hoc , ni fallor, euincitur pondus ipsum suâ sponte deorsum tendere.

Tertiò non desunt , qui dicant corpus graue trahi ab ipsâ vi quadam magneticâ , quod triplici modo fieri potest ; Primò per qualitatem quamdam diffusam, quod dici non potest ; quia capillus traheretur faciliùs, quàm ingens saxum, quàm massa , seu lamina ; & faciliùs eadem potentia motrix minus pondus moueret quàm maius , cæteris paribus: præterea manum meam æqualiter traheret, siue sit cum aliquo pondere coniuncta , siue sit nuda sine pondere ; deinde illa virtus tractrix ita diffunditur , vt in maiori distantia sit infirmior , fortior in minori ; alioqui diffunderetur in infinitum , quod dici non potest ; igitur si idem lapis demittatur ex maiore altitudine, tum ex minore; haud dubiè motus ille primus initio esset tardior isto contra experientiam; deinde in specu altissima subterranea trahi posset corpus vndequaque , sicut in magnete; quæ omnia intelligi non possunt ; denique virtutes illas seu qualitates tractrices refellemus suo loco.

Secundò, aliqui dicunt hoc totum fieri per vim quamdam sympathicam , quod etiam falsissimum est ; tùm quia hæc sympathia explicari non potest ; tùm quia vel terra ipsa producit aliquid in corpore graui , quod in aëre libratur ; vel corpus in se ipso; si primum ; refellitur iisdem omninò rationibus, quibus ipsam vim terræ tractricem suprà expugnauimus ; si verò secundum , hoc ipsum est , quod suprà diximus.

Tertiò, Dixere aliqui subtiliùs profectò quàm veriùs , corpus graue trahi deorsum , non vi quadam occultâ, vt suprà dictum est; sed filamentis quibusdam , seu ductili terræ profluuio , quod illius capillitium vocant ; idque tantùm fieri probant ducta ab electro analogiâ , quod paleam & minutiora corpuscula hac eâdem arte trahit; sed profectò gra-

uiores sunt difficultates, quam vt illis fieri satis queat; nam primò corpus leuius ab his filamentis abripi facilius posset, vt constat in electro; igitur citiùs descenderet.

Secundò, corpus vicinius etiam faciliùs abriperetur.

Tertiò, numquid flante vento, vel imbre cadente dissipantur hæc filamenta? quod etiam videmus in electro.

Quartò, manum meam æquè facilè traheret terra his funiculis seu pondere grauatam, seu vacuam.

Quintò, quemadmodum electrum ex omni parte trahit, ita terra ipsa per omnem lineam traheret; immò etiam sursum in subterranea specu, quod est absurdum.

Sextò, hæc filamenta, quæ deinde reducuntur, debent habere causam huius reductionis non extrinsecam; igitur intrinsecam; igitur datur motus naturalis.

Septimò, hæc filamenta per mediam flammam non traherent, quod etiam fieri videmus in electro.

Quartò, motus naturalis non est à virtute quadam pellente, quam cælo quidam affingunt; nam vel ab omni parte cæli deorsum truderetur, vel ab vnâ; si ab vna; igitur in omni cæli plaga corpus non fertur deorsum; si ab omni, ergo cum pellatur corpus per plures lineas etiam oppositas moueri non potest: Præterea debilior esset hæc vis in maiori distantiâ; denique vapores, & alia minutiora corpuscula in aëre fluitantia faciliùs deorsum truderentur, contra experientiam.

Sed non est omittendum, quod aliqui putant ex illis filamentis contexi posse legitimam rationem, cur atomi etiam plumbeæ materiæ non ita facilè descendant; quòd scilicet propter suam tenuitatem ab illis filamentis non ita intercipi vel implicari possint; sed quasi pisces per foramina retium euadant; sed profectò longè alia ratio est, quàm suo loco afferemus, nam etiam plumæ, festucæ, paleæ, & alia corpuscula longiora, sed leuissima iis filamentis implicarentur, vt videre est in electro.

Quintò, aliqui recentiores existimant corpora deorsum trudi ab ipsa luce, quæ nihil est aliud, quam motio æthereæ cuiusdam substantiæ per poros aëris traductæ, vt ipsi volunt; sed neque hoc probari potest. Primò quia de nocte corpora æquali motu deorsum feruntur; perinde atque de die, nec minùs in obscurissimo conclaui, quàm sub dio, vel aperto cælo. Secundò, in subterraneis locis etiam grauia æquè velociter descendunt; licèt eò lumen non penetret; quod si aliquis obstinatè, id assereret; haud dubiè per medium aëra maior huius materiæ copia diffunditur, quàm per medias rupes, quis hoc neget; igitur pauciſſimi radij vsque ad interius & inferius antrum perueniunt. Tertiò, manum meam siue ponderi coniunctam siue ab eo separatâ æqualis portio illius materiæ deorsum pelleret, vt patet; igitur æquali motus vi. Quartò, corpus diaphanum, per cuius poros facilè traiicitur hæc materia, esset leuius alio quod tamen falsum est, vt videre est in vitro, crystallo, adamante, glacie. Quintò maxima huius materiæ copia collecta seu speculi opera

seu

seu vitri, maiore vi corpora deorsum truderet; quia maior causa maiorem effectum producit per Ax. 2. Sextò post refractionem lineam mutat radius luminis; igitur deorsum rectà non pelleret. Septimò radij traiecti per vitrum maiore vi deorsum pellerent quàm per lignum, vel spongiam; quippè per hæc corpora traiecti secundum authores huius sententiæ distrahuntur propter obliquitatem pororum. Octauò denique radij profecti à Sole iuxta ortum, vel occasum sunt valdè obliqui; igitur non truderent deorsum rectà.

Nec est quod prædicti àuthores confugiant ad experientiam, qua scilicet videmus trīpudiantes atomos in radio solari immersas; igitur agitantur ab ipso radio, quod maximè accidit in linea vstoria, cuius effectus verissimam rationem suo loco afferemus, cum de lumine.

Sextò, sunt denique multi, iique ex seuerioribus Peripateticis, qui existimant grauia moueri deorsum à generante, quod expressis verbis traditum est ab *Aristotele l.8. phys. cap.4. iuxta* principium illud vniuersalissimum; *Quidquid mouetur; ab alio mouetur*; sed profectò ij ipsi, qui motum grauium generanti tribuunt, tanquam principi causæ, non negant inesse grauibus grauitatem, quæ sit principium actiuum minus principale motus; ad quem etiam, vt ipsi existimant, forma substantialis concurrit; In hoc quippe conueniunt omnes tùm sectarum Principes, tùm recentiores: quidquid sit etiam ex iis ipsis datur motus naturalis, qui est à virtute proxima intrinseca; hoc ipsum etiam sensit Aristoteles lib.4. de cælo cap. 3. t.25. vbi ait grauibus & leuibus inesse principium actiuum suorum motuum; immò si totum cap.4. l.8. phys. attentè legatur, vbi dicit moueri à generante; haud dubiè intelligetur nihil aliud intendisse Aristotelem quàm grauia à generante, instanti, quo generantur, accipere actum primum huius motus; id est virtutem, à qua possint reduci ad actum secundum, id est ad ipsum motum, de cuius rei veritate iam mihi non est laborandum.

Igitur non mouetur corpus graue à causa primâ, licèt hæc concurrat eum aliâ ad eius motum, nec ab aëre, nec à virtute magnetica, quæ insit terræ, nec adductis, reductisque filamentis, nec à cælo pellente, nec à vi sympathicâ, nec à generante proximè & immediatè; quia fortè iam interiit, nec ab vllo alio extrinseco, vt constat inductione; igitur ab aliquâ vi intrinsecâ, quidquid sit, de qua alibi: hæc omnia paulò fusiùs tractauimus, quia in hoc vno Theoremate totam motus naturalis rem verti iudicamus.

Theorema 2.

Motus naturalis est aliquid distinctum realiter à mobili: Probatur; mobile ipsum aliquando quiescit per hypoth.4.lib.1. igitur est sine motu; igitur separatum à motu; igitur realiter distinctum per Ax.2. lib.1. hoc etiam probatur per Th. 1. lib. 1. Et certè mirari satis non possum aliquos recentiores non posse concipere, vt ipsi aiunt, motum esse aliquid ab ipso mobili distinctum; nam quotiescunque duo prædicata, vel

attributiua

attributa contradictoria, quorum scilicet vnum negat aliud, eidem subjecto diuersis temporibus inesse dicuntur, haud dubiè alterum saltem ab eo distingui realiter necesse est; alioqui si vtrumque idem esse cum vno tertio vere dicitur; *mouetur, non mouetur*, quæ sunt prædicata contradictoria; igitur vel moueri, vel non moueri dicit distinctum realiter à mobili; Secundum est mera negatio; nam eo ipso, quod mobile est sine vllo addito, non mouetur; igitur suprà ipsum mobile dicit puram putam negationem motus; igitur moueri, dicit aliquid distinctum.

Præterea quotiescunque prædicatum aliquod tribuitur in propositione affirmatiua falsâ; certè prædicatum illud non inest subiecto; alioquin esset vera, vt patet; igitur distinguitur à subiecto realiter; sed hæc propositio, *lapis mouetur*, dum ipse quiescit, est falsa; igitur motus non inest mobili, igitur ab eo distinguitur realiter, seu modaliter, quæ est distinctio realis minor.

Theorema 3.

Motus naturalis non est immediatè ab entitate mobilis, ita vt nihil sit aliud vnde sit hic motus: Probatur; lapis cadens ex maiore altitudine maiorem ictum infligit per hypoth. 1. maior est effectus, igitur maior causa, id est motus; igitur causa motus per Ax. 2. sed est eadem entitas mobilis, vt patet; igitur non est causa immediata motus; Præterea globus per planum inclinatum deuolutus suum motum accelerat per hypoth. 3. & funependulum suam vibrationem per hypoth. 2. igitur debet esse causa huius maioris, seu velocioris motus per Ax. 8. lib. 1. hæc porrò non est substantia ipsius corporis, quæ semper eadem est, tùm initio, tùm in fine motus per Ax. 2.

Theorema 4.

Motus naturalis non est immediatè ab ipsa grauitate. Probatur, sint enim eædem hypoth. 1. 2. 3. igitur maior ictus in fine motus, & velocior motus debent habere causam; sed hæc grauitas non est, quæ semper eadem est, vt patet, vtrum verò distinguatur grauitas ab ipsa corporis substantia discutiemus in tractatu sequenti. Fuit aliquis non infimæ notæ Philosophus, qui diceret maiorem illum ictum esse ab ipsâ corporis substantiâ; sed hoc iam refellimus Theoremate 4. lib. 1. Adde quod impetus ad extra producitur ab alio impetu per Th. 42. lib. 1. Dicebat etiam velociorem motum esse ab ipsâ grauitate connotante præuium motum, quod etiam refellemus infrà.

Theorema 5.

Hinc motus naturalis est ab impetu. Probatur; est ab aliqua causa per Ax. 8. lib. 1. ab aliqua intrinseca per Th. 1. non à substantia corporis grauis per Th. 3. non à grauitate per Th. 4. igitur ab impetu, quia nihil aliud esse potest intrinsecum, à quo sit motus per definitionem 3. lib. 1.

Theore-

Theorema 6.

Ille impetus ab aliqua causa producitur. Probatur, quia quidquid de nouo est, habet causam per Ax.8. lib.1.

Theorema 7.

Producitur ab aliqua causa intrinseca, quia non producitur ab aliqua extrinseca; alioquin motus naturalis esset ab extrinseco contra definitionem primam, & Th.1.

Theorema 8.

Hinc produci tantùm potest ab ipsa substantia corporis grauis; nam grauitas est ipse impetus innatus, de qua infrà: probatur; quia nihil est aliud intrinsecum, à quo produci possit; quòd autem non producatur ab alio impetu ad intra, patet per Th.41. lib.1.

Theorema 9.

Impetus productus primo instanti durat proximè sequenti. Probatur primò; quia semper habet suum effectum formalem; vel grauitationis, si impeditur; vel motus in medio libero; igitur non est frustrà; igitur non destruitur per Th.162.lib.1. nihil enim exigit destructionem; non tota natura, quia non est frustrà per Ax. 6. non à contrario impetu, qui sæpè abest, vt cum liberè mouetur corpus graue in aëre, vel sustinetur. v.g. glans plumbea ab ingenti rupe: adde quod, licèt producatur in corpore graui impetus violentus sursum, non destruitur, tamen innatus; alioquin nihil esset, quod destrueret violentum per Th.150. & Schol. Th. 152.num.6.lib.1.

Theorema 10.

Impetus ille innatus, qui durat secundo instanti, conseruatur ab aliqua causa; est certum per Ax.14.lib.1.num.1.

Theorema 11.

Non conseruatur à causa primò productiua. Probatur per Th.144. lib.1. alioquin non posset intendi ab eadem causa per Th. 146.lib 1. quippè conseruatio nihil est aliud, quàm repetita productio, vt constat; nam causa conseruans verè influit; igitur si est causa necessaria primo, & secundo instanti æquali nisu influit; influit enim quantum potest per Ax. 12.lib.1.quòd autem impetus intendatur, demonstrabimus infrà; consule Schol.Th.146.lib.1.in quo habes rationem præclari naturæ instituti; quo scilicet factum est, vt qualitates, quæ contrario carent à causâ primò productiua; aliæ verò, quæ contrarium habent, ab alia causâ conseruentur.

Corollarium.

Hinc ab aliâ causâ conseruari necesse est, vt patet, eáque aplicatâ per Ax.10.lib.1.quæcumque tandem illa sit; nos aliquando causam primam esse dicemus.

Theorema 12.

Quando graue est in medio libero, per quod scilicet descendere potest, secundo instanti producitur nouus impetus, itemque tertio, quarto, quinto, &c. Probatur primò; quia secundo instanti est eadem causa quæ primo non magis impedita, eâque necessaria; igitur necessariò agit per Ax. 12. lib. 1. igitur aliquem effectum producit; sed hic effectus non est impetus productus primo instanti, quia non conseruatur à causa primò productiua per Th. 11. igitur est nouus. Probatur secundò; crescit motus grauium in libero medio per hypoth. 1. 2. 3. igitur crescit impetus; quia cum motus naturalis sit ab impetu per Th. 5. quâ proportione crescit effectus, scilicet formalis, & exigentiæ; sic enim motus est effectus impetus per Th. 15. lib. 1. eâdem crescit causa per Ax. 2. Probatur tertiò, quia corpus graue ex maiore altitudine cadens maiorem quoque ictum infligit per hypoth. 1. igitur maior impetus imprimitur in corpore percusso; sed impetus ad extra producitur ab alio impetu per Th. 42. lib. 1. igitur si crescit productus impetus, crescit impetus producens.

Corollarium.

Hinc reiicies quorumdam placitum, qui volunt causam velocioris motus esse grauitatem ipsam, quatenus connotat motum præuium; quia scilicet grauitas non producit illum maiorem impetum ad extra, vt constat; nec substantia ipsius corporis grauis per Th. 40. lib. 1. igitur ipse impetus: præterea si hoc esset, frustrà requireretur impetus contra Th. 5. Denique motus præuius nihil est amplius, cum alius succedit: Vide Th. 40. lib. 1. vbi hæc fusè discussimus.

Theorema 13.

Impetus productus secundo instanti in medio libero conseruatur tertio, & productus tertio conseruatur, quarto, atque ita deinceps; quia scilicet nec conseruantur à causa primo productiua per Th. 144. libri: nec aliquid exigit destructionem; non contrarius impetus, quia nullus est applicatus, vt constat; non resistentia medij, quæ quidem alicuius momenti est; sed non tanti, vt impedire possit motum omninò, vt constat; nam suppono liberum medium, igitur nec destruere impetum; cum tamdiu duret causa quamdiu durat effectus, vt patet; igitur nihil est quod exigat impetus huius destructionem; igitur non destruitur per Ax. 14. lib. 1. quanta verò sit, & quid sit cuiuslibet medij resistentia, dicemus infrà.

Theorema 14.

Si impetus innatus impeditur, ita vt moueri non possit corpus graue, secundo instanti non producitur nouus impetus. Probatur primò, non crescit corporis grauis seu grauitas, seu grauitatio, vt constat experientiâ; igitur non crescit impetus; alioquin si crescceret causa, crescceret effectus per Ax. 2. igitur de re, quòd sit, certum est, atque euidens; iam demonstratur propter quid sit; impetus secundo instanti productus esset frustrà; careret

enim

enim suo fine, vel effectu formali, id est motu; igitur esset frustrà, sed quod frustrà est, non est per Ax.6.l.1.

Scholium.

Obserua quæso, quod iam suprà indicatum est, esse tres veluti species impetus. Prima est impetus naturalis innati. Secunda naturalis acquisiti. Tertia violenti; innatus est qui vel à generante simul cum corpore graui productus est; quisquis tandem sit generans, de quo aliàs; vel ab ipsò graui quasi profunditur, id est, producitur in se ipso statim initio, quo est; porrò cum in corpore graui duplex quasi proprietas sensibilis esse videatur, scilicet grauitas, seu pondus & motus deorsum; certè debet esse in eo aliquid per quod tùm cognosci possit eius pondus, tùm incipiat moueri deorsum; quippe maximè corpora ex pondere cognoscimus, vnumque ab alio distinguimus; igitur debet esse aliquid, quod sensum afficiat, vt cognosci possit; atqui illud ipsum non est substantia corporis; nam corpus graue meæ manui sustinenti impetum imprimit; immò vim alterius impetus infringit; igitur operâ alterius per Th. 40. & 42.lib.1. Præterea illud ipsum, quod agit, seu deorsum pellit sustinentem manum, est illud ipsum quod inclinat corpus graue deorsum immediatè, seu quod exigit motum naturalem deorsum; illud autem quod immediatè præstat hunc motum, nec est substantia corporis grauis per Th.3. igitur ipse impetus per Th.5. adde quod primo instanti, quo est impetus, non est motus ille, quem exigit per Th.34. lib.1. igitur præexistit semper impetus, qui ne sit frustrà, habet primum effectum suum formalem, id est grauitationem: Ex his dicendum est hunc impetum natiuum nunquam destrui, quia nunquam est frustrà, habet enim semper aliquem effectum, primum quidem si caret secundo; secundum verò si caret primo; quippe vtrumque simul habere non potest; nam corporis pondus cognosci non potest, dum fertur deorsum accelerato motu; quot verò, & quanta commoda ex cognitione ponderis cuiuslibet materiæ procedant, vix explicari potest.

Ex his verò concludendum superest impetum innatum esse proprietatem quarto modo, vt vulgò aiunt, corporis grauis; ac proinde ab illo inseparabilem; quid verò fiat de illo, cum corpus graue fit leue; si tamen hoc aliquando accidit, dicemus cum de grauitate, & grauitatione, iam verò satis est ad præsens institutum impetum innatum ab ipso corpore graui nunquam separari, quandiu remanet graue.

Impetus naturalis acquisitus producitur ab eodem principio intrinseco; hinc dicitur naturalis: dicitur verò acquisitus, quia non est innatus; sed separatur à corpore graui; quod semper eo caret, quandiu quiescit: sed innato tantùm accedit ad motus accelerationem, & ad alia quamplurima, quæ ex ea sequuntur; putà maiorem percussionem, resistentiam, vim, & ad tollendum totius naturæ languiorem; quo certè afficeretur, si corpus graue tardissimo motu deorsum ferretur, de quo infrà; Porrò impetus acquisitus in multis differt ab innato; primò quia

destruitur à corpore resistente eo modo, quo diximus, & dicemus infrà. Secundò, quia determinari potest ad omnem lineam.

Impetus violentus est, qui est ab extrinseco, de quo agemus infrà, & iam suprà in lib. 1. multa sunt de eo demonstrata.

Theorema 15.

Impetus naturalis corporis grauis intenditur dum hoc ipsum descendit in medio libero; demonstratur, Impetus nouus producitur in secundo, tertio, quarto, &c. instantibus per Th. 12. sed productus in primo conseruatur secundo, per Th. 9. productus secundo conseruatur tertio, productus tertio conseruatur quarto per Th. 13. igitur secundus additur tertio, tertius primo, secundo, quartus primo, secundo, & tertio, &c. sed impetus additus alteri facit intensiorem impetum per Ax. 1. igitur impetus naturalis intenditur, quod erat demonstrandum.

Theorema 16.

Hinc motus naturalis deorsum acceleratur; hoc ipsum supposui suprà Quod esset in hyp. 1. 2. 3. iam verò demonstro propter quid est; sic enim hypothesis in Theorema conuerti potest, vt sæpè monuimus in methodo; igitur probatur hoc Theorema facilè; crescit impetus in corpore graui, quod tendit deorsum in libero medio per T. 15. igitur crescit causa motus; nam impetus est causa immediata motus naturalis per Th. 51. sed quâ proportione crescit causa, debet crescere effectus per Ax. 2. igitur motus naturalis deorsum crescit, id est acceleratur, id est fit velocior, quod erat dem: nec est quod aliquis existimet hîc à me committi vitiosum argumentationis circulum; quippe probaui suprà crescere impetum, quia crescit motus; iam verò probo crescere motum, quia crescit impetus; nam primò probaui produci nouum impetum in Th. 12. eo quod secundo instanti. v. g. sit eadem causa necessaria applicata non impedita, igitur tàm debet agere secundo quàm primo instanti, hæc fuit mea probatio à priori; secundò verò probaui ex hypothesi certa; quia scilicet crescit motus, cuius veritatem cognosco sensibiliter in se, vnde suppono tantùm de illa quod sit; igitur nullus committitur circulus; nam diuersa est omninò cognitio. Prima scilicet qua cognosco de motu naturaliter accelerato quod sit, quæ mihi, & rustico communis est. Secunda verò qua non modò cognosco de motu illo quod sit acceleratus, verùm propter quid sit acceleratus, id est causam huius accelerationis, id est propter quam attributum hoc inest subiecto, & hæc est vera demonstratio à priori; porrò in Physica de effectu sensibili supponi debet quod sit, hoc enim percipitur sensu. v. g. supponam in Physica quod sit motus acceleratus, quod ignis sit calidus, Sol lucidus, nix candida, vinum rubrum, &c. at verò demonstrabo propter quid hæc sint, sed de his satis.

Scholium.

Obseruabis etiam aliud naturæ institutum, quo scilicet factum est, vt corpora

corpora grauia motu naturali accelerato deorsum ferantur; si enim motu ferrentur æquabili, vel esset æqualis illi quem initio sui descensus habent, qui est tardissimus, vt constat ex ipsa ictuum differentia; atque ita infinitum ferè tempus ponerent grauia in minimo etiam descensu, quod esset maximè incommodum; si verò motus ille esset æqualis motui v.g. quem acquisiuit in spatio 3. vel 4. perticarum, pondera corporum crescerent in immensum, ideſt in ea proportione, qua ictus, qui infligitur à corpore graui confecto 4. perticarum spatio maior est ictu, qui infligitur post decursum minimum omnium spatiorum, quod valdè incommodum esset.

Theorema 17.

Æqualibus temporibus æqualis impetus producitur, si sit eadem applicatio, idemque impedimentum; probatur, quia causa huius impetus est necessaria; sed eadem causa necessaria æqualibus temporibus æqualem impetum producit per Ax. 3.

Theorema 18.

Qua proportione crescit impetus acceleratur motus; quia quæ proportione crescit causa, etiam crescit effectus per Ax. 2.

Theorema 19.

Hinc æqualibus temporibus in descensu corpus graue acquirit æqualia velocitatis, vel accelerationis momenta; hoc ipsum est quod definitionis loco Galileus in dialogo tertio de motu naturali assumit; quod tamen meo iudicio fuit antè demonstrandum quàm supponendum; quare sic demonstramus, quâ proportione crescit impetus, crescit motus per Th. 18. sed temporibus æqualibus acquiruntur æquales impetus gradus per Th. 17. igitur æqualia velocitatis momenta, vel incrementa.

Theorema 20.

Spatia quæ percurruntur motu æquabili æqualibus temporibus sunt æqualia; Probatur per Def. 2.

Theorema 21.

Duo motus æquabiles, qui durant æqualibus temporibus, sunt vt spatia; patet; cùm enim impetus sint vt motus per Ax. 2. motus sunt vt spatia; quippe vt ex impetu sequitur motus, ita ex motu confectum spatium.

Theorema 22.

Duo motus æquabiles, quibus percurruntur spatia æqualia sunt vt tempora permutando;, patet, quia velocior est, quò percurritur spatium æquale minori tempore per Def. 2. l. 1. Igitur eò velocior, quò minori tempore.

Theorema 23.

Spatium, quod percurritur maiori tempore motu æquabili, est maius eo, quod percurritur minori æquè veloci motu in ea ratione, qua vnum tempus

est maius alio ; patet, quia æqualia sunt æqualibus temporibus per Th. 20. igitur inæqualibus inæqualia iuxta rationem temporum ; item spatium, quod idem percurritur minori tempore minus est.

Theorema 24.

Tempus quo maius spatium percurritur eodem motu æquabili, est maius eò quò minus conficitur iuxta rationem spatiorum: Si enim spatia sunt vt tempora, igitur tempora sunt vt spatia ; item tempus, quo minus spatium percurritur est minus eo, quo maius.

Theorema 25.

Spatium, quod conficitur motu velociore, est maius eo, quod percurritur æquali certè tempore, sed tardiore motu, vt constat per def. 2. l. 1. imò est maius iuxta rationem velocitatis maioris, item est minus iuxta rationem tarditatis maioris.

Theorema 26.

Tempus, quo conficitur spatium æquale sed uelociore motu, est minus eo quo conficitur tardiore ; Probatur per def. 2. & per Th. 22. idque in ratione velocitatum permutando; item tempus quo conficitur spatium æquale tardiore motu est maius eo, quo conficitur velociore, patet.

Theorema 27.

Si datum mobile eodem motu æquabili duo percurrat spatia, tempora motuum erunt vt spatia, & viciſſim spatia vt tempora. Probatur per Th. 24. & 23.

Theorema 28.

Si idem mobile temporibus æqualibus percurrat duo spatia motu æquabili, sed inæquali velocitate ; spatia erunt vt velocitates, & hæ vt illa ; imò si spatia sunt vt velocitates, tempora erunt æqualia ; patet etiam per Th. 25.

Theorema 29.

Si percurrantur à mobili æqualia spatia, sed inæquali velocitate, ipsæ velocitates erunt in ratione permutata temporum, ideſt maior velocitas respondebit minori tempori, & minor maiori ; Probatur per Th. 23.

Theorema 30.

Si duo mobilia mouentur motu æquabili, sed inæquali velocitate, & inæqualibus temporibus, spatia sunt in ratione compoſita ex ratione temporum, & ex ratione velocitatum, si enim æqualia sint tempora, spatia erunt vt velocitates per Th. 25. si æquales sint velocitates, spatia erunt vt tempora, per Th. 29. igitur si nec æquales velocitates, nec æqualia tempora, erit ratio spatiorum compoſita ex ratione temporum, & ex ratione velocitatum; sit ratio temporum $\frac{3}{2}$ ratio velocitatum $\frac{2}{1}$ compoſita ex vtraque erit $\frac{6}{2}$ seu 3. vt constat ex ipsis elementis.

Theorema

Theorema 31.

Si duo mobilia ferantur motu æquabili per diuersa spatia, & diuersa velocitate, tempora erunt in ratione composita ex ratione spaliorum & ratioue velocitatum permutata; probatur eodem modo quo superius Th. 30. sit ratio spatiorum $\frac{4}{1}$, velocitatum $\frac{4}{2}$; permutetur hæc $\frac{1}{4}$; componetur ex vtraque $\frac{4}{8}$, ideſt $\frac{1}{2}$, quæ est ratio temporum.

Theorema 32.

Si duo mobilia æquabili motu ferantur per diuersa spatia, & inæqualibus temporibus; ratio velocitatum erit composita ex ratione spatiorum, & ex ratione temporum permutata; Probatur eodem modo; sit ratio spatiorum $\frac{4}{2}$ temporum $\frac{1}{2}$, permutetur $\frac{2}{1}$, composita ex vtraque erit $\frac{8}{2}$, ideſt 4. quæ est ratio velocitatum.

Scholium.

Obseruabis hæc omnia à vigesimo Theoremate maiori ex parte tradi à Galileo suo modo, optimo quidem, sed fortè longiore quàm par sit, nulla habita ratione causarum physicarum.

Theorema 33.

In motu naturaliter accelerato impetus nouus acquiritur singulis instantibus; Probatur quia singulis instantibus est eadem causa necessaria, igitur singulis instantibus aliquem effectum producit, per Ax. 12. l. 1. sed priorem non conseruat, vt dictum est suprà, igitur nouum producit.

Theorema 34.

Hinc singulis instantibus æqualibus nouus impetus æqualis acquiritur, quippe est æqualis, imò eadem causa, igitur æqualem effectum producit per Ax. 12. l. 1.

Theorema 35.

Hinc singulis instantibus intenditur impetus in hoc motu; cum singulis instantibus producatur nouus, & prior conseruetur, cui cum addatur, intenditur per Ax. 1.

Theorema 36.

Hinc singulis instantibus æqualiter crescit & intenditur impetus per Th. 34. igitur æqualiter etiam singulis instantibus crescit velocitas motus per Ax. 2.

Scholium

Obseruabis dictũ esse suprà *instantibus æqualibus*, quia temporis natura aliter explicari non potest, quàm per instantia finita, vt demonstrabimus in Metaphysica; quidquid sit, voco instans totum illud tempus, quo res aliqua simul producitur, siue sit maius, siue minus, siue sit pars maior, vel minor, quod ad rem nostram nihil facit penitus; nam dato quocunque tempore finito potest dari maius & minus, quod certum est; igitur totum illud tempus, quo producitur primus impetus acquisitus, voco instans

co instans primum motus ; cui æqualia deinde succedunt tempora.

Theorema 37.

Hinc crescit impetus iuxta progressionem arithmeticam ; cum singula instantia æqualem impetum addant ; si primo instanti sit vnus gradus, erunt duo ; productus scilicet alteri additus qui conseruatur, tertio erunt 3. quarto 4. quinto 5. &c. igitur crescit secundum progressionem arithmeticam.

Theorema 38.

Eodem modo crescit velocitas, quia singulis instantibus æqualia acquiruntur velocitatis momenta per Ax. 2. & per Th. 36.

Theorema 39.

Maius spatium acquiritur secundo instanti, quàm primo, quia secundo instanti motus est velocior per Th. 36. igitur maius conficitur spatium, tempore scilicet æquali per Def. 2. l. 1. idem dico de tertio, quarto, &c.

Theorema 40.

Spatium quod acquiritur secundò instanti est ad spatium quod acquiritur primo vt velocitas, quæ est secundo ad velocitatem, quæ est primo. Patet per Th. 28. quia cum tempora illa sint æqualia, spatia sunt necessariò vt velocitates ; quippe æquali velocitati æquale spatium respondet tempore æquali, igitur inæquale inæquali, igitur maius maiori, idem dico de aliis instantibus.

Theorema 41.

Hinc spatium quod acquiritur secundo instanti est duplum illius, quod acquiritur primo. Probatur, quia velocitas est dupla per Th 38. igitur spatium duplum, & triplum tertio, quadruplum quarto, &c.

Theorema 42.

Hinc quodlibet spatium crescit æqualiter singulis instantibus æqualibus; quia spatia crescunt vt motus, seu vt velocitates ; hæ crescunt æqualiter singulis instantibus æqualibus per Th. 36. igitur æqualiter crescunt singula spatia per Th. 40.

Theorema 43.

Hinc spatia crescunt singulis instantibus æqualibus secundùm pregressionem arithmeticam ; quia crescit vt velocitas per Th. 40. hæc vt impetus per Th. 38. hic demum iuxta progressionem arithmeticam per Th. 37. igitur si spatium acquisitum primo instanti sit 1. acquisitum secundo erit 2. tertio 3. quarto 4. &c. hinc spatia acquisita singulis instantibus sunt vt series numerorm, qui componunt progressionem simplicem, scilicet 1. 2. 3. 4. 5. 6. &c. dixi singulis instantibus æqualibus, quod est apprimè tenendum ; si enim assumantur partes temporis maiores, perturbatur hæc progressio, de quo infrà.

Theore-

Theorema 44.

Hinc potest dici crescere velocitatem quolibet instanti iuxta rationem spatij quod illo instanti decurritur; quod certè verum est, dum intelligatur legitimus horum verborum sensus; quidquid reclamet Saluiatus apud Galil. dialogo 3. modò assumatur progressio incrementi in singulis instantibus, in quibus reuerà fit; cur enim potiùs in vno quàm in alio? quippe si comparetur velocitas vnius instantis cum velocitate alterius; haud dubiè erit eadem vtriusque ratio, quæ spatiorum; si enim vno instanti percurritur vnum spatium cum vno velocitatis gradu; certè instanti æquali acquiritur duplum spatium cum duobus velocitatis gradibus, nec obest, quod obiicit Galileus tunc motus esse æquabiles; quia motus qui fit in instanti debet considerari vt æquabilis; appello enim instans totum illud tempus, quo simul acquiritur aliquid impetus, aliquid enim simul acquiri necesse est; nec demum obstat quod dicit, dari non posse motum instantaneum, quod multi haud dubiè negabunt; ego in Metaphysica explicabo quonam pacto dari possit motus instantaneus, qui reuerà datur actu, non potentiâ; quia quacunque duratione data potest dari minor; igitur quocunque dato motu potest dari minor.

Scholium.

Obseruabis primò hanc spatiorum rationem, quæ est eadem cum ratione velocitatum assumendam tantùm esse in iis spatiis, quæ acquiruntur singulis instantibus; si enim accipiantur partes temporis maiores, quæ conflentur ex multis instantibus; haud dubiè maior erit ratio spatiorum, quàm velocitatum. v.g. si primo instanti acquiratur primo spatium, secundo, 2. tertio, 3. quarto 4. igitur si cõparetur velocitas primi instantis cum velocitate quarti æqualis erit, vt ratio spatiorum, id est, vt 1. ad 4. At verò si accipiatur pars temporis constans duobus instantibus, hæc 4. instantia conflabunt tantùm 2. partes temporis æquales; in prima acquirentur 3. spatia, in secunda 7. vt patet: sed quia velocitas primæ partis temporis non est æquabilis, nec etiam velocitas secundæ; addantur velocitates primi & secundi instantis, itemque seorsim velocitates tertij, & quarti; certè ratio collectorum erit vt ratio spatiorum; si enim velocitas secundi instantis comparetur cum velocitate quarti est tantùm $\frac{1}{2}$ cum tamen primum spatium sit ad secundum in ratione $\frac{3}{7}$.

Secundò, si comparentur spatia cum temporibus est alia ratio v.g. spatium acquisitum vno instanti se habet ad spatium acquisitum in duobus instantibus, vt 1, ad 3. in tribus vt 1. ad 6. in 4. vt 1. ad 10.

Tertiò obseruabis, non posse sensu percipi instans, imò neque temporis partem ex mille instantibus conflatam; nec etiam spatium quod acquiritur primo instanti; adhibenda sunt tamen instantia necessariò ad explicandam proportionem huius accelerationis, quæ fit in singulis instantibus; vt verò rem istam reuocemus ad sensibilem praxim, assumemus proportionem aliam sensibilem, quæ proximè ad veram accedit, nec ferè sensibiliter fallere potest, de qua infrà.

Theorema 40.

Collectio ſpatiorum eſt ſumma terminorum huius progreſſionis arithmeticæ; Cùm enim ratio ſpatiorum ſit vt ratio velocitatum; dum ſcilicet hæc progreſſio accipitur in inſtantibus, & ratio velocitatum vt ratio incrementi impetuum; vt conſtat ex dictis, & hæc ſequatur ſimplicem progreſſionem 1. 2. 3. 4. &c. certè collectio ſpatiorum eſt ſumma terminorum.

Theorema 41.

Hinc cognito primo termino, & vltimo, id eſt ſpatio quod percurritur primo inſtanti & ſpatio quod percurritur vltimo inſtanti, cognoſcitur ſumma, id eſt collectio ſpatiorum, id eſt, totum ſpatium confectum. v.g. ſi primus terminus, ſecundus 8. igitur ſumma eſt 36. quippe vltimus terminus indicat numerum terminorum, quia primus eſt ſemper vnitas, & progreſſiuus etiam vnitas.

Theorema 42.

Hinc cognita ſumma & vltimo termino cognoſcitur etiam numerus inſtantium æqualium, qui ſemper eſt idem cum numero terminorum, cognoſcitur etiam primus terminus, id eſt ſpatium quod primo inſtanti percurritur, cognoſcuntur etiam gradus velocitatis; quippe hæc omnia ſunt in eadem ratione; quæ omnia conſtant ex regulis arithmeticis præter alia multa data, quæ iubens omitto; tùm quia Phyſicam non ſapiunt, tùm quia hypotheſis illa eſt impoſſibilis phyſicè; quis enim ſenſu percipere poſſit & diſtinguere vnum temporis inſtans, vel ſpatij punctum? licèt recenſenda fuerit hæc accelerati motus proportio in inſtantibus, vt ad ſua phyſica principia reduceretur.

Theorema 43.

Data ſumma progreſſionis huius ſimplicis, inuenietur numerus terminorum, ſi inueniatur numerus, per quem diuidatur, qui ſuperet tantùm vnitate duplum quotientis; quippe habebis in duplo quotientis numerum terminorum v.g. ſit ſumma 10. diuiſor ſit 5. quotiens 2. duplus 4. hic eſt numerus terminorum datæ ſummæ; ſit alia ſumma 21. diuiſor ſit 7. quotiens 3. numerus terminorum 6. ſit alia ſumma 36. diuiſor ſit 9. quotiens 4. numerus terminorum 8. ſit alia ſumma 45. partitor ſit 10. quotiens $4\frac{1}{2}$, numerus terminorum 9. quomodo verò hic partitor inueniri poſſit, viderint Arithmetici; nec enim eſt huius loci, quamquam datâ ſummâ huius progreſſionis ſimplicis facilè cognoſci poteſt numerus terminorum; duplicetur enim, & radix 9. neglecto reſiduo dabit numerum terminorum v.g. ſit ſumma 21. duplicetur, erit 42. rad. 9. 6. dat numerum terminorum; ſit ſumma 36. duplicetur, erit 72. rad. 9. 8. dabit numerum terminorum.

Theorema 44.

Semper decreſcit proportio incrementi velocitatis, id eſt maior eſt proportio velocitatis ſecundi inſtantis ad primum quàm tertij ad ſecundum, & maior

tertij

tertij ad secundum quàm quarti ad tertium, atque ita deinceps; sit enim primo instanti velocitas vt 1. secundo erit, vt 2. tertio, vt 3. quarto, vt 4. sed maior est proportio 2. ad 1. quàm 3. ad 2. & hæc maior quàm 4. ad 3. atque ita deinceps; similiter maior est proportio spatij quod percurritur secundo instanti ad spatium, quod percurritur primo, quàm spatij, quod percurritur secundo instanti ad spatium, quod percurritur primo quàm spatij quod percurritur tertio ad spatium, quod percurritur secundo, atque ita deinceps; est enim eadem ratio spatiorum quæ singulis instantibus respondent, quæ velocitatum, vt demonstratum est suprà.

Theorema 45.

Minor est proportio totius spatij, quod acquiritur duobus instantibus ad totum spatium, quod acquiritur vno, quàm sit illius, quod acquiritur quatuor instantibus ad aliud, quod acquiritur duobus; patet ex dictis; si enim primo instanti acquiritur vnum spatium, secundo acquiruntur 2. igitur duobus simul acquirantur 3. igitur proportio est vt 3. ad 1. Sed si duobus acquiruntur 3. spatia; certè 4. instantibus acquiruntur 10. igitur proportio est vt 10. ad 3. sed proportio $\frac{10}{3}$ est maior $\frac{3}{1}$, erit adhuc maior proportio spatij quod acquiretur 6. instantibus ad illud quod acquiritur tribus; est enim $\frac{21}{6}$ vt patet.

Theorema 46.

Si componatur æquabilis motus ex subdupla velocitate maxima, & minima, æquali tempore, idem spatium percurretur hoc motu naturaliter accelerato; sit enim maxima velocitas vt 6. minima vt 1. motu naturaliter accelerato percurrentur spatia 21. cuius summæ termini sunt 6. igitur 6. instantibus constat hic motus; accipiatur subduplum maximæ, & minimæ velocitatis, scilicet $3\frac{1}{2}$. sitque velocitas motus æquabilis instantium 6. haud dubiè si ducantur $3\frac{1}{2}$ in 6 erunt 21. ratio ex eo petitur quod scilicet, vt habeatur summa progressionis arithmeticæ, debet addi primus terminus maximo, & assumi subduplum totius; illudque ducere in numerum terminorum per regulam arithmeticam; atqui eadem est ratio velocitatum, quæ spatiorum; vt dictum est suprà; scilicet in singulis instantibus.

Theorema 47.

Si assumantur partes temporis majores; quæ scilicet pluribus instantibus constent, seruetur que eadem accelerationis progressio arithmetica, spatium quod ex summa huius progressionis resultabit, erit minus vero; sint enim 6. instantia, & cuilibet iuxta progressionem prædictam suum spatium respondeat, haud dubiè spatium secundi erit duplum spatij primi, & tertium triplum, &c. vt constat ex dictis; igitur erunt spatia 21. iam verò assumantur 3. partes temporis, quarum quælibet ex 2. constet instantibus; primæ parti tria ex prædictis spatiis respondeant; certè si seruetur progressio arithmetica, secundæ respondebunt 6. & tertiæ 9. igitur totum spatium erit 18. minus vero quod erat 21. si verò assumantur tantùm 2. partes, quarum quælibet tribus instantibus constet; primæ parti respon-

debunt 6. ſecundæ 12. igitur ſumma erit 18. minor vero ſpatio ſcilicet 21. hinc vides ſuppoſito eodem inſtantium numero ſpatium eſſe ſemper æquale, ſiue aſſumantur partes maiores temporis, ſiue minores, v. g. ſuppoſitis 6. inſtantibus, ex quibus totum ſpatium 21. conſequitur, ſiue aſſumantur tres partes, quarum quælibet conſtet 2. inſtantibus, ſiue duæ, quarum quælibet conſtet tribus, ſpatium quod ex illis reſultat, eſt ſemper idem ſcilicet 18. aſſumptis verò 8. inſtantibus, & totali ſpatio, quod illis reſpondet 36. ſpatium quod ex partibus reſultabit erit 30. ſiue ſint duæ partes, quarum quælibet conſtet 4. inſtantibus, ſiue ſint 4. quarum quælibet conſtet duobus: hinc rurſus vides aſſumpto maiori inſtantium numero ſpatium verum habere maiorem rationem ad non verum, quàm aſſumpto minori inſtantium numero, v.g. aſſumantur 4. inſtantia, ſumma ſpatiorum erit 10. ſi verò aſſumantur 2. partes temporis, quarum quælibet duobus inſtantibus reſpondeat; ſumma ſpatij erit 9. igitur ratio veri ſpatij ad non verum eſt $\frac{10}{9}$. aſſumantur 6. inſtantia ſpatij veri, ſumma erit 21. non veri 18. igitur ratio $\frac{21}{18}$ ſeu $\frac{7}{6}$ quæ maior eſt priori: denique aſſumantur 8. inſtantia ſpatij veri, ſumma erit 36. non veri 30. igitur ratio $\frac{36}{30}$ ſeu $\frac{6}{5}$ quæ maior eſt prioribus, atque ita deinceps.

Theorema 48.

Datis duabus partibus temporis, & cognito ſpatio quod percurritur in prima, maius ſpatium reſpondebit ſecundæ quo vtraque in plures partes minores diuidetur, ſuppoſita ſemper eadem progreſſione arithmetica in ipſo incremento;

a *Fig. 17 Tab. 1.* ſint a enim duæ partes temporis ſenſibiles æquales A G. G H. & ſpatium quod percurritur prima parte temporis A G ſit H I; in ſecunda percurretur I O, id eſt, duplum H I; at verò diuidatur pars temporis A G in duas æquales A F, F G, & conſequenter totum tempus A H in 4. æquales; haud dubiè in prima A F percurretur N P ſubtripla H I, & in ſecunda F G percurretur P K dupla N P; igitur in 4. partibus temporis A H percurretur ſpatium decuplum P N, ſed H O eſt tantùm nouecupla N P; igitur reſultabit maius ſpatium in 4. partibus temporis, quam in duabus; licèt duæ æquiualeant 4. iuxta progreſſionem arithmeticam.

Similiter A F diuidatur bifariam in E, & tota A H in 8. æquales A E; certè primis 4. percurretur idem ſpatium M L æquale N K & H I; igitur in prima A E percurretur M R. cuius M L ſit decupla; nam 4. terminis reſpondet ſumma 10. ſed 8. terminis id eſt 8. partibus temporis reſpondet ſumma 36. æqualium R M; ſed H O tripla M L eſt tantum 30. æqualium M R; igitur in 8. partibus reſultabit maius ſpatium, quàm in 4. quæ æquiualent 8.

Ex quibus etiam conſtat quo plures accipientur partes temporis maius ſpatium reſultare, donec tandem perueniatur ad vltima inſtantia, ex quibus reſultat maximum; & ſi accipias A G partes temporis A G. G H. habebitur H O; ſi verò 4. æquales A F, creſcet ſpatium ſeu ſumma $\frac{1}{9}$ H O; ſi autem 8. æquales A E creſcet $\frac{1}{5}$ H O; ſi porrò 16. æquales A D creſcet $\frac{28}{108}$ ſi 32. æquales A C creſcet $\frac{120}{408}$; ſi 64. æquales A B creſcet $\frac{496}{1584}$.

Theore-

Theorema 49.

In progressione arithmetica si diuidatur numerus terminorum bifariam æqualiter nunquam summa posterioris segmenti est tripla prioris; sed si accipiantur duo termini est tantùm $\frac{2}{1}$, si 4. est $\frac{7}{3}$ si 6. est $\frac{15}{6}$, si 8. est $\frac{26}{10}$, si 10. $\frac{40}{15}$, si 12. $\frac{57}{21}$, si 14. $\frac{77}{28}$, atque ita deinceps.

Ex quo obserua mirabilem consequutionem; quippe si assumantur tantùm duo termini, & diuidantur bifariam, summa posterioris medietatis est tripla primæ minùs vnitate; si accipiantur 4. est tripla minùs 2. si 6. minùs 3. si 8. minùs 4. si 10. minùs 5. si 12. minùs 6. si 14. minùs 7. atque ita deinceps; vnde summa posterioris medietatis est semper tripla minùs numero suorum terminorum, vel quod clarum est minùs subduplo vltimi, seu maximi termini, vel numeri terminorum totius progressionis, quod probè omninò tenendum est, vt omnes experientiæ explicari possint, quod infrà faciemus.

Theorema 50.

Ex dictis hactenus facilè redditur ratio maioris ictus eiusdem corporis impacti quod cadit ex maiori altitudine; fuit hyp. 1. sed ideò est maior ictus, quia maior imprimitur impetus, vt patet, at ideò maior impetus imprimitur, quia maior est imprimens per Ax. 2. crescit enim impetus, vt constat ex dictis.

Theorema 51.

Hinc quoque ratio maximæ percussionis ex solo pondere cadentis illius arietis inflictæ; quâ scilicet altè infiguntur lignei pali, quibus in mediis aquis tanquam iacto fundamini superædificatur ingens sæpè ædificij moles.

Theorema 52.

Hinc ex minima altitudine cadens corpus graue minimum ferè ictum infligit; quia primus impetus valdè debilis est, qui tamen deinde facta accessione maximus ferè euadit.

Theorema 53.

Hinc ratio, cur tanta sit differentia impetus grauitationis, & percussionis ab eodem mobili; quia scilicet quantumuis tempore breuissimo moueatur, plurimis tamen eius motus durat instantibus; atqui quolibet instanti motus acquiritur impetus æqualis primo impetui grauitationis, vt constat ex dictis. v. g. sit mobile quod moueatur per mille instantia (modicum certè tempus & minimè sensibile) post hunc motum impetus erit millecuplus; igitur effectus etiam millecuplus; quæ omnia constant ex dictis.

Theorema 54.

Hinc percussio quæ fit in primo instanti contactus crescit vt tempus; quia cùm singulis instantibus crescat impetus per partes æquales, & cùm percussio sit vt impetus; etiam erit vt tempus; igitur percussio, quæ fit post duo instantia motus eiusdem corporis grauis deorsum cadentis est du-

pla illius, quæ fit post vnum instans motus, & quæ fit post tria tripla, post 4. quadrupla, atque ita deinceps; cùm enim æqualibus temporibus æqualia acquirantur velocitatis momenta, id est æquales impetus, impetus erunt vt tempora, percussiones vt impetus, igitur percussiones vt tempora.

Dixi in primo instanti contactus; nam reuerâ secundò instanti contactus, nisi fiat reflexio, augetur vis ictus, quia causa necessaria est applicata.

Theorema 55.

Hinc possunt comparari duæ percussiones duorum grauium inæqualium dum cadunt deorsum; si enim cadunt æqualibus temporibus, percussiones erunt vt corpora seu grauitates, vt patet v.g. corpus 2. librarum post 2. instantia motus infligit duplam percussionem illius, quam infligit corpus vnius libræ post 2. instantia motus; si verò tempora motus sunt inæqualia, & grauitates æquales, percussiones erunt vt tempora; si demum grauitates inæquales, & tempora motus inæqualia, percussiones erunt in ratione composita ex ratione grauitatum & temporum, quæ omnia patent ex dictis in Th. superioribus, v. g. sit corpus duarum librarum, & alterum trium librarum; primum moueatur per 5. instantia, & secundum 2. per 5. ratio grauitatum est $\frac{3}{2}$; ratio temporum est $\frac{7}{5}$; composita ex vtraque erit $\frac{21}{10}$; & hæc est ratio percussionum.

Theorema 56.

Hinc potest sciri ratio percussionis & grauitationis eiusdem nobilis in primo instanti vtriusque, si cognoscatur numerus instantium motus; cum enim singulis instantibus æqualis impetus accedat, vt sæpè dictum est; certè erit percussio ad grauitationem, vt numerus instantium motus ad vnitatem, v.g. grauitatio sit vt 4. sitque motus eiusdem corporis per 8. instantia; percussio erit ad grauitationem, vt 32. ad 4. vel vt 8. ad 1. quæ omnia constant ex dictis.

Theorema 57.

Hinc data percussione, si cognosceretur probè numerus instantium motus, dari posset grauitatio ipsi æqualis; v.g. sit percussio dati corporis cadentis per 8. instantia, eius percussio est octupla grauitationis eiusdem per Th. 56. igitur si detur grauitatio octupla huius, erit æqualis datæ percussioni; dabitur autem grauitatio octupla, si detur corpus eiusdem materiæ octuplò grauius, vt constat.

Theorema 38.

Hinc primo instanti grauitationis nullum ferè sentitur pondus, quia minima vis est, quæ consequentibus instantibus augetur, hinc licèt corpus breui tempore quis sustineat, paulò post tamen ponderi cedit, ratio est clara ex dictis.

Scholium

Scholium.

Obseruabis primò numerum instantium non posse à quoquam sensu percipi, nec in calculos vocari, vt patet; vnde Theoremata non possunt ad praxim reduci defectu huius cognitionis; quam supra adhibui hypotheseos loco.

Secundò non potest ad amussim tempus cum tempore componi ad æqualitatem, vel aliam datam rationem; licèt enim vnum tempus sensibile haberet mille instantia supra aliud; illa tamen inæqualitas sensu minimè perciperetur; idem dico de aliis rationibus, in quo, ni fallor, maximè peccant, qui temporum æqualitatem perfectam obseruari posse contendunt.

Tertiò, idem dico de percussionum ratione; quippe non potest sensu percipi inæqualitas duarum percussionum, licèt vires vnius præualeant mille punctis seu gradibus insensibilibus; quippe non potest distingui ab alia nisi vel ex spatio; atqui discerni non potest, an vnum spatium superet aliud mille punctis; vel ex sono; atqui sonus potest diuidi in infinitos ferè gradus sensu minimè perceptibiles; igitur nulla hypothesis in his experimentis statui potest, quibus æqualitas vel temporum, vel spatiorum cognosci dicatur; nec dicas aliquot instantia parùm discriminis importare, nam cùm singulis instantibus fiat æqualis impetus accessio, mille instantia reddunt percussionem millecuplam grauitationis; hinc certum est ex numero instantium cognito cognosci tantùm posse numerum punctorum, & viciſſim; at certè neuter sensu percipi potest; neque tanti est hoc scire.

Theorema 59.

Hinc si corpus graue descenderet motu æquabili eoque æquali motui primi instantis; certè vix modicum spatium post multos annos decurreret; supponamus enim quod plures habent, licèt accuratè experimento subiici non possit, scilicet vno secundo minuto temporis decurri à corpore graui deorsum 12. pedes spatij; in secundo minuto supponamus esse mille instantia, quamuis infinita penè contineat; sitque in primo instanti motus vnus gradus impetus; sic enim vocetur illa pars impetus, quę producitur primo instanti; certè post mille instantia motus, erunt mille gradus impetus; iam verò si accipiatur subduplum maximæ & minimæ velocitatis; id est vnius gradus, & mille graduum, scilicet 500. $\frac{1}{2}$ tribuaturque motui æquabili; haud dubiè vno secundo minuto percurrentur 12. pedes spatij per Th. 46. Igitur si cum velocitate vt 500, $\frac{1}{2}$ percurrentur 12. pedes 1. minutó', cum velocitate vt 1. percurrentur 12. pedes 500. secundis minutis, & 30. tertiis; si verò accipiantur plura instantia, v.g. 1000000. instantia, percurrentur 12. pedes 500000. secundis minutis; si verò 1000000000000. percurrentur 500000000000. secundis, id est 8333333333. minutis, id est 138888888. horis

id est

id est 5787037. diebus id est 8903 1. annis, omitto minutias;atqui longè adhuc plura in vno minuto continentur instantia.

Theorema 60.

Si corpus graue descenderet motu æquabili , eoque æquali motui vltimi instantis , duplum ferè spatium æquali tempore conficeret illius quod conficit motu accelerato , duplum inquam ferè scilicet paulò minus ; quia conficit idem motu æquabili ; cuius velocitas est subdupla maximæ & minimæ; sed minima velocitas primi instantis pro nihilo reputatur ; igitur accipiatur tantùm subduplum maximæ, igitur cum velocitate æquali maximæ,eodem tempore duplum spatium percurretur ; igitur in vno minuto secundo, v.g. 24. pedes;igitur in vno minuto primo eodem motu æquabili 1440. pedes percurrentur ; igitur in vna hora 86400. pedes ; hinc non est quod aliqui adeo mirentur , seu potiùs reiiciant hanc motus accelerationem quod ex ea tùm tardissimus motus , tùm velocissimus consequatur.

Theorema 61.

Motus naturaliter acceleratus non propagatur per omnes tarditatis gradus ; quia tot sunt huius propagationis gradus , quot sunt instantia, quibus durat hic motus , cum singulis instantibus noua fiat impetus accessio,sed non sunt infinita instantia , vt demonstrabimus in Metaphysica;præterea licèt essent infinita instantia,non fieret adhuc per omnes tarditatis gradus hæc propagatio ; quia daretur aliquis gradus tarditatis, quem non comprehenderet hæc graduum series ; nam incipit moueri tardiùs in plano inclinato quàm in libero medio rectà deorsum,vt constat , & in medio denso quàm in raro v.g. in aqua quàm in aëre ; igitur hic tarditatis gradus , quo incipit moueri in plano tantillùm inclinato, non continetur inter illos,quibus mouetur rectà deorsum.

Hinc duplici nomine reiice Galilæum qui hoc asserit. Primò , quia frustrà ponit infinita instantia sine necessitate;secundò,quia ratio,quam habet,non conuincit;vocat enim quietem tarditatem infinitam ; à qua dum recedit mobile , haud dubiè per omnes tarditatis gradus propagari potest eius motus ; sed contrà primò,nam reuerà quies non est tarditas, quæ motui tantùm inesse potest. Secundò , quia tàm ex quiete sequi potest immediatè velox motus,quàm tardus, vt patet in proiectis. Tertiò, quia motus incipit ; igitur per aliquid sui,igitur ille primus motus à quiete infinitè non distat ; denique rationes suprà propositæ rem istam euincunt.

Scholium.

Obseruabis consideratum esse hactenus hunc motum nulla habita ratione resistentiæ medij , quæ haud dubiè hanc propositionem motus accelerati tantillùm impedit , sed de resistentiâ medij agemus infrà.

Corollarium 1.

Ex dictis facilè reiicies primò sententiam illorum , qui negant motum

tum naturalem accelerari, quos non ratio modò euidentissima, sed adeò sensibile experimentum omninò conuincere potest.

Corollarium. 2.

Secundò reiicies illos, qui volunt accelerationem motus esse, vel à vi magnetica, quâ terra trahit ad se omnia grauia; vel ab alia vi occulta, quâ cœlum pellit deorsum; vel à cœlesti illa, imò potiùs fabulosâ materiâ; vel demum ab ipsa vi sympathicâ, quâ corpus suo centro propiùs factum totas suas vires exerit, vt ei se conjungat; quæ omnia gratis dicuntur, & ex dictis plusquam efficaciter refelli possunt, ne frustrà tempus in iis iterum refellendis teramus.

Corollarium 3.

Tertiò reiicies, qui volunt motum accelerari ex aëris à tergo impellentis appulsu, quod ridiculum est: licèt enim Aristoteles videatur illud sensisse de projectis, quod examinabimus suo loco; nunquam tamen hoc dixit de motu naturali; quin potiùs antiquorum fuit omnium hic sensus, fieri accessionẽ mobili alicuius, vnde reddatur motus velocior; hinc dictum illud vulgare, *vires que acquirit eundo*; nihil porrò intelligi potest nomine virium, nisi id, ex quo maior ictus, seu percussio sequitur; illud autem esse impetum constat.

Corollarium. 4.

Quartò ex his sententia Aristotelica de motu accelerato optimè vindicatur; quòd scilicet grauia sub finem sui motus velociùs ferantur versùs centrum; quod ex dictis, & simplicissimis, certissimisque principiis demonstratum fuit.

Corollarium. 5.

Quintò reiicies etiam illorum sententiam, qui hanc accelerationem tribuunt vel medio minùs resistenti, vel grauitatis augmento, vel impetui violento priùs impresso dum corpus graue attollitur, quod meo iudicio ridiculum est; quasi verò frustum rupis decisum, deorsumque ruens impetum violentum aliquando habuerit.

Corollarium. 6.

Sextò reiicies illorum sententiam, qui volunt accelerationem motus naturalis ita fieri, vt spatia temporibus æqualibus acquisita sequantur seriem numerorum imparium 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. &c. & spatia sint vt quadrata temporum v. g. si primo instanti acquiritur 1. spatium: secundo acquiruntur 3. tertio 5. quarto 7. &c. fiatque vno instanti acquiritur 1. spatium, duobus acquiruntur 4. tribus 9. quatuor 16. atque ita deinceps per quadrata, quæ omnia ex dictis falsa esse constat; quippe si æqualibus temporibus acquiruntur æqualia velocitatis momenta; igitur si primo instanti est 1. gradus, secundo erunt 2. igitur secundo tempore cum duobus gradibus velocitatis vel impetus percurrentur duo tantùm spatia, si primò instanti æquali cum vno gradu percurritur vnus, sed de his fusè infrà.

Corollarium 7.

Septimò reiicies etiam aliquos recentiores, qui volunt fieri hanc progressionem spatiorum æqualibus temporibus respondentium secundùm progressionem Geometricam, duplam, scilicet iuxta hos numeros 1. 2. 4. 8. 16. 32. &c. quod etiam ex eadem ratione facilè confutatur: reiicies etiam alium recentiorem, qui vult hanc progressionem sumi ex linea proportionaliter sectâ, id est in mediam & extremam rationem; sed de his omnibus in dissertatione sequenti fusè disputamus; quippe rem hanc tanti esse putamus, vt nihil omittendum sit, quod ad eius plenissimam confirmationem pertineat.

DISSERTATIO

De Motu naturaliter accelerato.

DVæ sunt potissimùm in hac materia celebres sententiæ; Prima est Galilei, & ferè omnium recentiorum, qui post Galileum de motu scripserunt; inter quos, ne omittam Genuensem Patricium, Balianum; Doctus Mersennus, & eruditus Gassendus primum locum obtinent; quorum ille hanc sententiam multis in locis, scilicet in suis quæstionibus Physicis, in sua Galilei versione, in harmonia vniuersali, & demum in sua Balistica passim, tùm fusè proponit, & explicat, tùm etiam suis rationibus confirmat; Galileus verò illam habet tùm in gemino systemate, tùm in dialogo tertio de motu locali.

Secunda sententia nostra est, de qua non semel disputandùm fuit à Magistro, tùm verbis tùm etiam litteris scriptis; & ne quid fortè dissimulem, illa est sententia quam anonimo Philosopho (quem non sine laude appellat idem Mersennus) tribuit. prop. 18. suæ Balisticæ sub finem; illa est inquam sententia, quam hactenus meo iudicio satis luculenter demonstrauimus.

Sunt tres aliæ sententiæ, quæ ab eodem Mersenno referuntur; prima est quæ progressionem spatiorum eamdem esse vult cum eâ, quæ est sinuum versorum, centro quadrantis posito in centro terræ, & altero extremo sinus totius in eo puncto, in quo incipit motus. Secunda est quorumdam, qui volunt progressionem spatiorum, quæ singulis temporibus respondent, esse in progressione geometrica dupla iuxta hos numeros, 1. 2. 4. 8. 32. Tertia est alicuius, qui voluit esse iuxta proportionem lineæ sectæ in mediam, & extremam rationem.

Tres vltimæ sententiæ nullo prorsus nituntur fundamento; igitur vel inde maximè confutantur, quòd gratis fine vllo prorsus vel rationis vel experimenti momento excogitatæ sint. Igitur in hac dissertatione duæ tantùm primæ discutiendæ sunt Sententiæ Galilei schema a hic habes in linea A F, in qua assumitur A B, spatium scilicet, quod dato tempore

a *Fig. 1.*

corpus

corpus graue suo motu percurrit; & secundo tempore æquali B C, quæ tripla est A B, tertio C D quintupla quarto D E septupla, quinto E F nouecupla; vides primò seriem numerorum imparium 1. 3. 5. 7. 9. atque ita deinceps. Secundò vides spatia esse in ratione duplicata temporum, hoc est vt temporum quadrata. v. g. si accipiatur spatium A B primo tempore peractum, & spatium A C duobus temporibus confectum: ratio huius ad illud est vt 4. ad 1. id est vt quadratum 2. ad quadratum 1. similiter, si accipiatur spatium A D confectum tribus temporibus, erit 9. id est quadratum 3. spatium A E confectum 4. temporibus erit 16. id est quadratum 4. & A F 25. quadratum 5.

Hæc sententia ingeniosè à Galileo excogitata ex duplici capite à suis auctoribus confirmatur; primò experientiâ, secundò ratione. Experientia tribus potissimum experimentis fulcitur; primum est in motu deorsum per lineam perpendicularem. v. g. in linea A F; nam reuerâ multi sunt, iique grauissimi auctores in rebus tùm philosophicis, tùm mathematicis versatissimi, qui sæpiùs sensu ipso probarunt, repetitis vsque ad nauseam experimentis, tempore vnius secundi minuti corpus graue in libero aëre 12. pedes spatij motu naturali deorsum percurrere; in 2. verò secundis 48. in 3. secundis, 108. sed spatia ista sunt vt temporum quadrata, vt constat.

Secundum experimentum est in plano inclinato, in quo corpus graue descendit iuxta prædictam progressionem, quod expressis verbis testatur Galileus à se fuisse probatum sæpiùs, nec vnquam à vero ne tantillùm quidem aberrasse, sed in perpendiculari deorsum eadem proportione crescit motus, quâ in plano inclinato; licèt in plano inclinato tardior sit motus, vt demonstrabimus aliàs.

Tertium experimentum petitur ex funependulis; in quibus sæpiùs obseruatum est longitudinem funis, & consequenter arcum quadrantis longioris funependuli esse ad longitudinem, seu quadrantem alterius breuioris, vt quadratum temporis, quo perficitur vibratio maioris ad quadratum temporis, quo perficitur vibratio minoris. v. g. sit [a] longitudo funependuli maioris, C G minoris verò subquadrupla C F; eleuetur vterque funis, cui pondus æquale sit appensum vsque ad horizontalem C D E & alterum ex D; alterum verò ex E demissum cadat deorsum; haud dubiè funependulum C E duplum temporis collocabit in decurrendo quadrante E G, & funependulum E D subduplum. v. g. si C D conficit suam vibrationem D F vno secundo, E G conficiet suam E G duobus, vt centies obseruatum est; sed E G est quadruplus D F, vt patet; igitur E G & D F sunt vt quadrata temporum, quibus percurritur E G & D F sed vt descendit graue per D F & E G, ita descendit per C F & C G, quippe D F & E G habent rationem plani inclinati deorsum.

[a] *Fig. 19 Tab. 1.*

Adde quod, vt se habet tempus, quo descendit per totum quadrantem D F, ad tempus, quo descendit per totum quadrantem E G. sic se habet tempus, quo descendit per arcum D L subduplum D F ad tempus, quo descendit per arcum E I subduplum E G; item tempus, quo descendit

per arcum D M ſubquadruplum D F ad tempus, quo deſcendit per arcum E K ſubquadruplum E G; denique vt tempus, quo per minimum arcum quadrantis D F, ad tempus, quo deſcendit per alium proportionalem, ſcilicet quadruplum in quadrante E G; atqui tam parui arcus poſſunt aſſumi, vt ſint ad inſtar lineæ rectæ deorſum tangentis ſcilicet in D & in E; igitur in his rectis deſcendunt grauia iuxta progreſſionem prædictam; id eſt, cum arcus minimus aſſumptus ab E, qui æquiualet rectæ, ſit quadruplus arcus minimi aſſumpti à puncto D, tempus, quo percurritur ille primus, eſt ad tempus, quo percurritur hic ſubquadruplus, vt tempus, quo percurritur E G ad tempus, quo percurritur D F vt dictum eſt; ſed tempus, quo percurritur E G eſt duplum illius, quo percurritur D F; igitur tempus, quo percurritur minimus arcus aſſumptus ab E, & qui eſt ad inſtar rectæ, eſt duplum temporis quo percurritur minimus arcus aſſumptus à puncto D ſubquadruplus prioris, & qui eſt etiam ad inſtar rectæ; igitur ſpatia ſunt vt temporum quadrata.

Quod autem tempus, quo percurritur E G ſit duplum illius, quo percurritur D F, patet experientiâ; nam ſi numerentur ducentæ vibrationes funependuli C D; eodem tempore numerabuntur centum vibrationes maioris C E; igitur vibrationum minoris numerus eſt duplus numeri vibrationum maioris, dum ſimul vibrantur; igitur eo tempore, quo fiunt 100. maioris, fient 200. minoris; nam omnes vibrationes eiuſdem funependuli ſunt æquè diuturnæ, licèt fiant per arcus inæquales eiuſdem quadrantis, vt ſæpè obſeruatum eſt. In his tribus potiſſimùm experimentis fundatur hæc hypotheſis Galilei, quæ nec clariùs meo iudicio, nec ſinceriùs exponi poſſunt.

Antequam rationes, quæ pro hac ſententia facere videntur, proponamus, refellamuſque; oſtendo primò quomodo cum his experimentis ſtare poſſit noſtra hypotheſis; igitur ex iis hypotheſis Galilei rectè deduci non poteſt: quippe hæc eſt certiſſima regula, quam nemo Philoſophus negare auſit: Quotieſcumque aliquod experimentum tale eſt, vt cum eo ſtare poſſint contrariæ hypotheſes; ex eo certè neutra deduci poteſt; igitur ex propoſitis experimentis ſuam hypotheſim Galileus non legitimè deducit, quod vt clariſſimè oſtendam.

Suppono, quando dicitur ſecundum ſpatium eſſe triplum primi ſuppoſitis æqualibus temporibus, non ita Geometricè, certaque, & acuratâ aſſertione hoc dici; quin vel aliqua puncta in ſpatiis, vel inſtantia in temporibus deſint, vel ſuperſint; ſi enim quis diceret ſpatium eſſe triplum primi minus 100000. punctis, vel ſecundum tempus eſſe maius primo 100000. inſtantibus; quis hanc, vel ſpatij, vel temporis differentiam ſenſu percipiat? cum tamen experimentum omne phyſicum ſenſui ſubeſſe poſſit; nec eſt quod aliquis dicat hoc idem toties obſeruatum eſſe, tam multis locis temporibus, totque ac tantis etiam teſtibus, vt minimè fraus aliqua, vel error ſubrepere potuerit; nam cum parua ſit, & inſenſibilis tùm ſpatiorum, tùm temporum differentia, maius vel minus æquali tempus, pro æquali, maius vel minus triplò ſpatium pro triplo facilè

facilè accipi poteſt, cum nullum diſcrimen ſenſibile eſt.

Adde quod non deſunt viri grauiſſimi qui dicant ſe vix obſeruare potuiſſe hanc ſpatiorum progreſſionem; plures appellare poſſem; vnus Gaſſendus eſt inſtar omnium; qui ſanè in obſeruando fuit acuratiſſimus, qui literis ſcriptis, quas ego vidi, expreſſis verbis aſſerit progreſſionem hanc non eſſe omninò iuxta hos numeros 1.3.5.7. ſed ſingulis addendas eſſe ſuas minutias, quas ipſe habet; ſed ego omitto, quia etiam ſua incertitudine laborant; igitur nullo experimento ad amuſſim concludes, vel æqualitatẽ, vel aliam accuratam tùm temporum tùm ſpatiorum proportionem: Equidem ſenſu percipio practicam hanc eſſe maiorem pedo; at tot lineis vel pũctis ſuperare ne Argus quidem certò, ac diſtinctè cerneret: Sed efficaciter, meo iudicio, hanc Galilei hypotheſim refello; ſint a 2. partes temporis æquales A E, E F, eæque ſenſibiles; nec enim aliæ aſſumi poſſunt; ſintque minimæ omnium ſenſibilium, haud dubiè conſtant ſingulæ infinitis ferè aliis inſenſibilibus, vt patet; igitur ſic ratiocinatur Galileus; in prima parte temporis A E. corpus graue percurrit ſpatium G H, & in ſecunda æquali E F percurrit ſpatium H L triplum prioris; igitur ſpatia ſunt vt quadrata temporum, rectè; ſed antequam vlterius progrediar; Quæro vel à Galileo, vel à quolibet alio, vtrum ſpatium H L ſit omnino triplum? & ſi aliquis contenderet deeſſe $\frac{1}{1000000}$ G H vtrum experimento præſenti conuinci poſſit? nemo, vt puto, id aſſerere auſit; hoc poſito, aſſumptaque progreſſione arithmetica quã noſtra ſententia in ſpatiis adſtruit; ſi prima parte temporis A E percurratur ſpatium G H, ſecunda E F percurretur tantùm H K duplum G H; igitur minus eſt hoc ſpatium vero ſpatio $\frac{1}{4}$. ſcilicet tota K L; res prorſus demonſtrata eſſet, ſi termini proportionis vnius eſſent tantùm 2. id eſt, ſi progreſſio fieret in partibus temporis ſenſibilibus; at poſito quod ſint plures termini, vt reuerà ſunt; nam in totidem terminis fit progreſſio, in quibus fit augmentum impetus, vel accelerationis acceſſio; atqui hæc fit in ſingulis inſtantibus, licèt finitis, igitur & progreſſio; Quare duæ partes temporis A E, E F diuidantur in 4. æquales A D; certè in duabus primis percurretur ſpatium. V Q æquale G H; igitur duabus vltimis percurretur Q K, quæ ſit ad Q V vt 7. ad 3. nam prima parte percurritur 1. ſpatium, ſecunda 2. igitur Q V continet tria ſpatia; tertia verò 3. quarta 4. ergo hæ duæ vltimæ 7. ſed Q M eſt dupla Q V; igitur continet 6. igitur M K eſt $\frac{1}{3}$ V Q, vel K L; igitur K M eſt $\frac{1}{12}$ G L; igitur 2. L $\frac{1}{12}$, vel $\frac{1}{6}$, igitur V K eſt ad G L vt 10. ad 12. igitur totum ſpatium V K eſt minus vero $\frac{1}{6}$. Præterea 2. partes temporis A E E F diuidantur in 8 partes æquales A E; haud dubiè 4. primis percurretur ſpatium X T æquale G H, quod debet diuidi in 10. ſpatia; nam 4. terminis, ſeu temporibus reſpondent ſpatia 10. quibus æqualia ſunt 40. in tota G L, cuius X T eſt $\frac{1}{4}$, ſed ſi in 4. primis acquiruntur 10. 4. vltimis E F acquiruntur 26. ſcilicet T 5; igitur tota X 5. eſt 36. igitur eſt ad G L. vt 36. ad 40. ſeu 9. ad 10. igitur X 5. eſt ſpatium minus vero $\frac{1}{10}$.

a *Fig.* 20. *t.* 1.

Præterea diuidatur tempus A F in 16. partes æquales A B; haud dubiè

8 primis acquiritur ſpatium Y S æquale G H; quod debet diuidi in ſpatiola 36, quæ reſpondent 8. temporibus, ſeu terminis huius progreſſionis, quibus æqualia ſunt 144. in G L, cuius Y S eſt $\frac{1}{4}$, ſed ſi in 8. primis acquiruntur 36. in 8. vltimis acquirentur 100. igitur S 6. eſt 100. igitur Y 6. eſt 136. igitur eſt ad G L vt 136. ad 144. ſeu 17. ad 18. igitur Y 6. eſt ſpatium totale minus vero $\frac{1}{18}$.

Deinde diuidatur adhuc tempus A F in partes 32. æquales, 16. primis acquiritur Z R æquale G H, quod debet diuidi in ſpatiola 136. quæ reſpondent 16. temporibus quibus æqualia ſunt 544. in tota G L, cuius Z R eſt $\frac{1}{4}$ ſed ſi in 16. primis temporibus acquiruntur 136. in vltimis 16. acquiruntur 392. igitur R 7. eſt 392. & Z R 136. igitur Z 7. 528. igitur Z 7. eſt ad G L, vt 528. ad 544. ſeu vt 33. ad 34. igitur Z 7 eſt ſpatium minus verò $\frac{1}{34}$

Denique ſi diuidatur tempus A F in partes 64. ſpatium acquiſitum erit minus vero, aſſumpto ſcilicet tota H L $\frac{1}{66}$, ſi diuidatur in 128. partes, erit minus $\frac{1}{130}$ ſi diuidatur in 256. partes, erit minus $\frac{1}{258}$ ſed temporis partes 2. A E. E F minimè ſenſibilium diuīdi poſſunt in infinita ferè inſtantia; ſint tantùm ex. g. 1000000. igitur ſpatium tunc acquiſitum erit minus ſuppoſito vero H L $\frac{1}{1000002}$, quæ ſi deſit tantùm ſpatio K L vt ſit $\frac{1}{4}$ totius G L, quis hoc diſcernat? igitur etiam ſuppoſita progreſſione arithmetica, quæ fiat in finitis inſtantibus; ſi obſeruetur acuratiſſimè ſpatium, quod percurritur in vna parte temporis ſenſibili v. g. ſpatium G H in parte temporis A E; ſpatium, quod acquiretur in tempore ſecundo æquali tàm propè accedet ad ſpatium H L, id eſt ad triplum prioris G H, vt nullus mortalium diſcernere poſſit; igitur cum hoc experimento tàm poteſt ſtare noſtra hypotheſis, quàm alia Galilei, igitur neutra ex eo tantùm euinci poteſt.

Hinc obiter obſerua progreſſionem differentiarum; quippe ſi ſint tantùm 2. partes temporis, differentia eſt $\frac{1}{4}$; ſi 4. $\frac{1}{6}$ ſi 8. $\frac{1}{10}$; ſi 16. $\frac{1}{18}$; ſi 32. $\frac{1}{34}$; ſi 64. $\frac{1}{66}$ nam primò denominator fractionis ſuperat tantùm binario numerum partium temporis; ſecundò differentiæ denominatorum ſunt in progreſſione geometrica dupla numerorum 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. &c.

Eodem modo ſoluendum eſt ſecundum experimentum rotati globi in plano decliui; præſertim cum globus ab incurſu aſperiorum partium tùm globi, tùm plani ſaltuatim deſcendat; quod dubium eſſe non poteſt, & quò decliuius erit, faciliùs reſiliet à plano, vt patet; ſed de motu in planis inclinatis fusè agemus infrà libro integro.

Quod ſpectat ad tertium experimentum; multa in eo ſupponuntur vel falſa, vel ſaltem dubia: vel ea quæ cum noſtra hypotheſi optimè conueniant. Primum eſt, quando dicuntur omnes vibrationes eiuſdem funependuli, ſiue maiores, ſiue minores eſſe æquediuturnæ, quod manifeſtis experimentis repugnat; quippe vibratio maior plùs temporis; minor verò minùs in ſuo deſcenſu ponit; dimittantur enim duo funependula æqualia; alterum quidem ex altitudine 90. graduum, alterum ex altitudine

10. vel

10. vel 15. graduum; ita vt simul vibrationes suas incipiant; numerentur vibrationes vtriusque, vbi 100. è minoribus numeratę fuerint, numerabuntur circiter 97. è maioribus, quod sæpiùs obseruaui testibus etiam adhibitis; hoc ipsum etiam obseruarunt alij; atque adeo ipse P. Mersennus, qui L. 2. suæ versionis, Ar. 17. Galileum arguit parùm acurati studij in his obseruationibus adhibiti: rationem huius effectus in libro de funependulis explicabimus; immò si omnes vibrationes maiores primæ vibrationi 90. grad. essent æquales, & aliæ minores alterius funependuli sensim, vt fit, minuerentur; vix 90. maiores numerare posses, iam enumeratis 100. ex minoribus; sed de his omnibus suo loco; in vna tamen vel altera vibratione vix aliquod discrimen obseruatur; quod tamen obseruari facilè posset in maioribus funependulis.

Secundum, quod supponitur, est quod longitudines funependulorum sint prorsus, vt quadrata temporum, quibus vibrationes singulorum fiunt, v.g. funependulum longitudinis 4. pedum facere vnam vibrationem eo tempore, quo funependulum longitudinis vnius pedis facit duas; quod primò in multis vibrationibus non tàm accuratè obseruatur; secùdò licèt obseruaretur sensibiliter, id emresponderi debet, quod suprà in singulis vibrationibus esse tantùm discrimen; uod etiam in multis sensibile non est; si enim discrimen primarum vibrationem v.g. sit $\frac{1}{100000000}$ certè vltimarum adhuc insensibile erit.

Tertium suppositum fuit, minimum arcum minoris quadrantis assumptum, & alium minoris quadrantis esse ad instar perpendicularium; cùm tamen diuersa sit inclinatio minoris, & maioris quadrantis: quippe principium maioris accedit propiùs ad perpendicularem; facit enim angulum contingentiæ minorem; alia verò extremitas accedit propiùs ad horizontalem propter rationem prædictam; hinc illa extremitas maioris, vnde est initium motus, planum decliuius facit; altera verò minùs decliue; sed hæc fusè prosequar suo loco.

Quartum, quod supponitur est, accelerationem motus fieri in quadrante in ea ratione, in qua fit per plana chordarum inclinata, quod etiam falsum est; quia in eodem plano inclinato supponitur eadem inclinatio; secus in quadrante, cuius singula puncta nouam faciunt inclinationem: adde quod quarta pars quadrantis maioris E K non facit eandem inclinationem, quam totus quadrans minor D F ipsi E K æqualis; quamquam hoc ipsi vltrò concedent aduersarij.

Præterea, sit ita vt supponitur; ita vt sensibiliter differentia huius progressionis percipi non possit; sintque numeratæ omnes vibrationes sensibiles dati funependuli ex altitudine 90. grad. demissi; quæ vix esse possunt 1800; sint autem plures scilicet 2000. dicis confectas esse 2000 minoris funependuli eo tempore, quo 1000. tantùm in quadruplo funependulo nnmerantur; annuo quidem, si res tantùm sensibiliter consideretur; sin verò secùs, id pernego; sed dico deesse v. g. 1000000. puncta spatij, quæ discerni non possunt, ita vt primæ vibrationi 1000. puncta secundæ, 2000. tertiæ 3000. &c. vltimæ verò, seu millesimæ

1000000.

1000000. quæ omnia sunt insensibilia, neque maiorem habent difficultatem, quàm in motu perpendiculari, de quo suprà; etiam concessis vltrò omnibus experimẽtis propositis. Igitur suppositâ progressione spatiorum arithmetica in instantibus, tàm propè accedit ad aliam, quàm Galileus ponit, siue in perpendiculari deorsum, siue in quadrante funependuli; assumptis scilicet partibus temporis sensibilibus, vt differentia discernit non possit; immò nec duplum differentiæ, nec centuplum, nec millecuplum; sed de his satis quæ ex dictis suprà facilè intelligi possunt: quare veniemus iam ad rationes.

Prima ratio, quam affert Galileus est; quia cum natura in suis operationibus adhibeat simpliciſſima media; & cum acceleratio motus naturalis non possit fieri iuxta faciliorem, vel simpliciorem progressionem, quàm sit ea quæ fit per quadrata; non est dubium, quin iuxta illam progressio motus naturaliter accelerati fieri debeat; præsertim cùm omnibus experimentis consentiat, & in ea omnia phænomena explicari possint.

Resp. Primò progressionem arithmeticam simplicem iuxta hos numeros 1.2.3.4. longè simpliciorem esse alia quæ fit iuxta illos 1.3.5.7. vt nemo non iudicabit. Secundò cũ accidit duas hypotheses conuenire cum omnibus experimentis seu phænomonis, debet esse aliqua ratio, cur adhibeatur vna potiùs quàm alia; sed nulla est ratio, cur Galileus adhibeat suam, vti videbimus; nos verò ratione demonstratiuâ probamus nostram; igitur nostra est præferenda pro theorica rei veritate; quia verò alia in temporibus sensibilibus proximè ad verum accedit eam adhibendam esse decernemus infrà ad praxim, & communem istorum motuum mensuram.

Secunda ratio est, quia, si accipiatur subduplum maximæ, & minimæ velocitatis; sitque ex his quasi conflata velocitas motus æquabilis, hoc motu æquabili æquali tempore pèrcurretur spatium idem, quod antè motu naturaliter accelerato v.g. sint numeri datæ progressionis 1.3.5.7.9.11. certè summa terminorum seu totum spatium erit 36. accipiatur subduplum primi $\frac{1}{2}$ & sexti 5. $\frac{1}{2}$ habebitur velocitas vt 6. igitur cum velocitate vt 6. æquali tempore percurretur spatium 36. quod rectè demonstrauit Galileus.

Respondeo non minùs nostram hypothesim cum hoc ipso stare, quàm stet hypothesis Galilei: sint enim 6. instantia, & singulis sua tribuantur spatiola more dicto 1 2 3 4 5 6. summa spatiorum est 21. assumatur subduplum velocitatis primi instantis $\frac{1}{2}$, & subduplum sexti instantis, scilicet 3. conflatum ex vtroque 3 $\frac{1}{2}$; ducatur in 6. id est in numerum terminorum, vel instantium; summa erit 21. igitur quod tribuit Galileus suæ progressioni, etiam nostræ competit.

[a] *Fig. 21 Tab. 1.* Tertia ratio petitur ex matheſi. [a] sit enim linea AE diuisa in quatuor partes æquales, quæ nobis representent 4. partes temporis æquales; haud dubiè, cùm acquirantur temporibus æqualibus æqualia velocitatis momenta; haud dubiè, inquam, his 4. temporibus AB, BC, CD, DE, acquirentur

quantur æquales velocitatis gradus; sit autem B I, mensura velocitatis, quam acquirit mobile cadens ex sua quiete in fine primæ partis temporis A B; certè in fine secundæ partis temporis B C acquiret velocitatem, quæ coniuncta cum priore B I faciet duplam C H, & in fine tertiæ partiæ C D triplam D G; denique in fine quartæ D E quadruplam E F; quippe cum in parte B C remaneat tota velocitas B, & acquiratur æqualis: certè in fine B C est velocitas C H dupla illius quæ commensuratur B I, similiter in parte C D remanebit vtraque, & accedet altera; igitur est velocitas D G tripla B I, & E F est quadrupla: Similiter ita se ratio habet cuiuslibet alterius partis inter A B ad aliam alterius partis inter B C, vt lineæ ductæ parallelæ B I C H, &c. igitur cum spatium acquisitum respondeat exercitio huius velocitatis; sitque instanti B vt B I, & instanti C vt C H; certè tempore A B est vt triangulum A I B; nam spatium A I B est collectio omnium linearum, quæ duci possunt parallelæ in tempore A B; idem dico de trapezo C B I H, qui est triplus trianguli I B A; & de trapezo G D C H, qui est quintuplus; igitur triangulum H C A est quadruplum I B A; quia hæc triangula sunt vt quadrata laterum; igitur spatium acquisitum temporibus A B, B C, est ad spatium acquisitum tempore A B, vt triangulum H C B ad triangulum I B A; igitur vt quadratum A B ad quadratum A C; igitur vt quadratum temporis A B ad quadratum temporis A C; igitur spatia diuersis temporibus decursa sunt vt quadrata temporum, quibus singula decurruntur.

Hæc ratio ad speciem videtur esse demonstratiua, deficit tamen à vera demonstratione; primo, quia supponit instantia infinita, quæ multi passim negabunt in tempore; immò aliquis vltrò demonstrare tentaret non esse infinita; itaque ex suppositione quod sint tantùm finita instantia [a] assumantur 4. æqualia A C, C D, D E, E F, certè cum instans sit totum simul, velocitatem habet æquabilem sibi toti respondentem; igitur instanti A C respondeat velocitas, cuius mensura sit A B C G; haud dubiè instanti C D respondebit velocitas C H, scilicet dupla A B; nam remanet primus velocitatis gradus acquisitus primo instanti: sed alter æqualis acquiritur; igitur est duplus prioris; igitur respondet lineæ D K, quæ tripla est A B, & quarto lineæ F N, quæ est quadrupla A B; igitur crescit spatium, vt rectangula C B, D H, E K, F M; sed hæc crescunt iuxta progressionem numerorum 1.2.3.4. nec aliter res esse potest ex suppositione quod sint instantia finita; quod alibi ex professo tractamus: quippe illa quæstio pertinet ad Metaphysicam, non verò ad physicam; nam vel singula aliquid addunt, vel nihil: aliquid addunt haud dubiè; igitur considerantur tantùm 4. instantia prima A C, C D, D E, E F, in sua serie; certè non possunt aliam progressionem facere quàm eam, quæ est iuxta hos numeros 1.2.3.4. vnde non fit per triangula sed per rectangula minima; igitur linea A F præcedentis figuræ non est recta, sed denticulata, qualis esset A B G H I K L M N, sed longè minoribus gradibus, seu denticulis. Hinc quò rectangula C B, D H, &c. fient maiora in partibus scilicet temporis sensibilibus, seruata scilicet in illis progressione numerorum 1.2.3.

[a] *Fig. 22. Tab. 1.*

4.progreſſio longiùs diſcedet à vera ; vt ſuprà iam totius repetitum fuit: quippe hæc progreſſio in puris inſtantibus fieri tantùm poteſt,cum ſingulis inſtantibus noua fiat acceſſio velocitatis, in hoc enim eſt error, quòd in tota parte temporis A C ponatur æquabilis velocitas, eiuſque principium A,ſit æquale fini C;nam A B, & G H ſunt æquales; cùm tamen ſit minor velocitas in A,quàm in C,niſi A C ſit tantùm inſtãs;vnde tota velocitas in hypotheſi Galilei acquiſita in 4.partibus temporis aſſumptis eſt,vt triangulum AFN;acquiſita verò in noſtra hypotheſi eſt vt ſumma rectangulorum CB, CI, EK, EN, quæ ſumma eſt ad triangulum AFN,vt 10. ad 8. vel vt 5.ad 4. igitur maior $\frac{1}{4}$;nam prima pars temporis addit triangulum ABG,ſecunda G H I. &c.

Si tamen diuidantur iſtæ partes temporis in minores v. g. in 8. tunc ſumma rectangulorum erit tantùm maior $\frac{1}{8}$; ſi in 16. $\frac{1}{16}$ ſi in 32. $\frac{1}{32}$;ſi in 64.$\frac{21}{64}$,cuius ſchema hîc habes;[a] ſint enim 3.partes temporis ſenſibiles A CDFE, & ſpatium vt triangulum A F N,ſpatia verò acquiſita in ſingulis partibus,vt portiones trianguli prædicti,quæ ipſis reſpondent v. g. acquiſitum in prima parte ad acquiſitum in ſecunda tantùm, vt triangulum ACG ad trapezum G C D I &c. denique acquiſitum in temporibus inæqualibus, vt quadrata temporum v. g. acquiſitum in prima parte ad acquiſitum in duabus,vt triangulum A C G ad triangulum A D I;id eſt quadratum CA ad quadratum DA; in noſtra verò hypotheſi, ſi velocitas in tota prima parte AC ponatur vt C G æquabiliter;haud dubiè ſpatium acquiſitum in prædictis 4. temporibus erit, vt ſumma rectangulorum C B,CI,EK,EN, quæ maior eſt toto triangulo, A F N, 4. triangulis ABG, GHI,IKL,LMN, ie eſt $\frac{1}{4}$ totius trianguli A F N ; atque ita ſumma rectangulorum continet 10. quadrata æqualia quadrato CB, & triangulum A F N,continet tantùm 8.

[a] *Fig.23 Tab.1.*

Iam verò diuidantur 4. partes temporis A F,in 8. æquales; in ſententia Galilei totum ſpatium erit ſemper triangulum A F N,id eſt vt ſubduplum quadrati ſub A F ; quæ cùm ſit 8. quadratum erit 64.& ſubduplum quadrati 32. at verò ſumma rectangulorum eſt 36. id eſt continet 36. quadrata æqualia quadrato X A; cùm tamen triangulum A F N, contineat tantùm 32. igitur ſumma prædicta eſt ad triangulum A F N,vt 36. ad 32. id eſt vt 9,ad 8. igitur ſumma eſt maior triangulo $\frac{1}{8}$, quæ omnia conſtant.

Præterea diuidatur vlteriùs tempus A F in 16. æquales partes ; quadratum 16. cum ſit 256. accipiatur ſubduplum id eſt 128. & erit triangulum AFN,cui ſemper reſpondet totum ſpatium acquiſitum in ſententia Galilei;at verò ſumma rectangulorum erit 136. igitur ſumma eſt ad ſummam vt 136.ad 128.id eſt vt 17.ad 16. igitur eſt maior ſumma triangulo $\frac{1}{16}$ atque ita deinceps ; ſi vlteriùs diuidas prædictum tempus in partes minores : quot porrò erunt, antequam fiat tota reſolutio in inſtantia, ſint enim v. g. in tempore A F inſtantia 1000000. ſumma quæ reſpondet noſtræ progreſſioni,erit maior altera,quæ reſpondet progreſſioni Galilei $\frac{1}{1000000}$ quis hoc percipiat?

Siv erò

Si verò in noſtra hypotheſi ſpatium, quod reſpondet primæ parti temporis A C ſit idem cum illo, quod reſpondet eidem parti in ſententia Galilei, id eſt æquale triangulo C A G, ſumma ſpatiorum erit minor in noſtra hypotheſi triangulo A F N ſex triangulis æqualibus triangulo A C G; igitur erit vt 10. ad 16. igitur minor $\frac{3}{8}$. ſi verò diuidantur in 8. temporis partes, triangulum A F N continebit 64. triangula æqualia A X Q: at verò ſumma quæ reſpondet noſtræ hypotheſi 36. igitur minor $\frac{7}{16}$, denique ſi diuidantur in 16. partes, triangulum A F N continebit 256. triangula æqualia A Y Z; at verò ſumma noſtra 136. igitur minor $\frac{15}{32}$ ſed nunquam erit minor $\frac{1}{2}$.

Obſeruabis obiter dictum eſſe ſuprà ſummam rectangulorum C B C I E K E N eſſe maiorem triangulo A F N, 2. quadratis æqualibus C B; ſi verò diuidatur tempus in 8. partes, ſumma rectangulorum eſt minor præcedenti ſummâ, toto quadrato æquali C B, id eſt 4. quadratis æqualibus X B, id eſt $\frac{1}{2}$ primæ differentiæ, quæ eſt ſumma duorum quadratorum æqualium C B; at ſi diuidatur in 16. partes, tempus A F, ſumma rectangulorum eſt minor præcedente 8. quadratis æqualibus Q Z, vel ſubduplo quadrati C B, id eſt $\frac{1}{4}$ primæ differentiæ quæ eſt ſumma duorum quadratorum æqualium C B; ſi 4. partes temporis diuidantur in 8. detrahitur $\frac{1}{2}$ differentiæ, quæ eſt inter ſummam primam rectangulorum, & triangulum A F N; ſi diuidantur in 16. detrahitur $\frac{1}{4}$ eiuſdem differentiæ; ſi diuidantur in 32. detrahitur $\frac{1}{8}$, ſi in 64. $\frac{1}{16}$; atque ita deinceps, & nunquam hæ minutiæ ſubtractæ in infinitum totam differentiam exhaurient; hinc minutiæ iſtæ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$ &c. in infinitum non faciunt vnum integrum; ſed hæc ſunt facilia.

Quarta ratio, quam afferunt aliqui, eſt; quia ſi cum eadem velocitate acquiſita in fine temporis dati ſine augmento nouo moueatur mobile; haud dubiè acquiret duplum ſpatium tempore æquali tempori dato; v. g. [a] ſit triangulum A F E; ſitque velocitas acquiſita E F in 4. partibus temporis A E, vt iam ſuprà dictum eſt, ne cogar repetere: certè ſi ducatur velocitas E F in tempus A E, vel E L æquale; habebitur rectangulum E K duplum trianguli A F E: ſed triangulum A F E eſt ſumma ſpatiorum motus accelerati tempore A E, & rectangulum E K eſt ſumma ſpatiorum motus æquabilis cum velocitate E F; igitur duplum eſt ſpatium motus æquabilis, quod erat demonſtrandum. Præterea ſi diuidatur velocitas E F, & eius ſubdupla ducatur in tempus A E; habebitur rectangulum æquale triangulo A F E, vt conſtat. Reſpondeo facilè ex dictis, hoc ipſum etiam ex noſtra hypotheſi proximè ſequi; ſint enim duo inſtantia; haud dubiè ſi non creſcit velocitas, ſecundo inſtanti æquale ſpatium percurretur; ſi verò ſecundo inſtanti creſcat, percurrentur illo motu 3. ſpatia; & cùm velocitas ſecũdi inſtãtis ſit dupla velocitatis primi inſtantis, primo inſtanti ſit 1. gradus v.g. ſecundo erunt 2. gradus; igitur moueatur per duo inſtantia motu æquabili veloci vt 2. percurrentur 4. ſpatia; igitur totum ſpatium, quod percurritur motu veloci vt 2. per 2. inſtantia eſt ad totum ſpatium, quod percurritur æquali tempore mo-

[a] *Fig.* 21. *Tab.* 1.

tu naturaliter accelerato vt 4. ad 3. igitur continet illud 1. $\frac{1}{3}$; si verò sint 3. instantis continet illud, $\frac{1}{2}$; si 4. continet 1. $\frac{3}{5}$, si 5. continet 1. $\frac{2}{3}$ si 5. continet 1 $\frac{2}{3}$. si 6. continet 1 $\frac{5}{7}$. si 7. continet 1 $\frac{3}{4}$. si 8. continet 1 $\frac{7}{9}$. si 9. continet 1 $\frac{4}{11}$. si 10. continet 1 $\frac{9}{5}$ sic quo plura erunt instantia accedet propiùs ad rationem duplam, nunquam tamen ad illam perueniet. Ex dictis multa tumultuatim Corollaria congeri possunt;

Corollarium 1.

Etiamsi non sint partes infinitæ temporis; in ordine tamen ad praxim eodem modo se habent, ac si essent infinitæ; quia licèt finitæ sint, numerari tamen non possunt.

Corollarium 2.

Etiam si non sint infiniti tarditatis gradus, vt constat ex dictis, sed finiti; in ordine tamen ad praxim eodem modo se habent, ac si essent infiniti; quia non potest distingui primus, & minimus ab omnibus aliis.

Corollarium 3.

Licèt hypothesis Galilei sit falsa in hypothesi instantium finitorum; nam singulis instantibus noua fit velocitatis accessio; physicè tamen loquendo eodem modo se habet, ac si esset vera; quia cum non possit probari, nisi in partibus temporis sensibilibus; certè, cùm quælibet pars sensibilis innumera ferè instantia contineat, in quibus fit progressio; differentia vtriusque sensibilis esse non potest; igitur linea denticulata a eodem modo se habet physicè, hoc est sensibiliter, ac si esset recta; sic- a *Fig.* 23. *T* 1. que progressio arithmetica in multis terminis reducitur sensibiliter ad Geometriam in paucioribus terminis; immò in communi illa sententia, in qua dicitur tempus constare ex partibus actu infinitis, progressio Galilei tantùm locum habere potest; igitur hæc esto clauis huius difficultatis; progressio simplex principium physicum habet, non experimentum; progressio numerorum imparium experimentum non principium; vtramque cum principio & experimento componimus; prima enim si assumantur partes temporis sensibiles transit in secundam, secunda in primam, si vltima assumantur instantia.

Corollarium 4.

Cognito spatio quod percurritur in data parte temporis sensibili, cognosci potest spatium quod in duabus æqualibus vel 3. vel 4. &c. percurri potest. v.g. multi probarunt sæpiùs primo secundo minuto corpus graue percurrere 12. pedes; igitur duobus percurreret 48. accipe enim 9. 2. id est 4. & in 4. duces 12. vt habeas 48. 4. verò minutis percurret 192. nam accipe 9. 4. id est 16. & in 16. duces 12. vt habeat 192. res omninò facilis.

Corollarium 5.

Similiter cognito spatio quod percurrit 4. secundis minutis, cognoscet spatium, quod percurret 2. vel 1. v.g. percurrit 4. secundis 192. pedes,

des; accipe 9. 4. id est 16. & per 16. diuide 192. quotiens dabit 12. pro primo secundo: accipe 9. 2. id est, 4. & diuide 192. per 4. quotiens dabit 48. pro duobus minutis, atque ita deinceps.

Corollarium 6.

Similiter cognito tempore cognosci potest spatium decursum; quia spatia sunt vt quadrata temporum; vel cognito spatio cognosci potest tempus; quia tempora sunt, vt radices spatiorum, hæc elementa saltem Arithmetices desiderant.

Sed iam restat, vt soluamus obiectiones aliquas, quæ contra motus accelerationem pugnare videntur.

Prima obiectio est; si motus acceleratio fieret in instantibus, secundo instanti idem corpus esset in duobus locis adæquatis quod sic ostendo: [a] sit spatium A B quod percurrit corpus graue primo instanti; haud dubiè A B, est eius locus adæquatus; secundo instanti percurrit B C duplum A B; igitur eodem instanti respondet loco B D, & D C, quorum vterque est æqualis A B; igitur secundo instanti est in duobus locis, scilicet B D & D C, quod dici non potest. [a] *Fig. 24. T. 1.*

Hæc obiectio impugnat omnem velocitatem; hoc est, non modò eam, quæ motui naturaliter accelerato competit; verùm etiam illam, quæ inest motui violento; igitur vt respondeam faciliùs; suppono punctum physicum, mobile scilicet A; aut si mauis Angelum coëxtensum quadrato A; qui scilicet moueatur motu accelerato, & primo instanti acquirat locum immediatum æqualem priori, scilicet A B; licèt enim posset acquirere vibrationem participantem de priori; quia tamen acquireret tandem non participantem, id est, quæ tota sit extra illam, cui est immediata, qualis est A B. suppono hîc acquiri vibrationem non participantem de priori, id est spatium A B, æquale priori, in quo erat A, & prorsus extra illud positum licèt immediatum; hoc posito, primo instanti punctum A acquirit A B tanquam locum adæquatum, vt certum est: certum est etiam loca B C, C D, esse adæquata: igitur simul, id est eodem instanti in vtroque esse non potest; nam instans simul totum est; igitur secundo instanti non percurrit B C, sed secundo tempore æquali primo; hoc enim secundum tempus constat duobus instantibus, quod simul vtrumque respondet primo: quippe dari possunt instantia physica; igitur primum instans quo percurritur A B est æquale duobus aliis, quibus percurruntur B D, & C D; vnde quando dixi primo instanti acquiri spatium duplum primi, idem est, ac si dixissem secundo tempore æquali primo, quod reuerà tempus constat 2. instantibus, quorum alterum respondet spatio B C, & alterum spatio D C.

Secunda obiectio; Sed inquiet aliquis, igitur non est continua acceleratio motus; nam instans quo percurritur secundum spatium B D, cùm sit æquale instanti quo percurritur tertium spatium D C, in vtroque spatio est æquabilis motus. Respondeo instans quo percurritur secundum spatium B D, esse maius instanti, quo percurritur tertium spatium D C; eâ tamen lege, vt vtrumque simul sumptum sit omninò æquale instanti,

quo percurritur primum ſpatium A B ; ſimiliter totum ſpatium C G ita percurritur tertio tempore, vt ſingula ſpatia C E. E F. F G. ſingulis inſtantibus percurrantur ; ſed hæc tria inſtantia ſimul ſumpta ſunt æqualia primo inſtanti, quo percurritur ſpatium ; licèt primum quo percurritur C E ſit maius ſecundo, quo percurritur E F, & hoc maius tertio, quo percurritur F G, atque ita deinceps.

Obſeruabis poſſe velocitatem motus explicari duobus modis. Primò, ſi aſſumantur tempora æqualia, & ſpatia inæqualia in ea progreſſione, quam hactenus explicuimus. Secundò ſi accipiantur ſpatia æqualia & tempora inæqualia, quod duobus modis fieri tantùm poteſt. Primò ſi accipiantur ſpatia æqualia primo ſpatio, quod percurritur primo inſtanti. Secundò ſi accipiantur ſpatia æqualia alteri ſpatio, quod in parte temporis ſenſibili percurritur ; in qua verò proportione tempora fiant ſemper minora, dicemus infrà ; nec dicas durum eſſe dicere inſtans eſſe poſſe minus inſtanti ; nam equidem fateor inſtanti mathematico nihil eſſe poſſe minus ; ſecus verò inſtanti phyſico, quod eſt diuiſibile potentiâ, vt dicemus aliàs ; nomine inſtantis phyſici intelligo durationem indiuiſibilem, hoc eſt, cuius entitas tota ſimul eſt.

Tertia objectio. Sed inquies, igitur ſecundo tempore æquali primo acquiruntur 2. gradus velocitatis, vel impetus ; igitur tria ſpatia ſecundo tempore percurruntur, quod eſt contra hypotheſim ; quippe duo gradus impetus accedunt primo, ſimiliter tertio tempore producentur tres gradus impetus ; qui ſi iungantur tribus præcedentibus, erunt 6. Igitur percurrentur tertio tempore 6. ſpatia, & quarto 10. quinto 15. quia ſingulis inſtantibus debet produci impetus ; eſt enim cauſa neceſſaria applicata.

Reſpondeo, equidem eo inſtanti, quo percurritur ſpatium B D, produci aliquid impetus, & aliquid eo inſtanti, quo percurritur ſpatium D C ; ita vt tamen totus ille impetus, qui producitur his duobus inſtantibus, ſit æqualis illi, qui producitur primo inſtanti, quo ſcilicet percurritur ſpatium A B ; quia duo illa inſtantia ſimul ſumpta faciunt tempus æquale primo inſtanti ; atqui temporibus æqualibus eadem cauſa neceſſaria non impedita æqualem effectum producit per Ax. 3. hinc vides ſingulis inſtantibus eâdem proportione decreſcere impetum in perfectione, qua tempus eſt breuius, ſeu velocior motus ; ſed de hoc infrà.

Quarta objectio ; ſi impetus ſingulis inſtantibus creſceret, vel intenderetur, augeretur grauitatio : quippe ſi grauitas primo inſtanti producat vnum gradum impetus ; ſecundo æqualem producet, & tertio, atque ita deinceps, quod eſſet abſurdum ; alioqui minima atomus quodlibet corpus graue adæquaret, quod eſt abſurdum.

Reſpondeo nunquam impetum intendi, niſi ſit motus, qui eſt illius finis ; alioquin fruſtrà eſſet per plura inſtantia ; igitur deſtrui deberet ; nec dicas impetum naturalem etiam fruſtrà eſſe ſine motu ; quia cum motus non ſit eius finis adæquatus ; non mirum eſt ſi poſſit eſſe ſine motu ; atqui iam diximus ſuprà habere duos fines, quorum alterum ſemper habet ;

bet; primus est grauitatio, seu nisus versus centrum; secundus motus deorsum; cùm tamen impetus additicius motum tantùm pro fine habeat; igitur si impeditur totus motus, non producitur hic impetus.

Quinta objectio; si impetum suum intendit corpus graue; similiter Ignis diceretur intendere calorem; Sol lucem, &c. Respondeo primò de luce singularem esse rationem; quia scilicet conseruatur à causa sua primo productiua; quidquid sit; si viderem effectum caloris, vel frigoris perpetuò crescere; haud dubiè dicerem etiam causas ipsas intendi; atqui hoc ipsum video in motu naturali, qui effectus impetus est; adde quod argumentum à pari debile est; cum enim sint diuersi naturæ fines, diuersæ sunt viæ quibus suos fines consequitur; denique contrarietas caloris, & frigoris impedit fortè, ne vlterius vtraque qualitas intendatur, de qua fusè suo loco; porrò dicemus Tomo sexto calorem conseruari à causa sua primo productiua; quo posito cessat difficultas; quod licèt alicui durum videri possit, demonstrabo tamen.

Sexta objectio; igitur si ex infinita distantia lapis descenderet, intenderet etiam suum motum. Respondeo primò, non posse dari infinitam illam distantiam. Secundò etiamsi daretur lapis, ex ea non caderet; frustrà enim esset ille motus: Tertiò, si daretur motus infinitus, haud dubiè esset æquabilis; qualis est motus circularis corporum cœlestium; at verò motus naturalis deorsum corporum grauium debet esse acceleratus ne vel descenderent tardiùs, si cum primo tantùm velocitatis gradu descenderent; vel sustineri vix possent, si impetum innatum intentiorem haberent; vtrum verò semper intendatur, & ex quacumque altitudine cadat corpus graue, videbimus infrà.

Ex dictis hactenus facilè refelluntur aliæ sententiæ de proportione motus naturaliter accelerati.

Et primò quidem illa, quæ vult fieri secundum rationem sinuum versorum, licèt initio tàm propè accedat ad proportionem Galilei, vt discerni sensibiliter ab ea non possit; quare tutò satis assumi poterit, si quando sit opus illius loco, quod nos in explicandis motibus cœlestibus præstabimus; interim quia faciliùs explicatur in motu recto per rationem quadratorum quàm sinuum, illam retinebimus; præsertim cùm vtraque ad nostram reducatur; modò progressio fiat in instantibus. Secundò reiicitur sententia illorum qui volunt hanc progressionem fieri iuxta proportionem geometricam, quam vides in his numeris 1.2.4.8. 16. quæ licèt initio minùs recedat à vera, in progressu tamen multùm aberrat, nec est vlla ratio quæ pro illa faciat: Et verò nulla in mentem venire potest; nisi fortè dicatur, cùm secundo instanti sit dupla velocitas, tertio ponēdam esse quadruplam, & 4°. octuplam; quia vt velocitas primi instantis est ad velocitatem secundi, ita velocitas huius ad velocitatem tertij, & velocitas huius ad velocitatem quarti; igitur sequitur progressionem rationis geometricæ duplæ; cur enim esset maior ratio primi instantis ad secundum quàm secundi ad tertium tertij ad quartum? &c. sed profectò vix vlla apparet rationis species, cùm nulla sit causa,

quæ

quæ 3°instanti,& 4°plùs agat quã primo,& secundo;igitur est peculiaris causa huius inæqualitatis rationum;quòd scilicet æqualibus temporibus æqualia acquirantur velocitatis momenta ; vt suprà demonstrauimus; quippe id præstari debet in explicandis inæqualitatibus motuum rectorum naturalium , quod præstant Astronomi in explicanda inæqualitate motuum cælestium;qui semper æqualitatem aliquam supponunt,nec est quòd hanc sententiam nonnullis experimentis ictuum quisquam confirmet, in quibus multa fraus subesse potest.

Tertiò reiicitur illa quoque sententia,quæ proportionem lineæ sectæ in mediam, & extremam rationem huic lineæ tribuit,quam ferè in his numeris vides 1.2.3.5.8,13. 21. 34. 55. quæ sub finem etiam longissimè aberrat,vt videre est,quare iisdem rationibus impugnatur, quibus iam aliam impugnauimus.

Scio esse alias multas rationes,quibus aliqui recentiores motus naturalis accelerationem explicare nituntur;sed iam suprà satis superque reiectæ fuerunt, vel profectò eæ sunt, quæ ne quidem inter fabulosa poëtarum commenta locum aliquem habere possint : Et verò nisi me animus fallit in re clarissima , rationem huius effectus ex communibus principiis deductam cum ipsis etiam experimentis consentire hactenus ita demonstrauimus,vt iam vix vllus dubitationi locus relinquatur ; sed interrruptam Theorematum seriem tandem repetimus.

Theorema 62.

Si accipiantur spatia æqualia primo spatio , quod vno instanti percurritur, instantia sunt inæqualia in motu naturaliter accelerato ; probatur , quia secundum spatium æquale primo percurritur motu velociore , quàm primo,& tertium quam secundo : ergo minori tempore per Def.2.l.1. sed primum spatium conficitur vno instanti ; igitur secundum vno instanti, sed minore;idem dico de tertio.

Theorema 63.

In ea proportione decrescunt hæc instantia,vt primum sit maius secundo, secundum tertio , tertium quarto , quartum quinto , quintum sexto, atque ita deinceps ; ita vt secundum & tertium simul sumpta,item quartum,quintum,sextum,septimum,item octauum,nonum,decimum, simul sumpta adæquent primum,hoc est vt vnum,duo, tria,quatuor,quinque, sex,&c. faciant semper tempora æqualia,quia temporibus æqualibus æqualia acquiruntur velocitatis momenta ? igitur si primo instanti percurritur vnum spatium ; secundo tempore æquali percurruntur duo spatia æqualia primo,& tertio,tria;atque deinceps ; sed vt suprà dictum est in respons.ad obiect primam,vno,& eodẽ instanti non potest idem corpus percurrere duo spatia, ne simul esset in duobus locis ; igitur singula spatia respondent singulis instantibus licèt minoribus;sed secundo tempore æquali primo instanti percurruntur duo spatia æqualia primo spatio ; igitur secundum,& tertium instans debent simul sumpta adæquare primum

primum,sed non sunt æqualia,vt constat;alioquin duobus illis instanti bus motus esset æquabilis;igitur secundum est maius tertio,ita vt tamen ex vtroque tempus fiat æquale primo instanti.

Theorema 64.

Non decrescunt illa instantia secundum lineam sextam in extremam & mediam rationrm propagatam; ita vt primum sit ad secundum,vt secundum ad tertium, tertium ad quartum, quartum ad quintum atque ita deinceps; sit enim aliqua series numerorum,qui aliquo modo accedant ad prædictam proportionem 1.2.3.5.8.13.21.34.55. sitque primum instans vltimus numerus 55. secundum 34.tertium 21. atque ita deinceps:Equidem secundum, & tertium adæquant primum;at verò quartum, quintum, sextum nullo modo adæquant; immò ne quidem eius subduplum, & multò minus 3. alij addito primo:immò si linea data duodecies proportionaliter diuidatur,vltimum segmentum vix esset subcentuplum primi, vt constat;igitur reiici debet hæc propositio.

Theorema 65.

Instans primum non est ad secundum vt numerus ad numerum; nec ad tertium,quartum,quintum, sextum, &c. probatur, quia nullus numerus excogitari potest quo designari possit quantitas, seu perfectio, seu valor istorum instantium;sit enim primum instans secundum sit $\frac{1}{5}$.tertium $\frac{2}{5}$quartum $\frac{4}{9}$ quintum $\frac{2}{9}$ sextum $\frac{2}{9}$. Equidem secundum,& tertium adæquant primum; adde quod non potest amplius series propagari per numeros rationales; sit autem secundum $\frac{6}{11}$ 3.$\frac{5}{11}$ cum tribus aliis $\frac{4}{9}\frac{3}{9}\frac{2}{9}$; equidem si reducantur hæ 5. minutiæ, respondebunt his $\frac{54}{99}\frac{45}{99}\frac{44}{99}\frac{33}{99}\frac{21}{99}$: igitur secunda erit maior quarta;at prima superat secundam $\frac{9}{999}$ secunda tertiam $\frac{1}{99}$ tertia quartam $\frac{11}{99}$ quarta quintam $\frac{12}{99}$. Cur porrò hæc inæqualitas, igitur numeri possunt assignari; non possunt etiam poni in serie geometrica subdupla 1.$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ &c.quia secunda.& tertia non adæquant primam idem dicendum est potiori iure de tribus aliis;nec etiam in serie arithmetica simplici 1.$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$; quia secunda,& tertia sunt minores prima $\frac{1}{6}$,vt quarta,quinta,sexta sunt minores prima $\frac{26}{74}$.

Theorema 66.

Datur aliquis series numerorum irrationabilium,seu surdorum minorum,& minorum; quorum primus ita superet secundum, secundus tertium, tertius quartum, &c. vt secundus, & tertius adæquent primum, item quartus,quintus,sextus. item 4. alij, qui sequuntur, item 5. item 6. &c. v. g. [a] potest dari linea A G constans tribus partibus æqualibus, scilicet A B,B C, C G,& secunda B C duabus B D maiore,& D C minore,& tertia tribus prima C E minore E D,sed maiore E F,secunda E F maiore F G, atque ita deinceps;addi potest quartum segmentum æquale AB;quod subdiuidetur in 4. partes,quarum prima sit maior secunda,& hęc tertia & hæc quarta,& omnes minores F G;ita autem superant primæ sequentes, vt differentia primæ, & secundæ sit maior differentia secundæ, & tertiæ

[a] *Fig.* 25 *Tab.* 1.

tertiæ, & hæc maior differentia tertiæ,& quartæ;atque ita deinceps,nec aliter res esse potest.

Theorema 67.

*Hinc partes quo fiunt minores,accedunt propiùs ad æqualitatem,*v.g. BD, & DC accedunt propiùs ad æqualitatem quàm AB,BD, & DC,CE,propiùs quàm CD,DB,& CE,EF,quàm EC,CD,atque ita deinceps,vt patet; hinc post aliquot instantia motus, æqualia ferè redduntur instantia, vt constat.

Theorema 68.

Hinc qua proportione decrescunt instantia, decrescit etiam perfectio impetus;quia temporibus æqualibus eadem causa necessaria æqualem effectum producit per Ax.tertium igitur inæqualem inæqualibus,per Ax. 13. num.4. igitur minorem minore tempore; igitur minorem in eadem proportione, in qua tempus est; igitur qua proportione,&c.

Theorema 69.

Hinc vides quàm sit necessaria illa diuersa perfectio impetus, quam indicauimus lib. 1. hinc impetus productus secundo, & tertio instanti adæquat impetum productum primo, quem etiam adæquat productus quarto,quinto,sexto,item productus septimo,octauo,nono;decimo,atque ita deinceps;hinc est eadem differentia impetuum,quæ instãtium;hinc singulis spatiis æqualibus primo spatio, quod percurritur primo instanti; respondent singula instantia,& singulis instantibus singuli,& singulares impetus;hinc non est quod primo instanti dicantur produci plura puncta impetus in eodem puncto corporis grauis; sed vnicum tantùm punctum talis perfectionis scilicet physicum; cur enim potius duo puncta, quam tria? sed quod vnum est determinatum est per Ax. 5. lib. 1. hinc optima ratio cur potius tali instanti producatur impetus talis perfectionis quàm alterius? quippe perfectio impetus sequitur perfectionem instantis quo producitur; hinc dicendum videtur omnia puncta impetus esse diuersæ perfectionis, vel heterogenea; vt vulgò aiunt Philosophi; cuius rationem demonstratiuam afferemus lib. sequenti cum de motu violento; hinc vides duplicem progressionem; primam scilicet,qua ex suppositis temporibus æqualibus acquiruntur spatia inæqualia, de qua fusè suprà; in hac enim velocitas eadem proportione cum impetu crescit, & cum ipso tempore; hoc est tempore triplo est tripla, quadruplo quadrupla;item impetus in duplo tempore est duplus, in triplo triplus; modò progressio fiat in temporibus primo instanti æqualibus; secunda progressio est qua ex suppositis spatiis æqualibus tempora fluunt inæqualia, hoc est minora & minora; quibus etiam respondet impetus imperfectior in eadem proportione temporum;prima fit per differentias æquales,& proportiones inæquales, secunda verò per differentias inæquales, & proportiones inæquales.

Theore-

Theorema 70.

Si assumantur spatia sensibilia æqualia, tempora sunt ferè in ratione subduplicata spatiorum; cum enim spatia sint vt quadrata tẽporum sensibiliter; certè tempora sunt, vt radices istorum quadtatorum, scilicet spatiorum; sint enim quæcunque spatia æqualia [a] in linea A F; sintque spatia AC 4. AE 16. radix quadr. 4. est 2. 16. verò 4. igitur tempora sunt vt 4. 2. si verò accipiatur primum spatium, quod vno tempore percurritur; tempus quo percurruntur duo spatia æqualia primum est v. 2. quo percurruntur tria v. 3. quo percurruntur 4. spatia, 2. atque ita deinceps; igitur in praxi quæ tantùm fit in spatiis sensibilibus hæc progressio adhibenda est, illamque deinceps, si quando opus est, adhibebimus.

[a] *Fig.* 18. *t.* 1.

Theorema 71.

In vacuo si corpus graue descenderet, prædictæ proportiones accuratissimè seruarentur; quia scilicet nullum esse impedimentum; at verò si aliquod intercedit impedimentum; haud dubiè non seruantur accuratè; est autem aliquod impedimentum in medio, quantumuis liberum esse videatur, quæ omnia constant.

Theorema 72.

Impetus naturalis additicius destruitur; patet experientiâ; quippe pila deorsum cadens tandem quiescit, licèt à terra reflectatur ratione impedimenti, ex quo resultat duplex determinatio, ratione cuius idem impetus sibi aliquo modo redditur cõtrarius; sed de his fusè in primo libro à Th. 148. ad finem vsque libri: nam reuerâ duæ determinationes oppositæ pugnant pro rata per Ax. 15. l. 1. & quotiescunque idem impetus est ad lineas oppositas determinatus eodem modo se habet, ac si duplex esset, & quilibet suæ subesset determinationi; atqui si duplex esset oppositus, pugnarent pro rata; igitur tàm pugnant duæ determinationes oppositæ in eodem impetu, quàm duo impetus ad oppositas lineas determinati; igitur impetus naturalis aduentitius destruitur, &c.

Theorema 73.

Impetus naturalis innatus nunquam destruitur; Probatur, quia nihil est, quod exigat eius destructionem, quia scilicet nunquam est frustrà; nam vel habet motum deorsum, vel grauitationis effectum, vel destruit impetum extrinsecum in motu violento; igitur nunquam est frustrà, cum semper habeat aliquem effectum.

Dices lignum vi extrinseca in aqua immersum sua sponte ascendit; igitur ille gradus impetus grauitationis destruitur, & alius producitur; hæc quæstio ad præsens institutum non pertinet, sed ad librum de grauitate, & leuitate. Igitur breuiter respondeo illum impetum nunquam destrui, quandiu mobile grauitat, vel grauitatione singulari, (sic corpus grauitat in manum sustinentis,) vel grauitatione communi, (sic lignum humori innatans grauitat, non quidem in aquam, at simul cum aqua;) sed de grauitate, & grauitatione in Tomo de statibus corporum sensibi-

libus, in quo ostendemus ideo lignum sursum emergere, quia ab aqua extenditur, & ideo corpora sursum ire, quia alia deorsum eunt.

Theorema 74.

Quando lapis descendit per medium aëra, impeditur aliquantulum eius motus: Probatur primò experientiâ, quæ certa est; tàm enim aër impedit motum deorsum, quàm sursum, vt videre est in mobili leuiore seu rariore, quod etiam flante vento obseruare omnes possunt; quomodo verò impediat, dicemus aliàs; secundò corpus immobile, in quod mobile impingitur, motum illius impedit; sed in diuersas partes aëris corpus graue impingitur in descensu; igitur aliquantulum impeditur eius motus.

Theorema 75.

Hinc motus naturalis deorsum aliquantulum retardatur, quia nihil aliud præstare potest huiusmodi impedimentum, nisi aliquam retardationem; igitur motus inde redditur tardior.

Theorema 76.

Hinc etiam impetus producitur imperfectior; quia ex imperfectione effectus requiritur imperfectio causæ per Ax. 13. l. 1. & quâ proportione est tardior motus eâdem impetus est imperfectior, per Ax. 5. excipe tamen impetum innatum, qui semper habet eundem effectum grauitationis, vel singularis, quâ grauitas cum ipso medio, si reuerâ medium grauitat, de quo aliàs.

Theorema 77.

Quo medium densius est plus impedit motum deorsum; Probatur, quia si motum impedit; certè non totum; quis enim hoc dicat; sed eæ dumtaxat partes, quibus incubat corpus graue; igitur quò sunt plures huiusmodi partes, maius est impedimentum; sed in medio densiori plures sunt cum minore extensione; hoc enim est, quod voco densius; igitur medium densius plùs impedit.

Theorema 78.

Hinc tardiùs descendit mobile per mediam aquam, quàm per medium aëra, quia aqua est densior aëre.

Scholium.

Obserua esse aliqua corpora minus densa, quæ motum omninò impediunt; quippe certum est aquam esse densiorem ligno; atqui lignum descensum lapidis impedit, non verò aqua; quia scilicet lignum non est medium, vt aqua; vt enim aliquod corpus sit medium, debet esse liquidum, vt, aqua & alij liquores; vel spirabile vt aër, vapor, &c. ratio est, quia partes ligni, vel alterius corporis durioris, ita sunt inter se conjunctæ, vel implicatæ, vt omnem transitum intercludant, nisi corpus ipsum graue valido ictu vel impetu sibi viam aperiat; igitur vt corpus aliquod vice medij defungatur, debet in eo statu esse, in quo eius partes modico

modico ferè nisu seiungantur,& loco cedant ; sed de his statibus corporum fusè agemus Tomo 5. adde quod ad medium sufficit vacuum si motus in vacuo esse potest, de quo alibi ; quod certè est omnium mediorum optimum, cum nullo modo resistat mobili.

Theorema 79.

Hinc producitur impetus imperfectior in medio densiore : quia in eo tardior est motus, ex cuius tarditate arguitur imperfectio impetus per Ax. 13.num.4.

Scholium.

Obserua densitatem medij cognosci ex eius grauitate ; illud enim densius est,quod est grauius & vicissim ; quod fusè explicabimus suo loco ; est enim grauitas quædam *densitas, vt ait* Philosophus *tùm l.4.ph. c. 9.t.85.* & 86. *densum & rarum,*inquit, *sunt lationis efficientia,*& paulò superiùs ; *est autem densum graue,rarum verò leue, & l.8.c.7.t.55. hæc habet, graue & leue, molle & durum densitates quædam esse, & raritates videntur*; quæ adnotare volui , vt vel inde constet doctrinam hanc cum Peripatetica optimè consentire.

Obseruabis etiam hîc à me non discuti,in quo consistat densitas , vel raritas,grauitas,vel leuitas ; suppono tantùm graue illud esse, quod tendit deorsum,leue illud, quod tendit sursum siue pellatur à grauiori, siue non, densum verò esse id quod multùm materia habet sub parua extensione,rarum è contrario ; quorum omnium causas , & rationes suo loco explicabimus.

Theorema 80.

Sub medium leuius corpus graue descendit ; certa est hypothesis,nisi fortè aliquando per accidens secus accidat ; ratio porrò petitur ex ipsa grauitatis natura, quâ corpus graue tendit deorsum ; nihil enim aliud grauitas est , quidquid tandem illa sit ; quippe corpus graue descendit, quando medium liberum habet , idemque leuius , per quod descendat; quod certè si grauius esset,haud dubiè non descenderet ; sic ferrum , & saxum plumbo liquato innatant ; cum tamen per mediam aquam descendant ; sic lignum aquæ supernatat,quod per liberum aëra descendit; ratio est,quia grauius descendit sub medium leuius ; cur autem id fiat fusè alibi explicabo ; id tantùm obiter indico. Omnis motus , qui fit à principio intrinseco per lineam rectam propter locum est, vt patet;quis enim neget corpus graue ideo descendere sub leuius,vt occupet aliquem locum quo prius carebat , qui tamen illi connaturalis est in hoc rerum ordine ? cum à natura acceperit vim illam intrinsecam, quâ in eum locum sese recipere potest ; quam certè vim intrinsecam nunquam à natura rebus creatis insitam esse constat,nisi ad eum finem consequendum, cui à natura destinantur;cur verò locus connaturalis corporis grauioris sit ille , in quo leuiori subest,non diu hærebit animus,quin statim ratio affulgeat ; cum enim corpus,quod est suprà,sustineatur ab eo quod est infrà;illud certè infra esse connaturalius est,quod aptius est ad sustinen-

dum ; atqui denſum aptius eſt ad id munus,quia plures partes ſuſtinentis pauciores ſuſtinent alterius leuioris, ſeu rarioris,vt conſtat;v.g. certum eſt eamdem aëris partem pluribus aquæ partibus reſpondere; ſed de hoc alias fusè ; hæc interim ſufficiat indicaſſe , vt vel aliqua ratio affulgeat; cur ſcilicet corpus graue ſub medium leuius ſua ſponte deſcendat; adde quod cum omne corpus graue tendat deorſum,tunc vnum infra aliud deſcendit , cum ſunt plures partes pellentis , quàm pulſi ; denique per vacuum modicum ſine vlla reſiſtentia deſcenderet.

Theorema 81.

Sub medium grauius corpus leuius minimè deſcendit , ſed huic innatat;v.g. lignum aquæ,ferrum plumbo liquato ; certa eſt hypotheſis:ratio eſt,quia ideo deſcendit graue ſub medium , quia grauius ſeu denſius eſt medio ; igitur,ſi denſius eſt ipſum medium,non deſcendet ; clarum eſt; cur verò aſcendat ſupra medium. v. g. cur lignum aquæ immerſum tandem emergat hîc non diſcutio , ſed tantùm indico ab ipſa aqua ſurſum extendi ; quanta verò parte lignum emergat, dicemus aliàs , cum de innatantibus humido.

Theorema 82.

Sub medium æquè graue corpus non deſcendit,nec etiam ſupra aſcendit; ratio eſt,quia ideo deſcendit ſub medium , quia medium leuius eſt , ideo aſcendit ſupra , quia medium grauius eſt ; igitur ſi nec ſit grauius nec leuius, non eſt quod aſcendat vel deſcendat ; nihil tamen illius ſupra primam medij ſuperficiem extare poterit ; alioqui eſſet leuius medio, contra ſuppoſitionem.

Theorema 83.

Aër ſuam grauitatem habet;quod iam à nullo in dubium reuocari poteſt ; nam ſi comprimatur intra vas æneum v.g. etiam minimæ craſſitudinis ; ſi deinde ponderetur , maius eſt haud dubiè pondus, quo maior eſt aëris copia intruſa ; atqui non modo triplum totius aëris , qui ante compreſſionem totam vaſis capacitatem occupabat intrudi poteſt , vel decuplum ; verùm etiam vigecuplum;immò centuplum, & millecuplum adhibita cochleâ,vel alio mechanico organo,& aucta vaſis craſſitudine, de quo aliàs : quanta verò ſit grauitas aëris comparata cum grauitate aquæ , cenſet Galileus eſſe ferè vt 1. ad 400. Merſennus verò vt 1. ad 1356. vel ſaltem vt 1.ad 1300. Nos maiorem illâ ; hâc vero minorem eſſe obſeruauimus , de quo aliàs ; nec enim eſt præſentis inſtituti , pro quo ſufficiat modò, aëri aliquam ineſſe grauitatem ; nec dicas aëra leuem eſſe ; nam reuerâ leuis eſt,ſi comparetur cum aqua ; grauis autem ſi comparetur cum aſcendente halitu , vel fortè cum vacuo ; nec eſt quod aliquis fortè metuat, ne ſi aër ſit grauis,ab eo tandem opprimatur , nam etiamſi aqua ſit grauis non tamen opprimit vrinatores,cuius rei veriſſimam rationem ſuo loco afferemus ; denique non eſt quod aliqui ſatis incautè reſpondeant,ipſum aëra non eſſe grauem,ſed tantùm ſentiri aliquod pondus craſſioris vaporis immixti ; nam de alio aëre non affirmo

grauem

grauem esse, nisi tantùm de illo, quem spiramus, in quo ambulamus, qui nos ambit: adde quod Aristoteles l. 4. *de Cœlo, c. 5. t. 36.* tribuit aëri grauitatem his verbis; *quapropter* inquit, *aër, & aqua habent & leuitatem, & grauitatem.*

Theorema 84.

Medium eiusdem grauitatis cum dato corpore graui detrahit totam eius grauitationem singularem; hoc est corpus graue in medium æquè graue non grauitat; quia si grauitaret descenderet; sic pars aquæ in aliam partem aquæ non grauitat, & si aqua ponderetur in aqua, nullius ponderis est; cum enim nulla sit ratio cur vna sit infrà potiùs, quàm alia, vna certè alterius locum non ambit; igitur caret grauitatione singulari.

Theorema 85.

Medium graue detrahit aliquid de singulari grauitatione corporis grauioris; certa est hypothesis; nec enim plumbum est eius ponderis singularis in aqua, cuius est in aëre; dixi singularis; nam si plumbum & ipsa aqua simul appendantur, haud dubiè totum habebis pondus plumbi, & totum pondus aquæ; ratio verò huius effectus non est huius loci; quidquid sit, si æqualis grauitas medij tollit totam æqualem alterius corporis; certè maiorem alterius corporis totam non tollit per Th. 80. sed tantùm aliquid illius, quod quomodo fiat, dicemus Tomo quinto cum de graui, & leui.

Theorema 86.

Medium graue detrahit eam partem grauitationis corporis grauioris, quæ est æqualis suæ grauitationi. v. g. si medij grauitas est subdupla, detrahit subduplum grauitationis; si subdecupla, subdecuplum, atque ita deinceps; hoc iam olim suppositum magnus Archim. supponunt etiam reliqui omnes, præsertim recentior Galileus; si enim æqualis superat æqualem, ergo inæqualis pro rata; scilicet subdupla subduplum subtripla, &c. Præterea, cum detrahat aliquam partem grauitationis maioris per Th. 85. nec detrahat inæqualem maiorem, per Th. 80. nec inæqualem minorem; cur enim potius vnam minorem quam aliam? certè æqualem tantùm detrahere potest, quod suo loco per Principium positiuum demonstrabimus.

Theorema 87.

Hinc ratio cur grauia descendant tardiùs in aqua, quàm in aëre, & in aëre, quàm in vacuo; hinc etiam maioris sunt ponderis in aëre quam in aqua; hinc si grauitas alicuius corporis sit ad grauitatem aëris vt 100. ad 1. haud dubiè decrescet eius pondus in aëre $\frac{1}{100}$; id est, si penderet 100. libras in vacuo, in aëre penderet 99. & eo tempore quo in vacuo decurreret 100. passus, in aëre decurreret 99. si nulla sit aliunde resistentia, qualis reuerâ est, vt dicam infrà; similiter si grauitas alicuius corporis sit ad grauitatem aquæ, vt 10. ad 1. decrescet eius pondus in aqua $\frac{1}{10}$, & eo tempore quo decurreret in vacuo 10. palmos spatij, in aqua decurre

ret

ret tantùm 9. posito quod non sit aliud quod resistat; quanta verò sit grauitas omnium corporum tùm duriorum, qualia sunt metalla, tùm liquidorum, tùm spirabilium, dicemus suo loco; illorum tabulas habes apud Gethaldum, & Mersennum.

Theorema 88.

Hinc, si nihil aliud descensum corporum grauium impediret, cognito pondere vtriusque, medij & corporis grauis, spatio, quod in vno illorum conficit, cognosci posset spatium, quod in alio conficeret æquali tempore, v. g. supponamus grauitatem aquæ esse ad grauitatem aëris vt 400. ad 1. sitque corpus, cuius grauitas sit dupla grauitatis aquæ; haud dubiè eo tempore, quo conficit in aëre 799. spatia, in aqua conficiet tantùm 400. quia in vacuo conficeret 800. aër autem detrahit $\frac{1}{800}$, & aqua $\frac{1}{2}$, vt constat ex dictis; similiter cognitis spatiis in vtroque medio confectis, & grauitate vtriusque medij cognosceretur grauitas corporis descendentis; quia tamen est alia resistentiæ ratio, hîc non hæreo.

Scholium.

Obseruabis dictum esse hactenus; si nihil aliud descensum corporis grauis impedit; nam certè aliud est, de quo infrà, ex cuius ignoratione plures haud dubiè in inuestigandis grauitatum medij rationibus hallucinarentur; cum enim obseruatum sit globum plumbeum, cuius grauitas est ferè dodecupla grauitatis aquæ, conficere in libero aëre 48. pedes spatij tempore duorum secundorum, in aqua verò 12. pedes eodem tempore; certè in vacuo ipso moueretur tardiùs quàm in aëre; quia eo tempore, quo conficit in aqua 12. pedes in vacuo conficeret 13 $\frac{1}{11}$, si tantùm detrahitur $\frac{1}{12}$ grauitationis, & descensus; atqui in aëre eodem tempore conficit 48. pedes; igitur velociùs moueretur in aëre quàm in vacuo; igitur est aliquid aliud quod impedit motum; vt enim optimè monet Mersennus, si grauitas aquæ sit ad grauitatem aëris vt 400 ad 1. & grauitas plumbi ad grauitatem aquæ vt 12. ad 1. eadem grauitas plumbi est ad grauitatem aëris vt 4800. igitur si spatium, quod decurrit plumbum in vacuo diuidatur in 4800. partes, decurret in aëre 4799. partes; in aqua verò 4400. quod est contra experientiam; nam spatium, quod decurrit in aëre est maius spatio, quod decurrit in aqua $\frac{3}{4}$; quippe conficit 12. pedes in aqua eodem tempore, quo in aëre conficit 48; igitur in aqua amittit $\frac{3}{4}$ suæ grauitationis, & sui motus; igitur 3600. partes; igitur plumbi grauitas esset ad grauitatem aquæ vt 4. ad 3. & ad grauitatem aëris vt 3600. ad 1. atqui vtrumque falsum esse constat; igitur est aliquid aliud, quod etiam impedit motum; nec ex motu diuerso per diuersa media cognosci potest eorum grauitas.

Theorema 89.

Hinc potiori iure reiicies illorum sententiam, qui volunt impediri motum corporis descendentis per diuersa media pro diuersa ratione grauitatum vtriusque medij; quod certè falsum est; nam aqua sit ad grauitatem aëris vt 400. ad 1. deberet omne corpus descendere velociùs in aëre quadringentesies,

gentesies, quàm in aqua, quod falsum est; cum aliquod corpus nullo modo descendat in aqua, quod descendit in aëre, vt lignum.

Theorema 90.

Non potest corpus graue per medium corporeum descendere, nisi vel totum medium loco cedat, vel aliqua partes eiusdem medij, patet; quia vnum corpus non potest penetrari cum alio.

Theorema 91.

Totum medium loco non cedit in descensu grauium; patet etiam, tùm quia ad mouendum totum medium exigua vis corporis grauis non sufficit; tùm quia tàm facilè per medium durum eiusdem grauitatis descenderet; denique patet manifestâ experientiâ.

Theorema 92.

Hinc aliquæ tantùm partes medij loco cedunt; probatur, quia vel totum medium, vel aliquæ eius partes, per Th. 90. non primum per Th. 91. igitur secundum, in his certè non est vlla difficultas.

Theorema 93.

Non possunt illæ partes loco cedere sine motu; nec moueri sine impetu, nec habere impetum, nisi producatur in illis à causa aliqua applicata; quæ certè alia non est quàm impetus corporis descendentis, vt constat ex iis, quæ diximus primo lib.

Theorema 94.

Illæ partes, quæ loco cedunt descendenti corpori graui, necessariò ab aliis separantur, & suo appulsu, vel impulsu aliæ multas impellunt, ac separant; atqui separari non possunt ab aliis, nisi soluatur vnio, seu nexus, quo cum aliis deuinciuntur; quidquid tandem sit illa vnio, de qua aliàs.

Theorema 95.

Hinc quò arctior est ille nexus, difficilius soluitur; igitur maiore vi, vel impetu opus est, vt solui possit, vt constat.

Theorema 96.

Hinc corpus grauius sustinetur à leuiore. v.g. plumbum à ligno propter arctiorem nexum partium ligni, qui ab impetu plumbi quantumuis grauissimi superari non potest; hinc corpus illud, medium tantùm appello in quo possint corpora moueri, cuius nexus superari potest à corpore grauiori in aliqua saltem figura, vel situ; hinc corpora dura non possunt esse medium; immò neque mollia, vt cera, argilla; sed vel liquida, vel spirabilia.

Theorema 97.

Hinc ducitur euidens ratio, cur medium impediat motum, si dumtaxat habeat arctiorum partium implicationem & nexum; quia non modo partes

medij amouendæ sunt è suo loco; verùm etiam nexus ille partium solvendus; igitur ex vtroque capite impeditur motus.

Theorema 98.

Quo subtiliores sunt partes difficilius inter se implicari possunt seu ligari quibusdam filamentis, constat; igitur cum aëris partes sint magis lubricæ, quàm partes aquæ, & faciliùs per obuia quæque foramina irrepere possint, non possunt ita contineri; sic videmus multùm aquæ hauriri, dum arctioribus retibus attollitur; immò dum aquam manu stringimus, aliquam resistentiam sensu percipimus; quæ certè nulla est, dum aëra stringimus.

Scholium.

Obseruabis vnionem continuatiuam corporum aliquando positam esse in plexu, vel implicatione partium, vt videmus in fune, ligno, carne, ossibus, &c. aliquando in vacui metu; sic aqua, vt suo vasi adhæreat, ascendit, vel sursum attollitur, ne detur vacuum; aliquando in coitione quadam magnetica; porrò hic plexus constat ex infinitis ferè tenuissimorum filamentorum voluminibus, vel aduncis siue hamatis partibus, seu corpusculis: Vtrum verò præter hæc requiratur alius vnionis modus, discutiemus fusè Tomo 5. quidquid sit; certum est medium illud, cuius partes arctiori maiorique nexu copulantur, longè difficiliùs percurri posse, seu perrumpi.

Theorema 99.

Hinc non modò aqua detrahit plumbo $\frac{1}{12}$ *sui motus, quod scilicet plumbi grauitas sit dodecupla grauitatis aquæ, verùm etiam propter resistentiam petitam ex alio capite aliquid adhuc detrahere potest*; scilicet quia partes aquæ non possunt amoueri, nisi ab aliis separentur; atqui maiore vi opus est ad soluendum strictiorem nexum; immò licèt partes aquæ nullo penitus nexu vniantur, sed tantùm vel vacui metu, vel alio modo, quod alibi explicabimus; omninò detraherent adhuc plumbo $\frac{1}{12}$ motus; igitur, si præter illud impedimentum, quod petitur à comparatione grauitatis corporis mobilis cum grauitate medij, addatur aliud longè robustius; non mirum est, si maior inde sequatur effectus, id est maior imminutio motus, qui quasi frangitur ab impedimento.

Theorema 100.

Hinc petitur ratio illius experimenti, si verum est, duobus secundis percurrere plumbeam pilam in aëre 48. *spatij pedes, in aqua verò* 12. *pedes*; hinc tenui nexu partes aëris copulantur; partes verò aquæ firmiori; hinc aër minùs resistit etiam motibus violentis; hinc vix potest quispiam in aqua currere propter maiorem aquæ resistentiam; hinc potest dici quota parte firmior sit nexus vnius corporis quàm alterius; hinc non tantùm copulantur partes metu vacui; alioquin æquè resisterent partes aëris, ac partes aquæ ratione nexus; hinc videntur guttulæ illæ sphericæ inuolui tenui quasi membranula, seu superficie, cuius analogiam videmus in aqua feruente;

feruente ; in bullis, quæ ex guttis pluuiæ resilientibus nasci videntur; in bullis etiam illis saponariis, quas leui calamo pueri inter ludendum inflant ; hinc ex minimo ferè contactu guttula spargitur , nisi fortè cum multo aspersa puluere crustam quamdam induit solidiorem ; sic bullæ illæ ad minimum etiam contactum dissipantur ; hinc ipsa superficies aquæ plus videtur resistere quod multis experimentis comprobatur ; sed illo maximè, quo videmus findi à remo cum quodam quasi stridulo crepitu resistentiæ maioris teste ; immò cum ab ipsa naui quasi sulcatur, idem stridor auditur, maximè in iis tractibus ; in quibus nullis fluctibus agitata læuigatissimam faciem præfert ; habes analogiam in illa crusta, quæ concrescit in superficie liquorum, sed præsertim offarum: addde quod aër paulò compressior vndique guttulam premens æquali nisu eam mirificè tornat : hæc tantùm tumultuatim congesta alibi fusè pertractabimus, & ex simplicissimis principiis demonstrabimus; plura hîc de grauitate erant dicenda, & de grauitatione, quæ tantùm indicasse sufficiat , vt deinde Tomo quinto fusè explicentur.

Theorema 101.

Non resistit medium propter compressionem partium inferiorum, quas nullo modo comprimi necesse est, vel insensibiliter ; cum enim tantus relinquatur locus retrò, quantus acquiritur antè , nulla opus est compressione ; sed partes à fronte pulsæ factâ circuitione retrorsum eunt, non certè tramite recto ; si enim frons ipsius lata sit, haud dubiè partes pulsæ alias pellunt, & hæ vicissim alias longo circuitu, vt patet experientiâ ; nulla tamen, vel modica fieri videtur compressio.

Theorema 102.

Hinc quo sunt plures partes diuidendæ, quæ antè vniebantur, maior est resistentia ; igitur maiore vi opus est, igitur maiore grauitate ; sed in medio densiore ab eodem mobili plures separantur quàm in rariore ; quia scilicet corpus densum plures habet sub minori extensione, & rarum è contrario, vt videbimus suo loco; igitur in medio densiore idem mobile maiorem resistentiam inuenit , quàm in rariore ; licèt vtriusque partes æquali nexu seu fibula copulentur ; quia scilicet plures sunt diuidendæ in densiore ; quia plures scilicet in æquali spatio occurrunt, quàm in rariore ; igitur maiore vi grauitatis opus est.

Theorema 103.

Hinc medium potest comparari cum alio in 2. capitibus ; Primum est in grauitate, vel densitate , nam reuerâ ex maiori densitate maiorem grauitatem reducimus ; Secundum est in maiori, vel minori partium nexu, ex quo 4. sequuntur combinationes 2. mediorum ; nam vel sunt eiusdem grauitatis, & mollitiei ; vel eiusdem grauitatis & diuersæ mollitiei ; vel eiusdem mollitiei, & diuersæ grauitatis ; vel diuersæ grauitatis, & eiusdem mollitiei ; mollius autem illud appello , cuius partes laxiori nexu copulantur; porrò 4. istæ combinationes supponunt idē mobile in vtroq; medio ; si sit prima combinatio, motus est æqualis in vtroque; si secunda

maior est in molliori; si tertia maior in grauiori; si verò quarta subduidi potest in duas; nam vel grauius est conjunctum cum maiori mollitie, vel leuius; si leuius, haud dubiè maior est motus in leuiore; si grauius & mollities compenset grauitatem, id est, si vt se habet grauitas grauioris ad leuitatem leuioris; ita se habet mollities illius ad mollitiem huius, æqualis est in vtroque; si secus, pro rata; hinc potest esse æqualis motus in grauiore & leuiore medio, & in æquè graui potest esse maior in grauiore; & minor; maior quidem, si maior sit ratio mollitiei grauioris ad mollitiem leuioris, quàm grauitatis ad grauitatem; minor verò, si maior sit ratio grauitatis ad grauitatem, quàm mollitiei ad mollitiem; æqualis denique si æqualis ratio; & his regulis cuncta facilè explicari possunt; hîc porrò suppono idem mobile, quod per vtrumque medium descendere possit, id est, quod sit vtroque grauius, medium autem appello illud, per quod mobile grauius per se descendit; dixi per se quia nonnunquam accidit, vt vel ratione figuræ, vel alterius impedimenti non descendat.

Theorema 104.

Sunt tres combinationes mobilis cum medio; prima, si sit idem mobile cum diuersis mediis; secunda, si idem medium cum diuersis mobilibus; tertia si diuersa mobilia cum diuersis mediis; de primâ actum est iam suprà; secunda subest 4. combinationibus. Prima si mobilia sint eiusdem materiæ, sed diuersæ figuræ; Secunda eiusdem figuræ & diuersæ materiæ. Quarta diuersæ materiæ & figuræ; si prima & secunda, vel sunt figuræ æquales, vel inæquales; si primum sunt eiusdem grauitatis; si secundum diuersæ; quippe figuræ similes possunt esse æquales, vel inæquales; & figuræ æquales possunt esse similes, vel dissimiles; si sit tertia combinatio, in qua sint eiusdem figuræ, & diuersæ materiæ, diuersæ inquam in grauitate; si figuræ sunt æquales, semper est diuersa grauitas; si inæquales potest esse vel eadem, vel tertia; in quarta combinatione diuersa compensatio fieri potest; idem dicendum est de tertia combinatione diuersorum mobilium, & mediorum, de quibus omnibus seorsim iam dicemus.

Theorema 105.

Similia duo eiusdem materiæ, figuræ, & grauitatis in eodem medio descendant, æquali motu feruntur dem. vbi est eadem proportio causæ & resistentiæ ibi est idem effectus, per Ax. 5. sed in hoc casu eadem est illa proportio; nam est æqualis causa, scilicet grauitas; idem medium æqualiter vtrique resistens, cum non plures medij partes resistant vni, quam alteri; igitur æqualis proportio.

Theorema 106.

Maior est resistentia eiusdem medij ratione scilicet partium, cùm plures eius partes resistunt quàm cum pauciores; patet, quia maior effectus respondet pluribus partibus causæ per Ax. 13. l. 1. num. 2.

Theorema 107.

Plures partes reſiſtunt, quando plures pelluntur à mobili deorſum; quippe in tantum reſiſtunt, in quantum ab aliis ſeparantur; atqui in tantum ſeparantur, in quantum amouentur è ſuo loco; ſed ideo amouentur è ſuo loco, in quantum pelluntur; igitur cum plures pelluntur tunc plures reſiſtunt; igitur tunc maior eſt reſiſtentia.

Theorema 108.

Plures pelluntur à maiori ſuperficie, quàm à minori, quæ tendit deorſum parallela horizonti. v.g. à ſuperficie cubi maioris, quàm minoris; quippe tot pelluntur quot reſpondent primæ faciei, ſeu primo plano, quod eſt in fronte.

Theorema 109.

Si diuidatur cubus in cubos minores, ratio ſuperficierum erit duplicata laterum, & ratio ſolidorum triplicata, conſtat ex Geometria, ſit enim cubus a GK, nam in gratiam eorum qui Geometriam ignorant hoc ipſum ocu- *Fig. 26 Tab. 1.*
lis ſubiiciendum eſſe videtur; diuidantur 6. eius facies in 4. quadrata æqualia v. g. facies AI in quad. AE. EC. EG. EI. idem fiat in aliis 5. faciebus, quarum duæ hîc tantum apparent; ſcilicet AK. KL; ſed tribus aliis parallelis; his tribus eædem diuiſiones reſpondent; haud dubiè erunt cubi minores, quorum latus ſit æquale AB, & quælibet facies æqualis quadrato AE; ſed facies maior AI, eſt quadrupla minoris AE; ergo AI eſt ad AE vt quadratum lateris AG ad quadratum lateris AD; ſed hæc eſt ratio duplicata laterum 1. 2. 4. ſimiliter cubus maior GK eſt octuplum minoris DN, igitur vt cubus lateris AG ad cubum lateris AD. ſed hæc eſt ratio triplicata. 1. 2. 4. 8.

Theorema 110.

Hinc plùs minuitur ſolidum in diuerſione cubi quam facies, & plùs facies quàm latus; patet ex dictis, nam latus minoris cubi eſt tantùm ſubduplum lateris maioris, & facies ſubquadrupla; ſolidum verò ſuboctuplum.

Theorema 111.

Hinc plùs minuitur grauitas, quàm reſiſtentia minoris cubi; quia grauitas reſpondet ſolido, & reſiſtentia primę faciei; reſiſtentia inquâ ratione partium medij; ſed ſolidum plus minuitur quàm facies, vt dictum eſt; igitur plus minuitur grauitas, quæ eſt cauſa virium quàm hæc reſiſtentia; ergo decreſcunt vires in maiore proportione quàm hæc reſiſtentia, quod benè obſeruauit Galileus in dialogis.

Hinc concludit Galileus duos cubos eiuſdem materiæ, ſed inæquales deſcendere inæquali motu; maiorem ſcilicet velociùs minori; demonſtrare videtur, quia maior habet maiorem proportionem virium ad reſiſtentiam, quàm minor; igitur maiorem habet effectum per Ax. 5. igitur maiorem, & velociorem motum.

Scio non deeſſe multos viros doctos qui acriter in hanc ſententiam

insurgant: Obiicient fortè primò, experientiam esse contrariam; si enim accipiantur duo cubi maior, & minor eiusdem materiæ, & dimittantur ex eadem altitudine eodem prorsus momento terram ferient; Responderi potest momentum illud sensu percipi non posse; si enim dicam maiorem tangere terram 1000. instantibus ante minorem, an fortè sensu hoc percipies, visu scilicet vel auditu? igitur in maxima altitudine hæc spatiorum inæqualitas, & temporum sensu percipi posset, quæ in minori sub sensum non cadit: præterea accipe pulueris granulum eiusdem materiæ, tuncque etiam sensibilem motuum differentiam videbis, atqui est eadem ratio de omni minore.

Secundò obiicient, si superponatur cubus minor maiori in suo motu nunquam separantur; igitur æquali motu descendunt. Resp. videri potest equidem æquali motu descendere quia sunt veluti partes eiusdem corporis, & grauitant grauitatione communi, neque minor habet singularem resistentiam superandam; immò si superponatur minor maiori, vel maior minori, motus est velocior quàm esset solius maioris; quia cum non sit maior resistentia, maiores illi vires opponuntur; igitur faciliùs superatur.

Tertiò obiicient; est eadem specie grauitas; igitur eadem grauitatio, idemque motus deorsum; Responderi posset concedendo antecedens, vnde in vacuo omnia grauia æquè velociter descenderent, si in eo motus esset; at verò altera duarum causarum eiusdem speciei, quæ habet minorem proportionem actiuitatis ad resistentiam, profectò minùs agit, quod certum est.

Quartò obij: igitur motus posset esse velocior, & velocior in infinitum; si enim maior cubus descenderet velociùs; igitur si detur maior adhuc velociùs, atque ita deinceps: Resp. inanem prorsus esse difficultatem; quia cubus ille quantumuis maximus in vacuo descendit velociùs quàm in aliquo medio v.g. in aëre, igitur nunquam augmentum velocitatis infinitum est; quippe inter duos gradus velocitatis infiniti sunt possibiles. v. g. sit velocitas, quam habet in vacuo vt 2. illa verò quàm habet in aëre vt 1. si crescat velocitas iuxta has minutias singulis instantibus $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}$, atque ita deinceps; quàm porrò multæ sunt huiusmodi progressiones $\frac{1}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{24}$ &c. igitur obiectiones illæ non euertunt Galilei sententiam.

Inde idem Galileus ostendere videtur cur atomi materiæ etiam grauissimæ, seu granula pulueris motu tardissimo descendant in aëre vel in aqua; quia scilicet per illam diuisionem ita imminutæ sunt vires grauitatis, vt iam resistentiam medij superare non possint.

Sed videtur esse grauissima difficultas, [a] sint enim duo cubi, maior B F, minor GM, & vterque innatet medio liquido duplo grauiori; certè extabit maior toto rectangulo C A æquali C F, & minor toto rectangulo K H æquali K M; igitur est eadem proportio grauitatis maioris ad resistentiam medij in grauitatione, quæ est minoris; igitur & in motu.

[a] *Fig.* 27. *T.* 1.

Responderi potest esse maximam disparitatem inter grauitationem, & motum

motum;sit [a] enim cubus B D qui descendat per totam A H; haud dubiè cum spatium DI,contineat 3. cubos medij æquales DB,eos debet remouere in suo descensu;sit autem cubus BG;haud dubiè,cum sit eadem proportio cubi AE ad cubum medij D M, quæ est cubi B G ad cubum medij FL, eodem tempore vterque cubum medij suppositi è suo loco extrudet;igitur eo tempore,quo A E expellet 3.D I,FL extrudet 3. E O;ergo æquabili tempore inæquale spatium percurrunt. [a] *Fig. 28 Tab. 1.*

Dices ergo spatia sunt vt latera : Respondeti potest hoc reuerâ per se esse debere;sed quia cubus DM vt extrudatur,maiorem debet facere circuitionem,vt à fronte retrò eat,velociori motu extrudi debet; igitur vires suas in eo consumit maiori ex parte cubus AE;hinc compensatio esse videtur.

Vt solui possit præsens difficultas, quæ certè maxima est, totam rem istam paulò fusiùs esse explicandam iudico. Primò itaque certum est partes medij, quæ prius in fronte erant, retroire;hoc ipsum videmus in naui quæ sulcat aquas,hoc ipsum accidit in omni corpore natante etiam immobili,quippe partes aquæ retinentur ab illa membranula,de qua suprà;sic enim sæpè assurgunt, & intumescunt supra labra vasis; cur verò continui penè circulares limbi dilatentur : Resp. nullo flante vento vix aliquem circulum huiusmodi in superficie aquæ apparere à fronte, sed tantùm à tergo,& lateribus,quasi ad instar pyramidis;sed de his aliàs fusè.

Secundò certum est numerum partium, quas impellit maior cubus A E;esse quadruplum numeri partium,quas impellit cubus B G:sint autem v.g.8.partes resistentes cubo maiori, sunt duæ resistentes cubo minoris; sed vires cubi maioris sunt ad vires cubi minoris vt 8. ad 1. igitur vires vt 8. superabunt faciliùs resistentiam vt 8. quam vires vt 1. resistentiam vt 2.vnde duplò velociùs moueretur,nisi aër duplò velociori motu amouendus esset,quod vt clarius explicetur; [b].

Sit cubus maior A F octuplus cubi G I, vt iam dictum est; haud dubiè aër qui substat cubo AF est quadruplus aëris,qui substat cubo GI, vnde si vires cubi A F essent quadruplæ virium cubi G I, esset æqualis proportio in vtroque virium,& resistentiæ;sed sunt octuplæ;igitur faciliùs vincetur resistentia ; igitur amouebitur aër faciliùs ; sit autem aër expressus in globulis E F B,&c. cuius superficies cum relinquatur retrò versus AB, & occupetur illa quæ est in fronte E F ; haud dubiè partes hinc inde diuiduntur in D, & segmentum N B transit in locum relicti loci BC,F N transit in NB,& D F,in FN; idem dico de segmentis oppositis;idem prorsus dico de minori globo;nam M H transit in HQ, & H Q in Q G,& Q G in GL, idem dico de segmentis oppositis ; igitur hæc est circuitio partium medij,quàm suprà indicauimus;hinc aër,qui amouetur à corpore graui descendente moueri debet necessariò velociùs quàm ipsum corpus graue quod descendit. [b] *Fig. 29. T. 1.*

In hoc porrò obserua segmentum MH moueri tardiùs quàm DF;quia conficit subduplum spatium, eo tempore, quo D F conficit duplum;

nam

nam DF & FN sunt duplæ MH & & HQ; igitur dupla vi motrice opus est; sed vires cubi AF sunt ad vires cubi GI, vt 8. ad 1. partes verò aëris, quas impellit AF, sunt ad partes aëris, quas impellit GI, vt 4. ad 1. igitur si partes aëris moverentur æquali motu cum ipsis cubis, à quibus mouentur; certè maior moueretur motu velociori; vt autem moueantur partes DF duplò velociore motu, quàm partes MH; debent vires, quæ monent DF, esse in ratione dupla ad illas, quæ mouent MH, id est eo tempore, quo vires vt 8. mouebunt mobile vt 4. motu vt 2. vires vt 1. mouebunt mobile vt 1. motu vt 1. licèt enim superficies aëris EF moueatur deorsum; attamen ab alio aëere inferiore ita reperlitur, vt sursum versus FN repellatur.

Equidem tota superficies aëris DF, cum pluribus partibus constet, non potest simul transire in FN; quia pars D antequam perueniat ad F transit per medium DF; igitur successiuè per mea ad illud spatium DF, quo tempore quiesceret globus AF, quod ridiculum est.

Quare fit necessariò aliqua circuitio, & partium aëris commixtio, seu conflictus; ita vt retroeant pulsæ prius & repercussæ; non quidem tramite recto, sed cum aliqua circuitione; quod certè facilè concipi potest, quæ circuitio eò maior est, quo latera cuborum sunt maiora; itaque cum hæc satis fusè videantur esse explicata, sit.

Theorema 112.

Duo cubi eiusdem materiæ, & diuersæ grauitatis æquali motu per se descendunt; probatur, quia licèt sit maior proportio actiuitatis minus ad suam resistentiam, quàm alterius; illud tamen compensatur; eóque partes aëris velociùs moueri debeant iuxta rationem laterum, vt patet ex dictis; vnde necessariò sequitur motus æqualis in vtroque cubo; igitur licèt maioris cubi vires habeant maiorem proportionem ad molem, quæ præcipuum illius motus retardat; tum tamen aër, qui resistit maiori cubo debeat amoueri, vt dictum est velociore motu quam aër, qui resistit minori, sitque eadem proportio resistentiæ ratione motus minoris ad maiorem, quæ est ratione molis maioris ad minorem; certè ratio composita vtriusquè erit eadem in vtroque cubo; igitur æquè velociter vterque descendet: hinc satis facilè soluitur ratio Galilei, quam multi parum cauti pro demonstratione venditarunt, ad aliam verò rationem, quam ex minuto puluere ducere videtur, etiam facilè responderi potest; ideo corpuscula illa diu fluitare in aëre, tùm quòd minimo ferè tenuis auræ flatu agitentur; sic pulueris nubes medius ventus agit; quis enim nescit aëris partes agitari perpetuò; immò & aquæ inter se miscri; igitur ab agitationis veluti impressione fluitant illa corpuscula, cum minimus ferèim petus extrinsecus illa commouere possit; tùm etiam quòd à filamentis illis, quibus partes aëris implicantur facilè detineantur; analogiam habes in lapillo, qui ab araneæ tela intercipitur.

Theore-

Theorema 113.

Duo globi eiuſdem materiæ, & diuerſæ diametri deſcendunt etiam æquali motu propter eamdem rationem; immò eſt perfectior æqualitas in globis, quàm in cubis; quia perfectior fit circuitio, vt conſideranti patebit; hinc globus eiuſdem materiæ,& grauitatis cum cubo deſcendit velociùs quia ſcilicet aër in deſcenſu globi faciliùs agitur retrò, vt conſtat.

Theorema 114.

Corpus vtrimque in mucronem deſinens faciliùs adhuc deſcendit, quàm globus eiuſdem materiæ; ratio eſt; quia breuiore circuitu partes retroeunt; quippe tunc maxima eſt facilitas in pellendo aëre, qui eſt à fronte mobilis, cum velociùs moueri non debet ipſo mobili; atqui hoc ipſum eſt quod accidit mobili vtrimque [a] aucto; nam linea curua D B A, quam percurrit deſcriptum mobile, non eſt multò longior; at verò in quadrato ſuperiori A F maiori eſt duplò; in circulo quidem minor diameter ſemiperipheriæ, ſed non duplò.

[a] *Fig. 30 Tab. 1.*

Theorema 115.

Idem corpus diuerſo motu deſcendere poteſt, v. g. [b] parallipedum A, ſi rectangulum B F ſit in fronte tardiùs deſcendet, quàm ſi in fronte ſit rectangulum C E, vel rectangulum F H; hinc tribus motibus diuerſis deſcendere poteſt idem parallipedum, modò habeat ſemper alteram faciem horizonti parallelam; hinc cylindrus eiuſdem grauitatis deſcendet velociùs quàm parallelipedum, vt patet ex dictis; ex quibus facilè intelligi poteſt, quænam corpora faciliùs quàm alia deſcendant; quippe illa regula eſt certiſſima quàm ſuprà attulimus. Porrò obſeruabis omne corpus difficiliùs pelli per lineam perpendicularem quàm per obliquam; hinc globus pellit tantùm vnicum punctum perpendiculariter; idem dico de cono; cylindrus verò vnam lineam, cubus integrum planum.

[b] *Fig. 31 Tab. 1.*

Theorema 116.

Hinc duo corpora eiuſdem grauitatis, ſed quorum alterum faciem, quæ eſt in fronte, habet maiorem, inæquali motu deſcendunt; patet ex dictis; quia in vtroque ſunt æquales vires, ſed diuerſa reſiſtentia.

Theorema 117.

Hinc tenues illæ ſuperficies corporum etiam materiæ grauiſſimæ, vel in aëre fluitant, vel aquis innatant; ratio eſt, quia reſiſtentia ſuperat vires.

Scholium.

Obſeruabis primam ſuperficiem aquæ habere maiorem quamdam reſiſtentiam propter illam, quaſi membranulam, de qua ſuprà; vnde aſſurgit quiddam lymbus in margine bracteæ ferri, vel auri innatantis; vel etiam globuli paulò grauioris aquâ, igitur vt immergatur corpus debet eſſe grauius totâ illâ aquâ, quæ capacitatem illam non cauam occuparet.

Theorema 118.

Globi æquales diuersæ materiæ inæqualiter descendunt; quia scilicet alterum est grauius, quod suppono; igitur æqualis est resistentia, & vires inæquales; igitur non est eadem proportio actiuitatis: & resistentiæ; igitur non est æqualis motus per Ax. 5.

Theorema 119.

Globi etiam inæquales diuersæ materiæ inæqualiter descendunt; quod demonstro; quia globi eiusdem materiæ inæqualiter descendunt per Th. 113. sed duo globi æquales diuersæ materiæ descendunt inæqualiter per Th. 118. igitur, & inæquales; quod dico de globis, dicatur de cubis, & aliis figuris similibus.

Theorema 120.

Globus materiæ leuioris potest descendere velociori motu quam parallelipedum grauioris; constat experientia; ratio est, quia cum globus ferreus descendat velocius, quàm ligneus per Th. 118. in data ratione, putà $\frac{1}{100}$ haud dubiè bractea ferri non modo $\frac{1}{100}$ tardiùs descendet, verùm etiam $\frac{90}{300}$ in quo non est difficultas.

Theorema 121.

Hinc si mutetur figura possint grauia diuersæ materiæ ita descendere, vt vel grauius, vel leuius, vel grauioris materiæ, vel leuioris velocius descendat; vt constat ex regulis præscriptis.

Theorema 122.

Globi æquales diuersæ materiæ, v. g. ligneus, & plumbeus descendunt inæqualiter iuxta proportionem grauitatis, & resistentiæ medij comparatæ cum vtroque, v. g. plumbo detrahitur $\frac{1}{4800}$; ligno verò $\frac{1}{300}$ v. g. si grauitas ligni sit ad grauitatem aëris vt 300. ad 1. & plumbi vt 4800. ad 1. sit enim altitudo 33. pedum 4. digit. reducantur in digitos erunt 400. in lineas 4800. igitur detrahetur vna linea spatij plumbeo globo; ligneo verò vnus digitus cum 4. lineis; sed quis hoc obseruet?

Theorema 123.

Corpus graue spongiosum longè tardiùs descendit; quia aër in perexigua illa foramina intensus frangitur, resilit, ac proinde motum impedit; talis est medulla sambuci, spongia, stupa, &c. immò asperum corpus tardiùs descendit, quòd scilicet aër ab asperioribus illis salebris resiliens motum retardet, hinc sibilus ille auditur &c.

Scholium.

Ex his constat quid dicendum sit de motu corporum grauium in medio, siue sint eiusdem materiæ, & similis figuræ, maioris vel minoris, vel æqualis; tunc enim descendunt æqualiter contra Galileum, siue sint diuersæ materiæ, & similis figuræ, æqualis, vel inæqualis, tunc

tunc enim descendunt inæqualiter, siue diuersæ materiæ & diuersæ figuræ; tunc enim descendunt modò æqualiter, modò inæqualiter; æqualiter certè, cum figura compensat materiam; cum verò non compensat, inæqualiter pro rata; denique si comparentur duo corpora cum diuersis mediis; primo inuenienda est proportio motuum vtriusque in eodem tùm singulorum in diuersis mediis, vt suprà dictum est.

Theorema 124.

In modico vacuo omnia æquè velociter descenderent: Probatur, quia tota diuersitas vel inæqualitas mediorum petitur à diuersa proportione actiuitatis cum resistentia medij per Ax. 5. sed in vacuo nulla est resistentia; igitur nulla proportio; igitur nulla ratio motus inæqualis.

Theorema 125.

In motu naturaliter accelerato deorsum crescit resistentia medij singulis instantibus: probatur, quia singulis instantibus plures partes medij sunt superandæ; crescunt enim spatia, vt constat ex dictis; igitur crescit resistentia singulis instantibus.

Theorema 126.

Crescit resistentia iuxta rationem spatiorum, probatur; quia crescit iuxta rationem plurium partium medij, quæ temporibus æqualibus percurruntur; sed eæ crescunt iuxta rationem spatiorum, vt constat.

Theorema 127.

Hinc crescit resistentia iuxta rationem velocitatum singulis instantibus, quæ ratio sequitur progressionem arithmeticam simplicem numerorum 1.2.3.4.5.6. ex suppositione quòd tempus constet ex partibus finitis actu; nam eodem modo crescit velocitas, quo crescunt numeri prædicti; sed eodem modo crescunt spatia, si dumtaxat accipiantur in singulis instantibus; resistentia crescit iuxta rationem spatiorum; igitur iuxta rationem velocitatum.

Scholium.

Obseruabis, si tempus constet ex infinitis actu partibus, ita vt singulæ partes motus singulis partibus temporis & infinitæ infinitis respondeant; non potest esse alia progressio, in qua fiat acceleratio motus naturalis, quàm illa Galilei iuxta hos numeros 1. 3. 5. 7. vt constat ex dictis per illud Principium; *æqualibus temporibus æqualia acquiruntur velocitatis momenta*; si verò tempus constat ex finitis instantibus æqualibus, nulla datur progressio motus naturaliter accelerati; quia motus accelerari non potest; ne scilicet eodem instanti mobile sit in pluribus locis adæquatis; denique si tempus constat ex finitis instantibus actu, & infinitis potentiâ, non potest esse alia progressio huius accelerationis, quam hæc nostra iuxta numeros toties repetitos 1.2.3.4.5. attamen quia illa finita instantia sunt ferè innumera in qualibet parte sensibili temporis, in praxi sine sensibili errore in partibus temporis sensibilibus possumus

adhibere priorem progressionem Galilei, & in hoc cardine tota vertitur, meo iudicio, propositæ quæstionis difficultas.

Theorema 128.

Hinc crescit resistentia iuxta rationem crementi impetus; cum enim crescant impetus in ratione velocitatum, vt constat, & crescat resistentia medij in eadem ratione per Theor. 127. crescit etiam in ratione impetuum.

Theorema 129.

Hinc crescit resistentia medij in eadem ratione, in qua crescunt vires mobilis; demonstr. quia crescunt vires, vt crescit impetus; nam impetus est vis illa, quâ mobile superat resistentiam medij vt constat, sed resistentia crescit vt impetus per Th. 128. igitur crescit in ratione virium.

Theorema 130.

Si crescit resistentia in eadem ratione in qua crescunt vires, non mutatur progressio effectuum, v.g. primo instanti impetus sit vt 1. sitque 1. spatium, in quo est resistentia, vt 1. Secundo instanti sit impetus vt 2. resistentia in 2. spatiis vt 2. haud dubiè si vno instanti vnus gradus impetus superat resistentiam vt 1. dum percurrit 1. spatium; certè 2. gradus impetus vno instanti superabunt resistentiam vt 2. dum conficit mobile 2. spatia; atque ita deinceps.

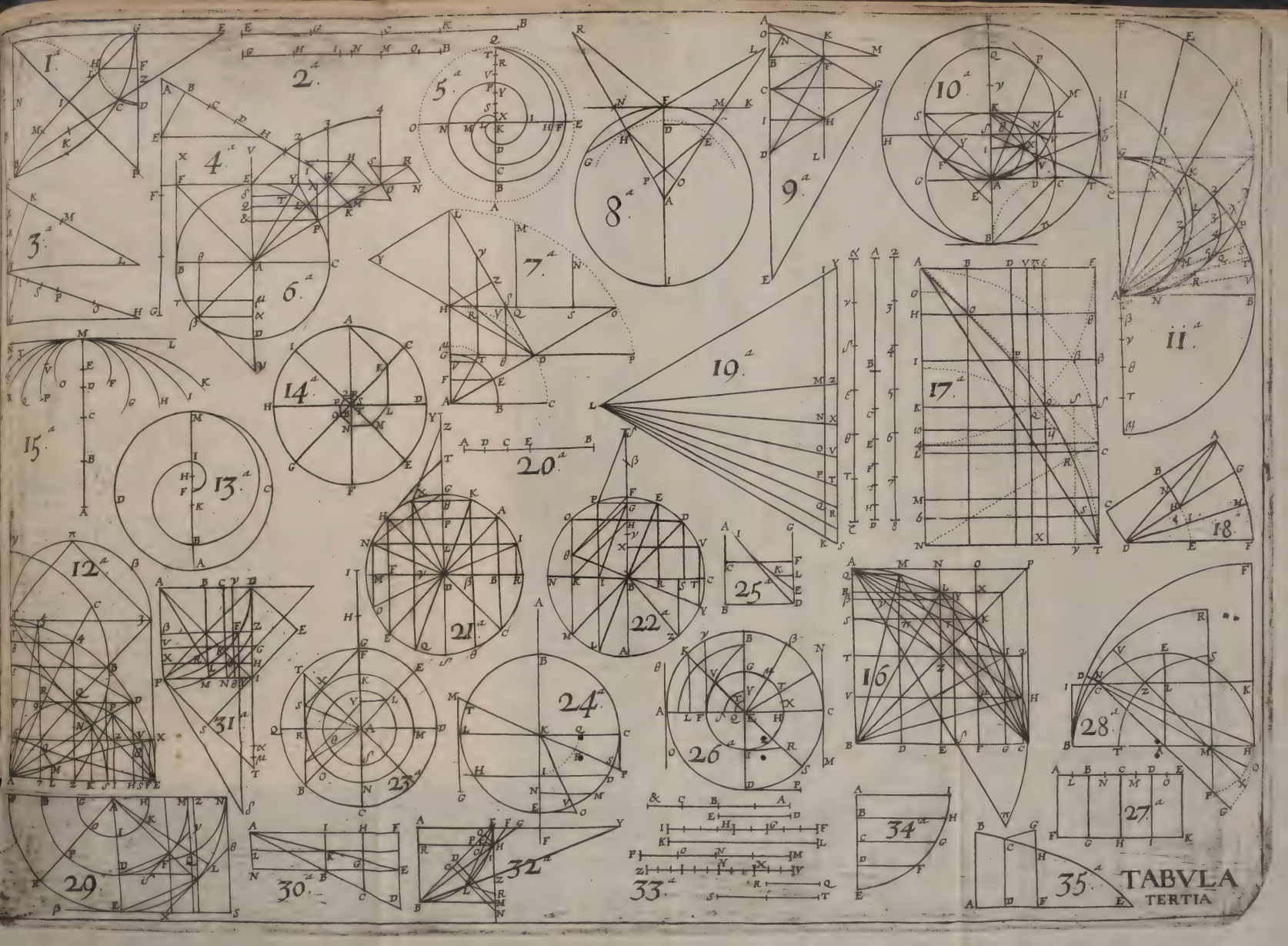
Theorema 132.

Hinc certè concludo contra Galileum, & alios quosdam motum grauium post aliquod spatium decursum ex naturaliter accelerato non fieri æquabilem, quia in tantum fieret æquabilis in quantum tanta esset resistentia, vt nouam accelerationem impediret; sed hæc ratio nulla est; quia in eadem ratione crescit resistentia, in qua crescunt vires per Th. 129. igitur non mutatur progressio motuum per Th. 130. igitur nec acceleratio; igitur motus naturalis ex accelerato non fit æquabilis: Equidem, vt iam suprà dictum est, in minori semper ratione crescit velocitas, itémque ipsa resistentia quod in omni progressione arithmetica iuxta numeros 1.2.3.4.5.

Scholium.

Obseruabis remitti à nobis motum leuium sursum in 5. Tomum, in cuius tertio libro agemus de graui, & leui; quia ideo corpus ascendit, quia ab alio descendente truditur sursum.

LIBER


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.
21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.
29.
30.
31.
32.
33.
34.
35.
TABVLA
TERTIA

LIBER TERTIVS,

DE MOTV VIOLENTO *ſurſum Perpendiculariter.*

OMnis certè motus, qui eſt à principio extrinſeco, violentus appellari poteſt, attamen hîc non ago de omni violento, ſed dumtaxat de illo, qui fit ſurſùm per lineam verticalem; quia ſcilicet ex diametro opponitur motui naturali, qui fit deorſùm perpendiculariter; igitur cum de hoc ipſo in ſecundo Libro egerimus, de illo in hoc non agemus.

DEFINITIO I.

MOtus violentus eſt, quo corpus graue mouetur ſurſùm per lineam verticalem à principio extrinſeco mediatè, vel immediatè vt plurimùm.

Dixi à principio extrinſeco, ſiue cunjuncto, vt cum manu attollo ſurſum corpus graue, ſiue non conjuncto, vt cum quis proiicit lapidem ſurſùm, ſiue ſit verum principium effectiuum, vt cum impetus, quem potentia motrix producit in manu, producit alium in mobili; ſiue non ſit principium effectiuum, ſed tantùm determinans, vt cum mobile quod cadit deorſum, ſurſum deinde repercutitur; nec enim corpus repercutiens producit impetum nouum, vt dicemus cum de motu reflexo; quin potiùs producti partem deſtruit per accidens, & quidquid illius ſupereſt, ad nouam lineam determinat; quod quomodo fiat fusè ſuo loco explicabimus, igitur licèt corpus reflectens ſit tantùm principium nouæ determinationis, non verò alicuius impetus producti, dici poteſt principium huius motus violenti.

Dixi vt plurimùm, nam ſi terra ducto per centrum foramine eſſet peruia, haud dubiè lapis demiſſus versùs centrum iret motu naturaliter

accelerato, tùm deinde propter impetus acquisiti vim, à centro versùs oppositum circumferentiæ punctum iret, motu certè violento, qui tamen ab extrinseco non esset.

Hypothesis 1.

Corpus graue projectum sursum tandem redit; Hæc hypothesis certa est, & nemo est qui eam in dubium vocet.

Axioma 1.

Quidquid erat, & desinit esse destruitur; Hoc Axioma certum est, quippe destrui hoc tantùm dicitur, quod desinit esse.

Axioma 2.

Quidquid destruitur, ad exigentiam alicuius destruitur, saltem totius naturæ. Hoc Axioma idem est cum Axiom. 14. l. 1. n. 2. vnde alia explicatione minimè indiget; hoc ipsum etiam demonstraui in Th. 147. 149. 150. &c. l. 1.

Theorema 1.

Datur motus violentus; demonstro; corpus proiicitur per lineam verticalem per hyp. 1. sed hic motus est à principio extrinseco, igitur est violentus per def. 1. probatur minor; Primò, quia illud est principium, seu causa motus, ex cuius applicatione semper sequitur motus per Ax. 11. l. 1. n. 1. sed ex applicatione potentiæ extrinsecæ v. g. arcus, manus, &c. ad lineam sursum semper sequitur motus sursum; igitur est illius causa. Secundò probatur, quia mobile projectum sursùm mouetur adhuc separatum à potentia motrice per hyp. 6. l. 1. igitur potentia motrix impressit aliquid mobili, vi cuius deinde mouetur, igitur hic motus est à principio extrinseco.

Diceret fortè aliquis produci hunc motum ab ipso mobili; sed contrà; igitur semper produceret, quod absurdum est: dicet, ad hoc vt producat determinari debere ab aliquo, sed contrà; illud à quo determinatur vel est extrinsecum, vel intrinsecum, si primum, ergo hic motus est semper à principio extrinseco, quod satis est esse determinans per def. 1. si verò est intrinsecum; igitur semper esset hic motus, quamdiu esset ipsum mobile, quod est contra hyp. 1. nam reuera non semper mouetur.

Diceret fortè alius excitari quædam corpuscula, à quibus mouetur corpus graue sursùm; sed contrà; nam vel sunt in ipso mobili illa corpuscula, vel extra mobile; si primum; igitur hic motus semper erit ab extrinseco mediatè, cum ab extrinseco excitentur; sed hoc sufficit ad hoc; vt motus dicatur violentus per def. 1. si verò sunt extra mobile; igitur motus ille est semper ab extrinseco, idque duplici nomine.

Denique diceret alius ex suppositione, quod terra moueatur non posse corpus graue proiici sursùm per lineam verticalem, nisi tantùm ad speciem; vt si quis è naui mobili sursum proiiceret pilam rectà omninò, quoad eius fieri possit; videbitur enim iis, qui vehuntur eadem naui sursum

sursum ferri per lineam verticalem, aliis verò instantibus videbitur clarissimè ferri per lineam nouam inclinatam.

Respondeo etiam admissa suppositione dici à me motum illum sursum esse per lineam verticalem, quando eadem linea recta connectit semper hæc tria puncta; scilicet centrum terræ, idem punctum superficiei terræ, & ipsam pilam; ad illud verò quod dicitur de naui, non difficeor verum esse; sed dico non esse propriè motum violentum, de quo hîc tantùm est quæstio, sed esse motum mixtum, de quo fusè suo loco. Obseruabis autem hîc me abstinere à refellendis absurdis illis suppositionibus, quibus præmissæ objectiones innituntur; nam, cui quæso in mentem venire potest ab ipsa entitate corporis grauis produci motum in se? quis credat produci frigus ab igne? calorem à niue? lucem à tenebris? quæ porrò fabulæ, quæ commenta, quæ somnia excogitari possunt, quæ non vilescant si cum his comparentur.

Illa quoque corpuscula excitata leuiora sunt, quàm vt aliquod præferant rationis momentum; cum mera sint philosophiæ ludibria.

Denique illa hypothesis de terræ motu nullis demonstrationibus firmata est, vt videbimus suo loco.

Vnum fortè est, quod difficilius obiici potest; [a] sit enim linea verticalis A C, sitque globus in A æqualiter impulsus per lineas A D & A B; haud dubiè si anguli D A C, B A C sint æquales: certè mobile feretur per lineam verticalem A C, vt constat ex dictis. Respondeo motum illum esse violentum; est enim à principio extrinseco, eoque gemino, seu mixto, in quo non est difficultas. [a] *Fig.* 32. *l.* 1.

Theorema 2.

Motus violentus habet causam; quia de nouo est, & tandem desinit per hypoth. 1. igitur habet causam per Ax. 8. l. 1.

Theorema 3.

Iste motus supponit impetum; quia nisi esset impetus non esset naturaliter motus per Th. 18. l. 1.

Theorema 4.

Iste impetus debet esse in mobili projecto sursum; quia ibi est causa, vbi est effectus formalis, sed motus est effectus formalis secundarius impetus per Th. 15. l. 1. igitur cum motus sit in projecto sursum, in eo est etiam impetus: præterea secunda pars motus non ponitur à potentia motrice; quia illa non est applicata mobili cum ponitur noua pars motus, igitur ab alia causa applicata, sed nulla est extrinseca, vt patet, nulla intrinseca præter impetum.

Diceret aliquis ab aëre extrinsecùs ambiente mobile ipsum propelli; sed contra, nam aër, & omne aliud medium resistit potiùs quàm iuuet, vt demonstrauimus l. secundo Th. 1. Nec dicas fuisse mentem Aristotelis, cum nobiles Peripatetici contrà sentiant; Albertus Magnus, Toletus, Scaliger, Suarius, & recentiores; neque hoc negauit vnquam Aristoteles,

les, sed in hoc non multùm laboramus; nec dicas hinc sequi motum violentum esse à principio intrinseco contra def. 1. nam est quidem à principio intrinseco formali, non tamen à principio intrinseco mouente vel agente; nec enim impetus est causa efficiens motus sui subjecti; sed causa formalis vt sæpè explicuimus.

Diceret fortè alius primam partem motus produci à potentiâ motrice, secundam verò ab entitate ipsius corporis; sed contrà; igitur corpus esset causa necessaria; igitur semper produceret. Dices semper producere si determinetur, sed contrà; à quo determinatur ad producendam secundam partem? nihil est enim applicatum, à quo determinari possit; Dices accepisse determinationem; sed contrà; quid est illa determinatio? Dices esse modum; igitur permanentem; igitur est causa motus per Ax. 1. l. 1. n. 1. igitur est impetus per def. 3. l. 1. Dices determinari à priori parte motus; sed contrà primò, nam reuerà non est illa pars cum determinatur corpus. Secundò, quid est illa prima pars motus, nisi migratio è loco in locum, quæ reuerâ à potentia motrice produci propriè non potest per Th. 2. l. 1. sed de his iam fusè actum est in toto ferè libro primo, sed præsertim in Th. 6.

Theorema 5.

Ille impetus est vera qualitas Physica absoluta; hoc iam suprà demonstratum est, scilicet physicè; immò ex motu violento maximè probatur dari impetum, & vix quidquam est in rerum naturâ, quod clariùs euincat aliquid de nouo produci.

Theorema 6.

Iste impetus producitur ab aliqua causa; Probatur, quia est de nouo; igitur non est à se per Ax. 8. l. 1. igitur est ab alio; igitur ab aliqua causa.

Theorema 7.

Producitur ab aliqua causa extrinseca; Probatur primò, quia aliquis motus violentus est à causa extrinseca per def. 1. Secundò, est ab aliqua causa applicata, sed est tantùm applicata potentia motrix; igitur est causa, per Ax. 11. l. 1. nec enim producitur hic impetus ab entitate corporis projecti, quod plusquàm certum est ex dictis; hîc enim tantùm est quæstio de illo motu, qui extrinsecùs aduenit, non vero de reflexo sursùm, &c.

Theorema 8.

Producitur ab alio impetu; quia potentia motrix non agit ad extra nisi per impetum productum in organo, vt patet; præterea si est causa vniuoca sufficiens applicata, non est ponenda æquiuoca per Ax. 11. l. 1. adde quod impetus producitur semper ad extra ab alio impetu per Th. 42. l. 1. nec in his hactenus propositis vlla est difficultas.

Theorema 9.

Impetus impressus mobili sursum conseruatur per aliquod tempus; Probatur, quia

quia mobile ſeparatum à potentia motrice adhuc mouetur per hyp. 6. l. 1, igitur ille motus habet cauſam, vt ſæpè dictum eſt; non aliam, quàm impetum per Th. 4. non productum de nouo, quippe nulla eſt cauſa mobili applicata per Th. 7. & 8. igitur iam antè productam; igitur conſeruatur.

Theorema 10.

Conſeruatur ab aliqua cauſa extrinſeca applicata; vt patet ex dictis, non ab aëre; igitur à nullo corpore; igitur ab alia causâ inſenſibili; igitur illam eſſe oportet, & noſſe rerum omnium exigentias, & poſſe cuncta producere; quippe conſeruatio eſt repetita productio; immò conſeruare per actionem, per quam ſit res in tali loco, & tali tempore; illa porrò cauſa inſenſibilis incorporea, quæ vbique eſt, & ſemper, Deus eſt: Nec puta poſſe exiſtentiam cauſæ primæ probari ſenſibiliori, vt ſic loquar, argumento, quàm eo, quod petitur ex motu projectorum, quorum motus durat etiamſi à potentia motrice mobile ipſum ſit ſeparatum.

Theorema 11.

Hinc multa colligi poſſunt. Primò, ſi nullus eſſet impetus extrinſecus, vel acquiſitus, nullus eſſet motus violentus, niſi tantùm motus reflexus cadentium deorsùm. Secundò, ſi nullus eſſet Deus, nullus eſſet motus violentus; immò nec vllus naturaliter acceleratus. Tertiò, ſi impetus eſſet fluens vt motus, nullus eſſet motus violentus. Quartò, ſi ſingulæ partes motus produci debent ab aliquâ causâ efficiente, nullus etiam eſſet motus violentus.

Theorema 12.

Vt ſit motus violentus debent produci plures partes impetus violenti quàm ſint partes impetus naturalis; Probatur, quia ſi eſſent plures naturalis deorsùm, quàm ſint violenti ſurſum, corpus tenderet deorſum; ſed tardiùs per Th. 134. l. 1. & ſi tot eſſent vnius, quot alterius, mobile ipſum non moueretur per Th. 133. l. 1.

Theorema 13.

Motus violentus non eſt acceleratus; probatur primò experientiâ, quæ certa eſt. Secundò, quia ſi ſemper creſceret, numquam rediret mobile contra hyp. 1. nec enim ab vllo reflectitur; ſi enim reflecteretur ab aëre intenſus, multò magis remiſſus.

Theorema 14.

Hinc impetus in mobili ſurſum projecto non intenditur, quia non intenditur effectus per Th. 13. igitur nec cauſa per Ax. 2. l. 2.

Theorema 15.

Motus violentus non eſt æquabilis; quia mobile tandem redit per hyp. 1. ſed numquam rediret, ſi eſſet æquabilis; cur enim potiùs hoc inſtanti quàm alio? cur ab hoc puncto ſpatij potiùs, quàm ab alio?

Theorema 16.

Hinc non conseruatur intactus impetus; quia si esset intactus, esset semper æqualis; igitur haberet semper æqualem motum per Ax. 3. l. 2. igitur motus esset æquabilis, contra Th. 15.

Theorema 17.

Hinc necesse est aliquid impetus destrui; cum enim non remaneat intactus, & æqualis; nec fiat maior per Th. 14. certè fit minor, igitur detractione aliqua per Ax. 1. l. 2.

Theorema 18.

Singulis instantibus aliquid destruitur impetus impressi; probatur quia cur potiùs vno quam alio? quippe illa ratio, quæ probat de vno, probat de singulis.

Theorema 19.

Hinc necessariò eadem vel æqualis causa destructionis debet esse applicata; probatur, quia æqualis effectus æqualem causam supponit, per Ax. 3. l. 2.

Theorema 20.

Illa causa non est tantùm aër ambiens vt volunt aliqui; quia licèt resistat motui, seu potius mobili, non tamen est ea resistentia, quæ possit impetum tam citò destruere; probatur primò, quia si hoc esset, destrueretur æquali tempore per omnem lineam sursum, quod est contra experientiam, vt dicemus infrà; esset enim eadem causa applicata; igitur idem & æqualis effectus; probatur secundò, quia non destruit aër primum illum gradum impetus naturalis acquisiti, vt constat in motu deorsum, qui tamen est imperfectissimus; igitur non est sufficiens ad destruendum impetum violentum, nisi longo tempore. Tertiò, globus sursùm projectus ascendit, & deinde descendit æquali tempore; igitur saltem singulis instantibus destruitur vnus gradus impetus violenti æqualis primo gradui innato; atqui aër non potest vno instanti destruere impetum æqualem primo innato; alioqui non intenderetur motus naturalis. Quartò, & hæc est ratio à priori, quotiescumque sunt in eodem mobili duo impetus ad oppositas lineas determinati, pugnant pro rata, vt demonstrauimus l. 1. Th. 149. 150. 152. & in toto Schol. & multis aliis passim; atqui conseruatur semper impetus naturalis innatus per Sch. Th. 152. n. 6. l. 1. per Th. 9. & Schol. Th. 14. & Th. 73. l. 2.

Theorema 21.

Illa causa non est entitas corporis mobilis, vel ipsa grauitas, distincta scilicet ab impetu innato si qua est de qua aliàs, probatur, quia non esset potior ratio cur vno instanti destruerentur duo gradus impetus, quàm 3. 4. 5. quippe grauitas exigeret destructionem omnium: præterea omnis impetus destruitur ne sit frustrà per Schol. Th. 152. & Th. 161. l. 1. denique si adest

adeſt contrarius impetus deſtructiuus eo modo, quo explicuimus l. 1. non eſt ponenda alia cauſa deſtructiua.

Theorema 22.

Hinc neceſſe eſt impetum violentum deſtrui ab impetu naturali innato; probatur, quia nulla eſt cauſa extrinſeca deſtructiua ſaltem adæquatè per hT. 20. igitur eſt intrinſeca per Ax. 4. l. 2. ſed intrinſeca vel eſt mobilis entitas, vel grauitas, vel impetus innatus; ſed mobilis entitas non eſt cauſa deſtructiua; nec etiamipſa grauitas per Th. 21. igitur impetus naturalis innatus.

Theorema 23.

Hinc vera ratio cur ſingulis inſtantibus aliquid deſtruatur, quia ſingulis inſtantibus eſt cauſa deſtructiua applicata, igitur ſingulis inſtantibus deſtruit per Ax. 12. l. 1.

Theorema 24.

Hinc etiam ratio cur ſingulis inſtantibus, ſeu æqualibus temporibus æqualiter deſtruatur; quia ſingulis inſtantibus eſt eadem cauſa deſtructiua applicata; igitur ſingulis inſtantibus æqualiter deſtruit per Ax. 3. l. 2. porrò in tantum deſtruit in quantum efficit, vt aliquid ſit fruſtrà, vt fusè dictum eſt lib. 1. vel in quantum exigit eius deſtructionẽ, nam perinde eſt.

Theorema 25.

Hinc etiam petitur ratio, propter quam talis portio impetus violenti deſtruatur vno inſtanti; quia ſcilicet contraria pugnant prorata per Ax. 15. & per Th. 134. l. 1.

Theorema 26.

Hinc illa inuerſa communis dicti, æqualibus temporibus æqualia deſtruuntur velocitatis momenta in motu violento; quippe eadem cauſa eidem ſubjecto applicata æqualibus temporibus æqualem effectum producit per Ax. 3. l. 2. ſed impetus innatus eſt cauſa deſtructiua impetus violenti per Th. 22. igitur æqualibus temporibus, &c.

Theorema 27.

In eadem proportione retardatur motus violentus, in qua naturalis acceleratur: probatur quia ſingulis inſtantibus æqualibus acquiritur æqualis gradus impetus, vt ſæpè dictum eſt ſuprà; atqui ſingulis inſtantibus deſtruitur vnus gradus impetus violenti per Th. 24. ſed ille gradus reſpondet impetui innato per Th. 25. igitur æqualibus temporibus tantùm deſtruitur violenti, quantùm acquiritur naturalis; cum enim primo inſtanti ſit impetus naturalis, & ſecundo tempore æquali acquiratur æqualis, item tertio, quarto, &c. certè cum impetus innatus pugnet cum violento pro rata; nec ſit potior ratio cur maiorem portionem quàm minorem deſtruat, æqualem certè deſtruit, itemque ſecundo inſtanti æqualem, item tertio, quarto; igitur in eadem proportione decreſcit violentus, ſeu retardatur, in qua naturalis acceleratur.

Hinc inuertenda eſt progreſſionis linea; quippe linea A E repræſen-
a *Fig.* 33 *Tab.* 1. tat nobis progreſſionem motus accelerati, quæ fit in inſtantibus, [a] & linea FK progreſſionem motus, quæ fit in partibus temporis ſenſibilibus; in illa primo inſtanti decurritur primum ſpatium A B, ſecundo tempore æquali B C, tertio C D, quarto D E: in hac vero prima parte acquiritur ſpatium F G ſecunda æquali primæ G H, tertia HI, quarta IK; igitur ſi accipiatur linea AE, progrediendo ab A verſus E, vel linea F K progrediendo ab F verſus K habebitur progreſſio motus naturaliter acceletati; ſi verò accipiatur EA, vel K F, progrediendo ſcilicet ab E verſus A, vel à K verſus F, erit progreſſio motus violenti naturaliter retardati; vt conſtat ex præcedentibus Theorematis; & quemadmodum progreſſio accelerationis in inſtantibus finitis fit iuxta ſeriem iſtorum numerorum 1.2. 3.4. in partibus verò temporis ſenſibilibus iuxta ſeriem iſtorum 1.3.5.7. ita fit omninò progreſſio retardationis in inſtantibus iuxta hos numeros 4.3.2.1. in partibus temporis ſenſibilibus iuxta hos 7.5. 3. 1.

Theorema 28.

Motus violentus durat tot inſtantibus ſcilicet æquiualentibus quot ſunt ij gradus impetus quibus violentus ſuperat innatum, v.g. ſit vnus gradus impetus innati; producantur 5. gradus violenti, quorum ſinguli ſint æquales innato etiam æquialeter, motus durabit 4. inſtantibus etiam æquialenter id eſt 4. temporibus, quorum ſingula erunt æqualia primo inſtanti motus naturalis, probatur, cum ſingulis inſtantibus æqualibus deſtruatur vnus gradus; certè 4. inſtantibus durat motus.

Theorema 29.

Si accipiantur ſpatia æqualia in hac progreſſione retardationis, eſt inuerſa illius, quam tribuimus ſuprà accelerationi, aſſumptis ſcilicet ſpatiis æqualibus; tùm ſi accipiantur ſpatia æqualia primo ſpatio quod decurritur primo inſtanti motus naturalis, tùm ſi accipiantur ſpatia æqualia dato ſpatio quod in parte temporis ſenſibili percurritur; quippe quemadmodum in progreſſione accelerationis decreſcunt tempora; ſic in progreſſione retardationis creſcunt, aſſumptis ſcilicet ſpatiis æqualibus; quare ne iam dicta hîc repetam, conſule quæ diximus lib. 2. de hac progreſſione.

Theorema 30.

Hinc inſtantia initio huius motus ſunt minora ſicut initio motus naturalis ſunt maiora; & ſub finem in motu violento ſunt maiora, in naturali ſunt minora; quia ſcilicet hic acceleratur, ille retardatur: igitur velocitas accelerati creſcit; igitur ſi accipiantur ſpatia æqualia, decreſcit tempus; at verò velocitas retardati decreſcit, igitur aſſumptis ſpatiis æqualibus, creſcit tempus; igitur ſi accipiatur ſpatium, quod percurritur primo inſtanti huius motus, & deinde alia huic æqualia; haud dubiè, cum ſecundo inſtanti motus ſit tardior, ſitque aſſumptum æquale ſpatium; haud dubiè inquam inſtans ſecundum erit maius primo, & tertium ſecundo, atque ita deinceps.

Theorema

Theorema 31.

Hinc primo instanti motus violenti destruitur minor gradus impetus quàm secundo, quod demonstro; quia eadem causa breuiore tempore minùs agit per Ax. 3. l. 2. & Ax. 13. l. 1. num. 4. igitur minùs impetus destruitur primo, quàm secundo, & minùs secundo quàm tertio, atque ita deinceps; idem enim dici debet de causa destructiua, quod de productiua.

Dices, igitur idem impetus destruitur primo instanti, quo est, si destruitur primo instanti motus. Respondeo negando; quia primo instanti, quo est impetus, non est motus per Th. 34. l. 1.

Dices, igitur impetus ille est frustrà, quia nullus effectus, seu motus ex eo sequitur; Respondeo negando; nam omnes gradus impetus qui eidem parti mobilis insunt, communi quasi actione, vel exigentiâ indiuisibiliter exigunt motum.

Theorema 32.

Hinc gradus omnes producti in eadem parte subiecti sunt inæquales in perfectione; cum enim singuli singulis instantibus destruantur, vt dictum est; quippe est tantùm vnus gradus impetus innati, & cum singula instantia sint inæqualia, etiam singuli gradus illius impetus sunt inæquales in perfectione.

Theorema 33.

Hinc redditur optima ratio, cur tot producantur potiùs quàm plures, quæ alioquin minimè afferri potest; immò, nisi hoc esset, nulla esset huiusmodi naturalis retardatio; nam producantur, si fieri potest, omnes æquales, sintque v.g. 20. nunquid possunt esse 40. perfectionis subduplæ, vel 10. duplæ, vel 5. quadruplæ &c. cur autem potiùs vnum dices quàm aliud? at verò optimam inde reddo rationem, quòd cum sint omnes inæquales, eò plures sunt, quò maior est nisus; pauciores verò, quò minor.

Theorema 34.

Hinc sunt inæquales in eâdem proportione, in qua instantia sunt inæqualia v. g. quâ proportione primum instans est minus secundo, & secundum tertio, ita ille gradus impetus, qui destruitur primo instanti, est minor vel imperfectior eo, qui destruitur secundo, & qui destruitur secundo imperfectior eo, qui destruitur tertio, atque ita deinceps.

Theorema 35.

Hinc perfectissimus omnium graduum ille est qui destruitur vltimo instanti, de quo infrà; quod sequitur ex dictis necessariò: vtrùm verò ille sit æqualis omninò in perfectione impetui naturali innato, dicemus infrà.

Scholium.

Hîc obseruabis mirabilem sanæ naturæ prouidentiam, quæ motus omnes cum ipso naturali ita composuit, vt sit veluti regula omnium motuum, sitque vnum quasi principium perfectionis totius impetus; tùm in

motu naturali, in cuius progressione producitur semper imperfectior, tùm in violento, in cuius progressione destruitur semper perfectior, producitur imperfectior ab eadem causa in minoribus temporibus, & destruitur perfectior ab eadem causa in maioribus temporibus; & cum impetus innatus sit causa destructiua impetus violenti, habet inæqualem proportionem cum suo effectu pro temporibus inæqualibus; & cum idem impetus innatus sit quasi principium crementi, vel accelerationis, sicut est principium retardationis; certè pro inæqualitate temporum est diuersa proportio crementorum; quo nihil clarius in hac materia meo iudicio dici potest.

Theorema 36.

Hinc finis motus naturalis omninò conuenit cum principio motus violenti; & finis huius cum principio illius; quæcumque tandem progressio accipiatur; siue temporum æqualium in spatiis inæqualibus; siue spatiorum æqualium in temporibus inæqualibus; siue assumantur instantia in progressione arithmetica simplici iuxta hos numeros 1.2.3.4. siue assumantur temporis partes sensibiles in progressione Galilei iuxta hos numeros 1.3.5.7. quæ omnia ex dictis necessariò consequuntur.

Theorema 37.

Nec modò conuenit principium vnius cum alterius fine, & vicissim, sed etiam aliæ partes motus in distantiis æqualibus [a] sit enim linea A G, quam percurrit mobile demissum ex puncto A deorsum motu naturaliter accelerato, & moueatur per 6. instantia, seu 6. tempora æqualia: Primo instanti, quo percurtit spatium A B; haud dubiè, quando perueuit ad punctum G, habet 7. gradus impetus æquales, quia ante motum AB habebat innatum; sed in motu illo fluunt 6. tempora æqualia, vt dictum est; igitur 6. acquirit gradus impetus, quorum quidem vltimò acquisitus nullum adhuc habuit motum; sed haud dubiè haberet, si vlteriùs hic motus propagaretur: his positis imprimantur mobili in O 7. gradus impetus æquales prioribus sursùm motu violento, per lineam OH; certè primo instanti motus, seu tempore æquali prioribus percurret O N, id est 6. spatiola; quia licèt sint 7. gradus; attamen impetus innatus corporis grauis detrahit vnum spatium, simulque destruit vnum gradum, secundo tempore percurret N M 5. tertio M L 4. quarto L K 3. quinto K I 2. sexto I H 1. igitur primum violenti O N respondet vltimo naturali F G seu secundum illius quinto huius, tertium illius quarto huius, quartum tertio, quintum secundo sextum primo, & vicissim; idem prorsus in progressione Galilei accidit, assumptis scilicet partibus temporis sensibilibus.

[a] *Fig. 34. t. 1.*

Theorema 38.

Hinc ad eam altitudinem ascendit motu violento cum iis gradibus impetus, quos habuit ab eadem altitudine decidens motu naturali; constat ex dictis.

Theorema

Theorema 39.

Hinc ſi motus violentus, & naturalis durent æqualibus temporibus, ſpatia vtriuſque erunt æqualia; conſtat etiam ex dictis v. g. corpus graue, motu naturali in libero aëre tempore duorum ſecundorum percurrit 48. pedes, igitur ſi moueatur ſurſum æquali tempore percurret 48. pedes per ſe, dico per ſe; quippe ratione figuræ corporis ſecus accidere poteſt, vt plurimùm etiam accedit ratione motus mixti ex motu centri recto, & motu orbis circulari, de quo infrà.

Theorema 40.

Hinc, vt ſpatia vtroque motu diuerſa ſunt æqualia, ita tempora quibus decurruntur ſunt æqualia, & impetus acquiſitus in fine naturalis cum innato eſt æqualis impetui producta in principio violenti.

Theorema 41.

Hinc tandiu durat deſcenſus mobilis proiecti ſurſùm motu violento, quandiu durat eiuſdem aſcenſus, & tot habet gradus impetus in fine deſcenſus, quot habet in principio aſcenſus; eſt enim æquale ſpatium; igitur æquale tempus; igitur æqualis vtrobique impetus. Sed hîc duo obiici poſſunt, primò ſagittam per lineam verticalem vibratam poſuiſſe tantùm in aſcenſu 3. ſecunda, in deſcenſu verò 5. vt ſæpiùs obſeruatum eſt, teſte Merſenno; ſecundò, ſi eodem tempore corpus graue ſurſùm proiectum motu violento aſcenderet, quo deinde deſcendit, in fine deſcenſus æqualis eſſet ictus, ſeu percuſſio vtriuſque; cum tamen illa ſit maior, quæ infligitur motu violento, vt conſtat multis experimentis.

Reſpondeo ad primum etiam teſte Merſenno globum ferreum trium aut 4. librarum ſurſum explosum è breuiore tormento ſed latiore, æquale tempus in aſcenſu, & in deſcenſu inſumpſiſſe; quod reuerâ ſecùs accidit ſagittæ, cuius differentia aſcenſus, & deſcenſus ſenſu etiam percipi poteſt; tùm quia lignea materia multò leuior eſt ferro, tùm quia leuiſſimæ illæ pennæ, quibus inſtruitur, motum retardant in deſcenſu; quod maximè confirmatur ex eo quod pluma facilè anhelitu ſurſum pellatur ſatis veloci motu, quæ deinde tardiſſimo ſua ſponte deſcendit: præterea mucro ferreus, quo ſagitta armatur, ſemper præire debet, cuius rei rationem afferemus infrà; igitur cum in aſcenſu præeat, vt præeat in deſcenſu, altera extremitas ſemicirculum ſuo motu facere debet, qui certè ad naturalem motum pertinet, alteta tamen extremitas, quæ mouetur momotu contrario alterius motum retardat; ad ſecundam obiectionem reſpondebo Th. 44.

Theorema 42.

Si motus violentus eſſet æquabilis, ſpatium eſſet ferè duplum illius, quod percurritur motu naturaliter retardato, aſſumptis ſcilicet tẽporibus æqualibus; cum enim motu æquabili compoſito ex ſubdupla velocitate maximæ, & minimæ motus accelerati æquali tempore percurratur æquale ſpatium, ſubduplum minimæ pro nihilo ferè habetur; igitur poteſt tantùm aſſi-

mi

mi ſubduplum maximæ;igitur velocitas motus ſit æqualis maximæ,haud dubiè ſpatium duplum percurretur.

Theorema 43.

Hinc benè à naturâ inſtitutum fuit impetum naturalem innatum ſemper conſeruari;alioqui violentus eſſet æquabilis, igitur nunquam deſineret: quantum abſurdum!quale incommodum &c.

Theorema 44.

Eadem eſt ratio ſeu proportio ictuum, & percuſſionum, quæ integrorum ſpatiorum quæ ſcilicet toto motu percurruntur in aſcenſu & deſcenſu, v. g. corpus graue cadens ex data altitudine 48 pedum æqualem ictum infligit in fine deſcenſus, & in principio aſcenſus, quo ſcilicet ad eamdem altitudinem aſcenderet; probatur, quia æqualis acquiritur impetus in deſcenſu alteri,qui deſtruitur in aſcenſu, aſſumptis dumtaxat ſpatiis illis æqualibus;igitur æqualis eſt in fine deſcenſus, in quo eſt totus acquiſitus,atque in principio aſcenſus, in quo nullus eſt deſtructus:ad id verò, quod dicebatur ſuprà de ſagitta, cuius ictus maior eſt initio aſcenſus, quàm in fine deſcenſus non diffiteor; quia materia ſagittæ, tùm lignea tùm plumea motum ſatis ſuperque retardat, vt differentia ictuum ſenſu ipſo percipi poſſit; quæ tamen nulla perciperetur in aſcenſu deſcenſuque globi ferrei.

Theorema 45.

Hinc reiicies Galileum,& alios eius ſectatores qui volunt impetum corpori impreſſum deſtrui tantùm ab aëre; quod pluſquàm falſum eſſe compertum eſt, vt demonſtrauimus ſuprà Th. 20. quaſi verò non adſit aliqua cauſa neceſſaria deſtructiua,ſcilicet impetus innatus; hinc etiam eumdem reiicies,qui vult numquam fieri poſſe,vt motu naturaliter accelerato tanta acquiratur velocitas,quanta imprimitur in motu violento;vult enim motum acceleratum tranſire in æquabilem, cuius contrarium demonſtrauimus ſuprà Th. 131. l. 2. igitur cum creſcat ſemper velocitas, nullus eſt finitus gradus,quem tandem non aſſequatur; immò vt dictum eſt in præcedenti Th. aſſumptis æqualibus ſpatiis, impetus, qui eſt in principio aſcenſus, æqualis eſt cum eo,qui eſt in fine deſcenſus.

Diceret fortè aliquis cadentem globum ex altiſſimæ turris apice declinare à perpendiculari antequam terram feriat, vt conſtat ex multis experimentis;igitur præualet tandem reſiſtentia aëris: ſed reſpondeo id tantùm accidere propter currentem illac aëris tractum; alioquin non eſſet potiùs ratio,cur in vnam partem declinaret, quàm in aliam.

Theorema 46.

Non eſt eadem ratio ictuum, ſeu percuſſionum, quæ eſt ſegmentorum integri ſpatij; v.g. in ſubduplo ſpatij ſegmento non eſt ſubduplus ictus, ſit
a Fig. 34. T. 1. a enim ſpatium integrum motus violenti O H, & principium motus ſit in O,finis in H;accipiatur ſegmentum OM,quod eſt quaſi ſubduplum O H,ictus in M non eſt profectò ſubduplus ictus in O,ſed tantùm in L, vt conſtat

constat ex dictis; igitur rationes ictuum non sunt, vt rationes segmentorum integri spatij.

Theorema 47.

Vt in praxi determinentur rationes ictuum; assumatur progressio Galilei [a] in A F, ita vt si prima parte temporis sensibili percurratur spatium F E 9 partium æqualium; secunda percurratur E D. 7. partium, tertia D C 5. quarta C B 3; quinta B A 1. hoc posito facilè erit determinare rationes ictuum; nam in descensu ictus sunt vt velocitates, & hæ vt tempora; igitur si A B percurritur in dato tempore, & A C in duobus prioribus æqualibus; certè ictus in descensu A C est duplus ictus in descensu A B; in A D triplus, &c. Igitur in ascensu ictus in F erit quintuplus, ictus in E quadruplus in D triplus, &c. igitur ictus sunt in ratione duplicata spatiorum facto spatij initio à summo puncto A. [a] *Fig.* 37 *Tab.* 1.

Theorema 48.

Hinc cognitis viribus, quibus corpus graue proijcitur ad datam altitudinem, cognosci possunt vires, quibus ad aliam quamcumque proijciatur; v. g. proiiciatur corpus graue ad altitudinem 48. pedum; vires sunt iis æquales, quas acquirit in descensu eiusdem altitudinis 48. pedum; sit alia distantia 100. pedum; haud dubiè vires necessariæ ad motum hunc violentum sunt æquales iis, quas acquireret in descensu 100. pedum per Th. 40. atqui ita se habent vires acquisitæ in descensu 48. pedum ad vires acquisitas in descensu 100. vt v.g. 48. ad v.g. 100. id est ferè vt 7. ad 10.

Theorema 49.

Cognitis etiam spatiis cognoscetur tempus; sit enim decursum idem spatium 48. pedum motu violento sursum; idque v. g. tempore 2. secundorum, quod ferè cum experientia consentit; sit aliud spatium 100. tempus primi motus est ad tempus secundi vt v. g. 48. ad v. g. 100. quia spatia sunt vt quadrata temporum; igitur tempora vt radices 4. hinc vires sunt in ratione temporum; quia vt temporibus æqualibus acquiruntur æqualia velocitatis momenta in motu naturali, ita & destruuntur æqualia in motu violento, quæ omnia constant; igitur ictus sunt vt vires, vires vt tempora, tempora denique, vt radices q. spatiorum.

Theorema 150.

In vltimo contactu motus violenti nullus est ictus, v. g. mobile projectum sursum [b] *per lineam* F A *nullam percussionem infligeret in* A; probatur quia non tendit vlteriùs; igitur non impeditur eius motus à superficie corporis terminati ad punctum A; igitur nullum impetum in eo producit, qui tantùm producitur ad tollendum impedimentum per Th. 44. l. 1. igitur nullum ictum infligit, qui tantùm infligitur per impetum, vt constat. [b] *Fig.* 37 *Tab.* 1.

Theorema 51.

Ex his satis facilè comparari possunt rationes percussionis, quæ infliguntur

tùm ex casu corporis grauis cadentis, tùm ex vi mallei impacti, tùm ex impetu corporis projecti, tùm ex grauitatione corporis grauis incumbentis, quæ omnia hîc fusiùs essent tractanda, nisi locum proprium infrà sibi vendicarent.

Theorema 52.

Ad motum violentum non concurrit impetus innatus, probatur, quia impetus, ad lineas oppositas ex diametro determinati ad communem lineam determinari non possunt, cur enim potiùs dextrorsum quam sinistrorsum? igitur non concurrunt ad communem motum, nisi dicatur impetus innatus vel eo nomine concurrere ad violentum, quod eius lineam singulis temporibus quasi castiget, vltróque, vel vlteriùs currentem contineat.

Theorema 53.

Hinc ad motum violentum impetus ab exteriore potentiæ mobili impressus tantum concurrit; patet, cum enim in mobili projecto sursum sit tantùm ille impetus præter innatum, nec innatus concurrat per Th. 52. illum tantùm concurrere necesse est: excipe semper impetum acquisitum, de quo iam suprà.

Theorema 54.

Primo instanti quo producitur impetus ille à potentia motrice in mobili, mediante scilicet impetu producto in organo proprio, non est motus; probatur, quia primo instanti, quo est impetus, non est motus, per Th. 34. l. 1.

Theorema 55.

Impetus productus in manu producit impetum in organo vel in mobili primo instanti, quo est; probatur, quia secundo instanti exigit motum sui subjecti; igitur tolli etiam impedimentum; igitur per motum medij; igitur priori instanti in eodem mobili debet esse impetus; igitur produci ab impetu organi; igitur & in organo ab impetu manus.

Theorema 56.

Primo instanti, quo producitur impetus in motu violento, nullus eius gradus destruitur; probatur, quia alioquin simul eodem instanti, quo esse inciperet, esse desineret, quod dici non potest.

Theorema 57.

Impetus innatus impedit ne producatur tantus impetus in motu violento; probatur, quia certè tàm impedit primam productionem, quàm conseruationem, vt patet; est enim par vtrobique ratio; præterea agit in ipsam manum.

Theorema 58.

Impetus violentus producitur minor, quàm produceretur vno duntaxat gradu æquali ipsi impetui innato; quippe sicut destruit singulis instantibus æqualibus vnum gradum; quia pugnat pro rata; ita prorsus impedit, ne

producatur

producatur vnus gradus sibi æqualis primo instanti ; cur enim duo potiùs, quàm tres?

Theorema 59.

Secundo statim instanti destruit alterum gradum : quippe est causa necessaria ; igitur statim primo instanti exigit destructionem ; non certè pro primo instanti per Th. 56. igitur pro secundo, atque ita pro aliis deinceps ; destruitur autem, ne sit frustrà eo modo, quo diximus suprà.

Theorema 60.

Hinc optima ratio illius instituti naturæ, quo factum est, vt impetus innatus numquam destruatur ; ne si aliquando destrueretur, nulla esset causa destructiua impetus violenti; ac proinde æquabilis esset, semperque duraret, destructiua inquam suo modo.

Theorema 61.

Hinc corpus quod non grauitat, facilè proijcitur, vel impellitur : sic nauis aquis innatans, nubes in aëre libratæ ; halitus, atque adeo ipsæ partes aquæ, quas perexiguus lapillus in orbes penè innumeros agit, ne quid dicam de partibus aëris, quæ tam citò & procul mouentur, vt constat in sono, motu scilicet ferè æquabili.

Theorema 62.

Hinc etiam è contrario corpus grauius difficiliùs sursum proijcitur : tùm quia plures partes impetus sunt producendæ in subjecto grauiore quod pluribus partibus constat, tùm impetus innatus maior est, non quidem in intensione sed in extensione, ac proinde impedit ne plures gradus producantur ; quippe maius impedimentum plus impedit, quis hoc neget?

Theorema 63.

Omnes partes impetus productæ in mobili primo instanti concurrunt ad motum secundi instantis ; probatur, quia alioqui aliqua esset frustrà, quod dici non debet.

Theorema 64.

Concurrunt omnes illæ, quæ insunt eidem parti seu puncto mobilis communi quasi actione vel exigentia ; patet ex dictis de impetu, quia concurrunt ad velocitatem, quæ est indiuisibilis actu.

Theorema 65.

Non ponitur tamen totus motus secundo instanti, quem exigunt primo; quia impetus innatus aliquid detrahit, cum exigat motum deorsum per lineam oppositam, igitur imminuitur motus pro rata.

Theorema 66.

Hinc ille gradus motus qui non ponitur secundo instanti respondet gradui impetus qui destruitur ; cum vterque habeat eamdem mensuram, scilicet impetum innatum.

Theorema 67.

Hinc effectus potest esse eo instanti quo non existit eius causa partialis; v.g. motus qui ponitur secundo instanti non minùs exigitur ab eo gradu impetus qui destruitur secundò instanti, quàm ab aliis, non exigitur quidem secundo sed primo pro secundo; vnde dixi causam partialem, quia etiam exigitur ab aliis gradibus impetus, qui non destruuntur exigentiâ communi; quippe impetus non exigit nisi pro secundo instanti; nec vllum absurdum est eo instanti causam exigentiæ non existere cum ponitur eius effectus, scilicèt id quod exigebat priori instanti quo erat; nullus est enim influxus huius causæ; præsertim cum non sit causa totalis.

Vnde cum effectus qui ponitur secundo instanti non respondeat perfectioni causæ totius propter impedimentum, aliquis gradus causæ esset frustrà; igitur eodem instanti secundo destrui debet, alioqui nisi destrueretur singulis instantibus poneretur effectus non respondens perfectioni causæ; immò numquam destrueretur totus motus violentus, vt constat; itaque primo instanti omnes gradus impetus qui sunt exigunt motum pro secundo ne aliquis eo instanti sit frustrà si non exigeret, & secundo instanti aliquis gradus impetus destruitur, ne sit frustrà eodem instanti secundo, cum scilicet non sint tot gradus motus, quot sunt gradus impetus; atque ita deinceps tertio instanti destruitur vnus gradus, vt iam suprà dictum est.

Theorema 68.

Ideo destruitur potius vnus gradus impetus quàm alius secundo instanti, tertioque, &c. quia talis est perfectionis; hoc iam suprà explicatum est; quia cum motus initio sit velocior, instantia sunt minora, igitur minùs impetus in singulis destruitur, patet ex dictis.

Theorema 69.

Ille gradus impetus qui destruitur secundo instanti non concurrit ad motum tertij instantis; quia non potest concurrere ad motum nisi exigendo; atqui exigere tantùm potest, quando est; quod enim non est non exigit, sed motus tertij instantis exigitur secundo; sic enim tota res motus procedit vt impetus primo instanti exigat motum pro secundo; & secundo pro tertio; & tertio pro quarto, atque ita deinceps; igitur impetus ille qui destruitur; secundo instanti non exigit motum pro tertio, & qui destruitur tertio non exigit pro quarto, atque ita deinceps.

Theorema 70.

Hinc impetus innatus non concurrit ad motum violentum, vt dictum est, sed tantùm impedit, immediatè quidem, quia cum exigat motum deorsùm, facit vt non sit tantus motus sursum; mediatè verò, quia cum non sit tantus motus sursùm, quantus esset, haud dubiè non respondet adæquatè causæ; igitur aliquid causæ frustrà est; igitur destrui debet; hinc

destruitur

deſtruitur etiam hic impetus per principium commune, ne aliquid ſit fruſtrà.

Theorema 71.

Linea motus ſurſum determinatur à potentia motrice; probatur, quia hæc determinat impetum productum in manu vel in organo; hic verò impetum, quem producit in mobili ſursùm projecto; patet, quia nulla eſt alia cauſa applicata.

Theorema 72.

Tandem duo impetus violentus, ſcilicet, & innatus ad æqualitatem peruenirent, ſi vel vnus gradus violenti eſſet æqualis perfectionis cum innato; cum enim detrahatur ſemper pars aliquota alicuius totius, tandem peruenitur ad vltimam; igitur ſint 100. gradus impetus violenti, quorum quilibet ſit æqualis impetui innato; certè cum temporibus æqualibus æqualis gradus impetus deſtruatur; accipiatur illud tempus, in quo deſtruitur vnus, haud dubiè 100. æqualibus temporibus deſtruentur omnes 100. igitur 99. inſtantibus deſtruentur 99. gradus; igitur ſupereſt vnus; igitur duo illi impetus perueniunt tandem ad æqualitatem.

Theorema 73.

Vbi vterque peruenisſet ad æqualitatem, non eſſet potior ratio cur mobile moueretur ſurſum quàm deorſum inſtanti ſequenti; probatur, quia tàm gradus impetus innati exigit motum deorſum quàm gradus impetus violenti ſursùm; igitur neuter habebit motum per Th. 133. l. 1.

Theorema 74.

Hinc ipſo inſtanti, quo eſſet æqualitas, eſſet adhuc motus; quia inſtanti immediatè antecedenti erant duo gradus impetus violenti, & vnus innati; igitur duo illi præualent pro inſtanti ſequenti, in quo eſt æqualitas.

Theorema 75.

Itaque quieſceret mobile ipſo ſtatim inſtanti, quod inſtanti æqualitatis ſuccedit; patet, quia neuter impetus pro illo inſtanti præualere poſſet per Th. 73.

Theorema 76.

Igitur inſtanti quietis nullus eſſet amplius impetus violantus; cum enim ſingulis inſtantibus deſtruatur vnus gradus, v. g. inſtanti illo, quod ſequitur poſt inſtans æqualitatis, deſtruitur ille gradus, qui ſupereſt; nec poteſt vel plùs, vel minùs deſtrui; pugnant enim pro rata; quod certè cuiquam fortè paradoxon videbitur, ſcilicet nullum tunc eſſe motum propter pugnam, cum tamen nulla eſt amplius pugna.

Theorema 77.

Quies illa duraret tantùm vno inſtanti, probatur, quia cum inſtanti quietis ſit tantùm impetus innatus per Th. 76. certè non impeditur quominus habeat motum pro inſtanti ſequenti, quem reuerâ exigit; igitur pro

instanti sequenti moueritur; sed pro alio antecedente mouebatur; igitur quies illa durat tantùm vno instanti.

Theorema 78.

Quies illa non fit propter aliquam reflexionem, vt aliqui dicunt; quia nulla prorsus est reflexio, vbi nullum est reflectens; atqui nullum est reflectens, vt patet, quia nullum est corpus impediens motus propagationem; licèt enim medium impediat, non tamen per modum reflectentis propriè; immo vt dicemus infrà in puncto reflexionis nulla datur quies; sed motus reflexus sibi vendicat librum singularem.

Theorema 79.

Hinc siue præcefferit motus violentus, siue non, corpus graue eodem vel æquali motu deorsum cadit, quia nullus amplius remanet impetus violentus in fine motus violenti, per Th. 76. igitur solus impetus naturalis libero motu deorsùm fertur.

Theorema 80.

Hinc reiicies aliquos apud Galileum, qui volunt ideo motum naturalem accelerari, quia sensim destruitur impetus violentus antè impressus, quod penitus ridiculum est; quia lapis decisus è rupe etiam motu naturaliter accelerato deorsum cadit, licèt eò nunquam motu violento euectus fuerit.

Obseruabis hanc hypothesim gradus impetus violenti æqualis perfectionis cum innato esse falsam. Primò, quia commodius est potentiæ motrici producere imperfectiorem impetum, sic enim plures illius gradus producere potest. Secundò, quia in reflexo sursum vltimus gradus qui destruitur est imperfectior innato, est enim acquisitus; igitur in omni alio motu sursùm. Tertiò, quia violentus est cum innato in eadem subiecti parte; sed idem subiectum formas homogeneas non patitur, de quò aliàs, hinc dicendum superest non quiescere mobile in fine motus

Theorema 81.

Corpus quod non grauitat proiicitur sursum motu æquabili per se; patet, quia nihil est quod destruat ipsum impetum; igitur semper moueretur, nisi per accideens ab ipso medio eius motus retardaretur; vnde dixi *per se*, cum ratione medij retardetur; immò quò leuius est, faciliùs à medio retinetur, vide Th. 61.

Theorema 82.

Non crescit impetus naturalis in motu violento sursum; probatur primò, quia impetus naturalis aduentitius supponit motum deorsum, ad cuius intensionem à natura fuit institutus per resp. ad quartam obiect. in dissert. l. 2. adde quod tardiùs ascenderet, quàm descenderet; deinde velociùs descenderet postmotum violentum corpus graue, quàm si nullo motu violento præuio demitteretur deorsum, quæ omnia experimentis

etiam

etiã vulgaribus repugnant; immò & cunctis ferè præmissis Theorematis.

Theorema 83.

Motus violentus non tendit ad quietem per omnes tarditatis gradus, vt passim asserit Galileus; Primò, quia non sunt infinita instantia, sed retardatur tantùm singulis instantibus; Secundò in medio densiore minùs durat; igitur non transit per tot gradus tarditatis ; præterea in plano inclinato sursum în minore proportione retardatur motus, quod etiam in plano horizontali certissimum est ; quorum omnium rationes suo loco videbimus.

Nec est quod aliqui dicant infinito tribui non posse hæc prædicata æqualitatis vel inæqualitatis, quod falsum est, loquamur de infinito actu; si enim esset numerus infinitus hominum , nunquid verum esset dicere numerum oculorum esse maiorem numero hominum; nec est quod aliqui confugiant ad disiunctiones ; nos rem istam suo loco fusè tractabimus & demonstrabimus, ni fallor, cum Aristotele , fieri non pòsse vt sit aliquod creatum infinitum actu; licèt vltrò concedamus plura esse infinita potentiâ; & verò certum est infinito potentiâ non inesse huiusmodi prædicata æqualitatis, vel inæqualitatis.

Theorema 84.

Immò si transiret mobile sursùm proiectum per omnes tarditatis gradus, nunquam profectò descenderat ; quia cum singulis instantibus singuli gradus respondeant, & duo instantia simul esse non possint; nunquam certè verum esset dicere fluxisse infinita ; igitur nec mobile per infinitos tarditatis gradus ad quietem peruenisse; hoc Theorema supponit esse tantùm finita instantia.

Theorema 85.

Resistentia aëris est maior initio, quàm in fine motus violenti, vt constat ex dictis , quia initio motus est velocior , igitur plures partes aëris æquali tempore resistunt; in fine verò è contrario.

Theorema 86.

Hinc oppositа est omninò ratio resistentiæ, quæ sequitur ex motu violento illi, quæ cum naturali est coniuncta, hæc enim initio minor, in fine maior , illa verò initio maior, & in fine minor ; hinc prima crescit cum suo motu, secunda cum suo decrescit.

Theorema 87.

Decrescit igitur impetus eadem proportione, qua decrescit resistentia; vt patet ex dictis; igitur in toto motu eadem est resistentiæ proportio.

Theorema 88.

Variæ sunt potentiæ motrices, à quibus mobile sursum proiici potest motu violento, v.g. potentia motrix animantium, potentia motrix grauium mobili scilicet sursum repercusso ; potentia motrix , quæ sequitur ex compressione & rarefactione corporum, sed de his omnibus aliàs.

Scholium.

Scholium.

Obseruabis primò si aliquando accidat, vt aliqui volunt ictum, qui statim initio motus violenti infligitur, non esse maximum, sed minorem eo, qui post aliquod confectum spatium infligitur; quod probant in pila ex fistula ænea sursum emissa, quæ moiorē ictum infligit in data distantia, quod sanè si verum est, hæc vnica est, seu ratio, seu causa, quòd scilicet sursum pila pellatur ab igne, qui ab ore fistulæ erumpens per aliquod spatium à tergo vrget; igni enim innatum est sursum euolare.

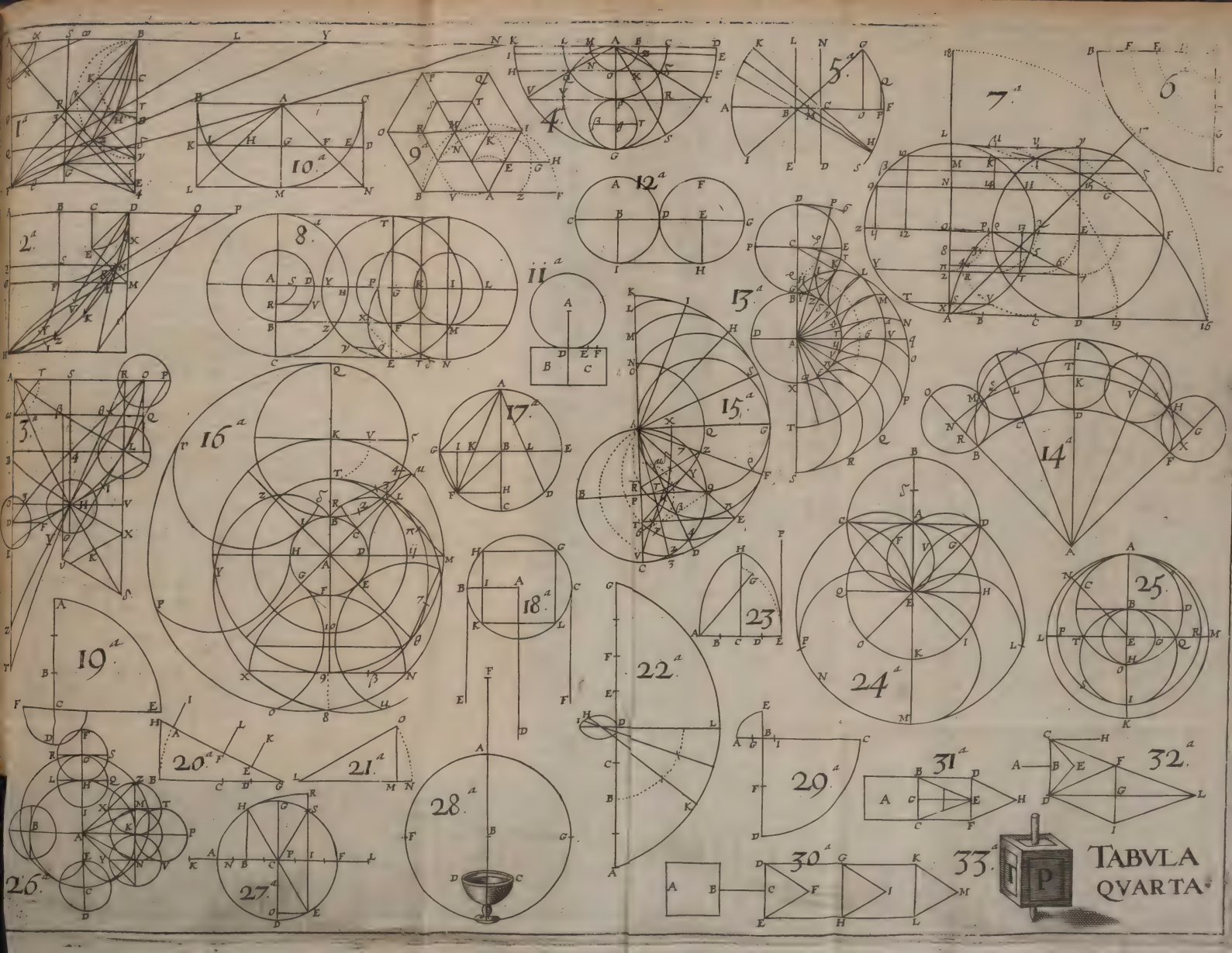
Obseruabis secundò, vix posse manu mobile sursum rectà proiici, quia scilicet manus extremitas motu mixto mouetur ex duobus vel pluribus circularibus, de quo infrà.

Obserua tertiò, non tantùm propter grauitationem conseruari impetum naturalem innatum, sed etiam vt motui violento resistat; at verò non resisteret, nisi grauitaret.

Obserua quartò, reciprocas rationes motus naturalis & violenti; in quibus mirabile prorsus fuit naturæ institutum, cum idem in vtroque illarum sit principium.

Obserua quintò, finem motus violenti esse multiplicem, nullum tamen à natura institutum; quippe potentia motrix, quæ agit ex appetitu elicito, (vt vulgò aiunt,) seu cum cognitione, finem sibi proponit ad libitùm; illa verò quæ vi compressionis excitatur per accidens sursum agit mobile potiùs, quàm per aliam lineam; repercussa sursùm videntur esse magis iuxta institutum naturæ.

LIBER


1.ª
2.ª
3.ª
4.
5.ª
6
7.ª
8.
9.ª
10.ª
11.ª
12.ª
13.ª
14.ª
15.ª
16.ª
17.ª
18.ª
19.ª
20.ª
21.ª
22.ª
23
24.ª
25.
26.ª
27.ª
28.ª
29.ª
30.ª
31.ª
32.ª
33.ª
TABVLA QVARTA.

LIBER QVARTVS,

DE MOTV MIXTO EX duobus, vel pluribus rectis.

MOTVM mixtum eum esse non dico, qui ex pluribus aliis motibus componatur; seu misceatur; nec enim plures motus simul esse possunt in eodem mobili; cùm tantùm esse possit vno dumtaxat instanti vnica migratio ex loco in locum; nec plura loca naturali virtute simul acquiri possunt; Igitur nec simul esse duo motus; Itaquè motus mixtus simplex est, si consideretur ratio, & linea motus; mixtus verò dicitur, quod ex pluribus resultet, qui reuerâ non sunt, sed cùm esse possint, quasi confluunt in tertium motum communi sumptu quasi de vtroque participantem, quod totum fit propter diuersos impetus, vel eumdem ad diuersas lineas determinatum, vt fusè explicabimus infrà: Porrò in hoc Libro explicamus tantùm motum mixtum, qui resultat ex pluribus rectis, vt titulus ipse præfert.

DEFINITIO I.

Motus mixtus est, qui sequitur ex multiplici impetu ad eamdem, vel diuersas lineas determinato, vel eodem ad diuersas; hæc definitio clara est; obseruabis tantùm ad motum mixtum sufficere duplicem impe-

tum ad eamdem lineam determinatam, deorsum, v.g. in mobili proiecto; nec enim est motus purè naturalis, nec etiam violentus, vt constat; igitur mixtus.

Hypothesis 1.

Cum proiicitur corpus per lineam horizontalem, vel inclinatum sursum, vel deorsum mobile percurrit lineam curuam; quod etiam pueri sciunt, qui disco ludunt.

Hypothesis 2.

Globus etiam plumbeus è summo malo malo mobilis nauis demissus per lineam perpendicularem deorsum minimè cadit, sed per curuam inclinatam: hæc hypothesis mille saltem nititur experimentis; modò sufficiat quod sit; nam propter quid sit, demonstrabo.

Hypothesis 3.

Proiectum per horizontalem sub finem motus minùs ferit quàm initio, imò & proiectum per inclinatam deorsum; hæc hypothesis centies probata fuit; nec in dubium reuocari potest.

Axioma 1.

Omnis impetus qui mobili inest dum ipsum mouetur, præstat aliquid ad motum; vel enim retardat, vt impetus innatus retardat violentum, vt suprà diximus; vel ad motum vnà cum alio, vel solus concurrit. Ax. 2.

Axioma 2.

Ille impetus qui alium retardat, haud dubiè retardat tantùm pro rata; hoc etiam suprà demonstrauimus, & qui destruitur, destruitur quoque pro rata, ne sit frustrà qui destruitur.

Axioma 3.

Ille impetus qui cum alio ad eumdem motum concurrit, concurrit etiam pro rata; hoc etiam suprà demonstratum est, est enim causa necessaria, igitur quantum potest concurrit, igitur pro rata suæ virtutis.

Axioma 4.

Licèt sint plures impetus in eodem mobili, non sunt tamen plures simul lineæ motus; ne mobile sit simul in pluribus locis.

Postulatum 1.

Liceat assumere quamlibet coniugationem motuum, v. g. vel duorum æquabilium, vel alterius æquabilis, & alterius retardati, vel alterius æquabilis, & alterius accelerati, vel alterius retardati, & alterius accelerati, &c.

Postulatum 2.

Illa linea vocetur curua quæ constat infinitis prope lateribus polygoni.

Theorema 1.

a *Figr.* 13. t. 1. *Motus mixtus ex duobus æquabilibus æqualibus est rectus*; sit enim a mobile

bile in A, sitque impetus per AB, & alter æqualis per AD, motus mixtus fiet per A E, assumpta scilicet D E æquali, & parallela AB, quod probatur per Th. 137. l. 1.

Theorema 2.

Linea AE est diagonalis quadrati, quotiescumque vterque impetus est æqualis, & lineæ determinationum decussantur ad angulos rectos; probatur per idem Th. 137.

Theorema 3.

Hinc destruitur aliquid impetus; alioquin motus esset duplus cuiuslibet seorsim sumpti, quod falsum est; nam motus sunt vt lineæ, sed diagonalis quadrati non est dupla lateris; hoc etiam probatur per Th. 141. & 142. l. 1.

Theorema 4.

Motus mixtus ex duobus æquabilibus inæqualibus est etiam rectus; sit enim mobile in A eadem figura sitque impetus per AC, & alter subduplus prioris per AD, motus fiet per AF ducta DF æquali, & parallela AC, quod probatur per Th. 137. l. 1.

Theorema 5.

Linea AF est diagonalis rectanguli, quotiescunque lineæ determinationum decussantur ad angulos rectos; probatur per idem Th. 137.

Theorema 6.

Hinc destruitur aliquid impetus per Th. 141. *&* 142. *l.* 1. idque pro ratione aliquid sit frustrà per Ax. 2. & sæpè iam probatum est.

Theorema 7.

Hinc determinari potest portio vtriusque impetus destructi, v. g. si sint æquales, portio detracta vtrique æqualibus temporibus est differentia diagonalis & compositæ ex D A, A B, quod clarum est; si verò impetus sint inæquales, portio destructa erit semper differentia diagonalis, v. g. A F & compositæ ex A C. AD.

Theorema 8.

Aliquando impetus qui remanet in motu mixto est rationalis; id est habet proportionem ad vtrumque, quæ appellari potest, aliquando ad neutrum, aliquãdo ad alterutrum, ad vtrumque v. g. si alter impetuum sit 8. alter 6. haud dubiè linea motus mixti erit 10. ad neutrum vt in diagonali quadrati, & in multis aliis; ad alterum denique v. g. si alter sit subduplus lateris æquilateri; alter verò eiusdem perpendicularis; nam diagonalis, seu linea motus mixti erit latus ipsum æquilateri.

Theorema 9.

Si lineæ determinationum decussentur ad angulum obtusum, sintque æquales impetus, linea motus mixti erit diagonalis Rhombi; vt patet per Th. 140. l. 1. potest autem hæc diagonalis esse vel æqualis alteri laterum, vel ma-

ior,vel minor;est æqualis, quando angulus maior Rhombi est 120. est minor cùm angulus minor est 60. denique est maior, cùm maior angulus est minor 120, quæ omnia constant ex Geometria.

Theorema 10.

Si lineæ determinationum decussentur ad angulum acutum, & sint æquales impetus, linea motus mixti erit diagonalis Rhombi; quæ certè eò longior erit, quò angulus erit acutior per Th. 139. l. 1. porrò est semper maior lateribus seorsim sumptis.

Scholium.

Observa in Rhombo esse duas diagonales inæquales, vt constat; igitur cùm lineæ determinationum decussantur ad angulum obtusum, linea motus mixti semper est diagonalis minor; cùm verò decussantur ad angulum acutum, semper est diagonalis maior.

Corollarium 1.

Hinc quò acutior est angulus diagonalis accedit propiùs ad duplum lateris, donec tandem vtraque linea coëat; tunc enim linea motus est dupla lateris.

Corollarium 2.

Hinc quoque quò angulus est obtusior diagonalis accedit propiùs ad nullam, vt sic loquar, donec tandem vtraque linea concurrat in rectam, tunc enim nulla est diagonalis; igitur nulla linea motus.

Theorema 11.

Cùm alter impetuum est maior, linea motus est diagonalis Rhomboidis, minor quidem si lineæ decussentur ad angulum obtusum; maior verò si decussentur ad angulum acutum; vt patet ex dictis.

Theorema 12.

Cum alter impetus in motu mixto est maior, linea motus mixti accedit propiùs ad lineam maioris; hoc est facit angulum acutiorem cum illa; v.g. in eadem figura sit linea impetus maioris AC, & minoris AD, linea motus mixti est diagonalis AF, quæ accedit propiùs ad AC, quàm ad AD, id est facit angulum acutiorem cum AC, vt patet ex dictis.

Theorema 13.

Cum verò impetus sunt æquales, linea motus mixti facit angulum æqualem cum linea vtriusque; vt A E in eadem figura quod etiam dici debet, licèt [a] lineæ determinationum decussentur ad angulum obtusum vel acutum, [a] vt AC, EG. IM.

Fig. 37 *Tab.* 1.

Theorema 14.

Non crescit, vel decrescit in eadem ratione, in qua vnus impetus superat alium; cum enim impetus sint vt lineæ, sub quibus fiunt rectangula vel Rhomboides; v.g. [b] impetus AC est duplus impetus AD, sed angulus DAF non est duplus anguli FAC, vt constat ex Geometria.

[b] *Fig.* 37 *Tab.* 1.

Scholium.

Scolium.

Obseruabis dari de facto hunc motum mixtum ex duobus æquabilibus in rerum natura; talis est motus nauis, quam geminus ventus impellit in mari, vel nubis, imò aëris pars in medio aëre, atque adeo ipsius venti, sunt enim hi motus æquabiles per se; quippe retardantur solummodo propter resistentiam medij, non verò propter vllam grauitationem.

Theorema 15.

Motus mixtus ex duobus retardatis est rectus;[a] sit enim duplex impetus per A E & AH æqualis; ita vt in dato tempore percurrat seorsim AE motu retardato; item AH iuxta proportionem Galilei; certè eo tempore quo percurreret A D in AE, & AI in AH percurrit AG motu mixto per Th. 5. Similiter eo tempore quo percurreret AE seorsim, & AH, percurrit AF per Th. 5. Igitur hic motus mixtus est rectus, dum sit vterque retardatus iuxta eamdem progressionem; similiter si alter impetus impetus sit inæqualis, vt patet in sequenti figura,[b] sit enim impetus per AE, & alter minor per AH, certè ex AD, AI fit AG, & ex AE, AH fit A F, quam rectam esse constat ex Geometria; nec vlla est difficultas, quæ ex superioribus Theorematis facilè solui non possit.

[a] Fig. 38 Tab. 1.

[b] Fig. 39 Tab. 1.

Corollarium. 1.

Hinc linea motus mixti ex duobus retardatis siue æqualibus, siue inæqualibus est diagonalis parallelogrammatis sub lineis determinationum.

Scholium.

Obseruabis dari de facto hunc motum in rerum natura, si v. g. in plano horizontali idem globus, vel simul gemino ictu impellatur, vel si iam impulsum mobile per nouam lineam impellatur.

Theorema 16.

Motus mixtus ex duobus acceleratis vniformiter est etiam rectus; Probatur, quia debet tantùm inuerti linea prioris scilicet mixti ex duobus retardatis; si enim à puncto F pellatur per F E, F H, motu accelerato, ita primo, tempori respondeat FM, FN, secundo NH, ME; haud dubiè linea motus mixti erit FA; nam primò tempori respondebit F G, & duobus FA, vt constat ex dictis, siue vterque impetus sit æqualis, siue alter maior altero.

Corollarium 1.

Hinc etiam linea motus mixti ex duobus acceleratis est diagonalis, vt iam suprà dictum est de omnibus aliis.

Scholium.

Obseruabis hunc motum dari in rerum natura saltem in corporibus sublunaribus; nec enim est acceleratus nisi sit motus naturalis, qui à duplici impetu esse non potest.

Theorema 17.

Si motus mixtus constet ex æquabili, & accelerato naturaliter fit per lineam curuam;[a] sit enim impetus per AF motu æquabili,& per A C motu accelerato naturaliter, ita vt eo tempore quo percurritur seorsim spatium AB percurratur AD triplum; certè ex vtroque primo tempore resultat linea motus mixti AE, secundo tempore E G, sed A E G non est recta;alioquin duo triangula A B E,ACG essent proportionalia, quod est absurdum.

[a] Fig. 40 Tab. 1.

Theorema 18.

Hæc linea est Parabola;quod ipse Galileus toties insinuauit, & quiuis etiam rudior Geometra intelliget;in quo diutiùs non hæreo, præsertim cùm nullus sit motus, qui constet ex æquabili,& naturaliter accelerato, vt demonstrabimus infrà.

Theorema 19.

Si motus mixtus constet ex æquabili & naturaliter retardato,fit per lineam curuam;[b] si enim eo tẽpore quo per NE sursum proiicitur corpus graue & consequenter motu naturaliter retardato impellatur per N I motu æquabili, diuidatur N I in 4. partes æquales v. g. ductis parallelis R D, NE,PC,&c.assumatur NS vel RM,cui affigatur quilibet numerus impar; putà 7. itaque RM sint 7. ducatur H M parallelæ IN,assumatur Q L 5. ducatur G L parallela,accipiatur VK 3. ducatur F K:denique assumatur FAI ducaturque AE parallela IN,& describatur per puncta AK L M N, linea curua;hæc est Parabola,vt constat ex Geometria;nam si BK est 1. CL erit 4.DM 9. E V 16. sed æquales sunt AF.AG.A H.AI. prioribus vt patet;igitur sagittæ sunt vt quadrata applicatarũ;igitur hæc est Parabola; igitur curua,atqui motus mixtus prædictus fieret per hanc lineam,nam eo tempore quo mobile esset in S,erit in M,concurrit enim vterque impetus pro rata, & eo tempore, quo esset in X erit in L, atque ita deinceps.

[b] Fig. 41 Tab. 1.

Scholium.

Obseruabis esse prorsus inuersam prioris,quæ fit ex motu æquabili,& naturaliter acceletato; si enim per A E sit æquabilis & æqualis priori per NI,& per AI sit acceleratus, si quo tempore peruenit in B motu æquabili perueniat in F motu accelerato;haud dubiè perueniet in K,mox in L, &c. quia eadem proportione, sed inuersa quâ retardatur, acceleratur; igitur si vltimo tempore retardati acquirit tantùm Y E; primo tempore æquali scilicet accelerati acquiret A F, atque ita deinceps si per NE sit retardatus,& per NI æquabilis linea motus mixti erit N L A; si verò sit per AI acceleratus, & per A E æquabilis æqualis priori per NI,lineamosus mixti erit A L N eadem scilicet cum priori mutatis tantùm terminis à quo, & ad quem; vtrùm verò in rerum natura sit huiusmodi motus, videbimus infrà.

Theore

Theorema 20.

Si constet ex retardato & accelerato, vt sit in perpendiculari sursum, & deorsum motus mixtus, linea per quam fit est curua, [a] sit enim retardatus per A D, sit acceleratus per AG, assumatur AB cum numero impari, putà 5. BC. 3. CD. 1. accipiatur AE. 1. EF. 3. ducantur parallelæ B K. CL. DI. & aliæ EM. FH. GI. & per puncta AM. HI. ducatur linea curua, hæc est linea motus mixti ex retardato & accelerato; hæc porrò non est Parabola, vt constat, quia quadratum AE non est ad ad quadratum AF, vt quadratum AB, vel EM ad quadratum FH, vel AC.

[a] *Fig.* 42 *Tab.* 1.

Scholium.

Obseruabis in fine huius motus amplitudinem, seu sinum rectum lineæ scilicet GI, esse æqualem altitudini seu sinui verso, vel sagittæ A G; cùm enim motus naturaliter acceleratus in eadem proportione crescat, quod hic suppono, in qua retardatus decrescit; certè A G quæ est linea accelerati est æqualis GI, quæ est linea retardati: non tamen dicendum est lineam AI esse circulum, alioquin GH esset æqualis GI, sed GH est, v. g. 89. cum GI sit radix quadr. 81. est enim 9. licèt GM sit æqualis GH. sed de his lineis infrà. Vtrùm verò sit aliquis motus huiusmodi, videbimus in sequentibus Theorematis.

Theorema 21.

Quando corpus proiicitur per horizontalem in aëre libero, mouetur motu mixto; probatur, quia sunt duo impetus in eo corpore, scilicet innatus deorsum, & impressus per horizontalem, vt patet; igitur vterque aliquid præstat ad illum motum per Ax. 1. igitur est motus mixtus per def. 1.

Theorema 22.

Ille motus non est mixtus ex vtroque æquabili. Demonstro; motus mixtus ex vtroque æquabili est rectus per Th. 1. & 4. sed hic motus proiecti per horizontalem non est rectus per hyp. 1.

Theorema 23.

Ille motus non est mixtus ex naturali æquabili & alio accelerato; patet, quia nulla est causa, à qua violentus possit accelerari.

Theorema 24.

Non est mixtus ex naturali æquabili & violento retardato; Primò, quia cùm pro tata concurrant post integrum quadrantem vix spatium vnius palmi confeciſſet in perpendiculari deorsum per Th. 59. l. 2. quod tamen est contra experientiam. Secundò, quia ad aliquod tandem punctum perueniretur, in quo mobile haberet tantùm impetum innatum; igitur nullus esset ictus contra experientiam. Tertiò, quia naturalis impetus intenditur in plano inclinato; igitur in motu per inclinatam; est enim motus deorsum; igitur intenditur impetus naturalis, vt patet ex lib. 2. igitur non est mixtus.

Theorema

Theorema 25.

Motus ille non eſt mixtus ex naturali retardatore & violento æquabili, vel accelerato; quia numquam deſtruitur impetus innatus, vt ſæpiùs dictum eſt ſuprà, tùm primo, tùm ſecundo libro, nec in hoc eſt vlla difficultas.

Theorema 26.

Non eſt mixtus ex naturali accelerato & violento æquabili; demonſtratur, primò, quia ſub finem motus eſſet maior impetus; quippè nihil detraheretur violento, ſed multùm accederet naturali; igitur eſſet maior, igitur eſſet maior ictus contra hyp. 3. ſecundò, quotieſcunque ſunt duo impetus in eodem mobili ad diuerſas lineas determinati, aliquid illorum deſtruitur per Th. 141. l. 1. tertiò ſi eſſet vterque æquabilis, aliquid deſtrueretur per Theorema 6. igitur potiori iure, ſi impetus naturalis creſcat.

Diceret fortè aliquis impetum deſtrui ab aëre, ſed iam ſuprà reſponſum eſt modicum inde imminui; nec enim vnquam aër in corpore graui deſtruit tantùm impetus, quantùm producitur naturalis ſi ſit acceleratus; alioquin motus deorſum non creſceret contra experientiam, & ſuprà in toto ferè 2. lib. demonſtrauimus.

Theorema 27.

Hinc linea huius motus non eſt Parabola; quia vt ſit Parabola, debet ille motus conſtare vel ex naturali æquabili, & violento retardato per Th. 19. vel ex naturali accelerato & violento æquabili per Th. 18. ſed hic motus neuter eſt, non primum per Th. 25. non ſecundum per Theorema 26.

Theorema 28.

Hinc reiicies Galileum, qui in dialogis hæc ſemper ſuppoſuit, ſed nunquam probauit, nec probare vnquam potuit; hoc etiam ſupponunt multi Galilei ſectatores, qui cenſent impetum nunquam deſtrui niſi à reſiſtentia medij; ſed quæro ab illis quodnam medium deſtruat partem impetus in motu mixto; nec enim linea motus mixti adæquat duas alias ex quibus quaſi reſultat; certè hoc non poteſt explicari cum infinitis fetè aliis, niſi dicatur impetum deſtrui ab alio impetu, eo modo quo ſæpè diximus, hoc eſt ne ſit fruſtrà; igitur impetus violentus deſtruitur ab innato, non tamen innatus à violento, vt ſæpiùs inculcauimus.

Theorema 29.

Non eſt mixtus ex naturali accelerato eo modo quo acceleratur deorſum per lineam perpendicularem & ex violento retardato: Probatur, ſi ita eſt, tãtùm additur naturali, quantum detrahitur violento, imò plùs; igitur ſemper eſt in eo mobili æqualis vel maior impetus; igitur æqualis eſt ſemper, vel maior ictus contra hyp. 3. adde quod non minùs impeditur ab impetu violento naturalis motus, quàm ab inclinato plano; ſed in plano inclinato

inclinato non acceleratur motus cum eadem acceſſione, qua ſcilicet intenditur in perpendiculari deorsùm; nec enim tam citò deſcendit mobile, quod certum eſt, & in lib. de planis inclinatis demonſtrabo, cum tantùm hîc ſupponam ad inſtar phyſicæ hypotheſeos; adde quod idem mobile proiectum per horizontalem in data diſtantia minùs ferit, quàm proiectum per inclinatam deorſum.

Theorema 30.

Itaque motus prædictus mixtus eſt ex violento retardato & naturali accelerato, non eo quidem modo quo acceleratur in perpendiculari, ſed eo quo acceleratur in plano inclinato, quòd hic ſingulis inſtãtibus mutatur; probatur primo, quia inductione facta non cõſtat ex omnibus aliis; ſunt enim tantùm 9. combinationes, quia ſunt tres differentiæ, ſcilicet æquabilibus, retardatio, accelleratio; igitur ſi 3. ducantur in 3, ſunt 9. ſunt autem prima ex naturali, quem deinceps voco primum, æquabili & violento (quem vocabo ſecundum) æquabili, ſecunda ex prima æquabili & ſecundo accelerato, tertia ex primo æquabili & ſecundo retardato, quarta ex primo accelerato & ſecundo æquabili, quinta ex primo accelerato & ſecundo accelerato, ſexta ex primo accelerato & ſecundo retardato, ſeptima ex primo retardato & ſecundo æquabili, octaua ex primo retardato & ſecundo accelerato, nona ex primo retardato, & ſecundo retardato: non eſt prima per Th. 22. non ſecunda per Th. 21. non tertia per Th. 24. non quarta, per Th. 26. non quinta per T. 2h. 23. non ſexta per Th. 29. eo modo quo diximus, non ſeptima per Th. 25. non octaua per Th. 25. non denique nona per Th. 25. igitur debet eſſe alius motus, ſed alius excogitari non poteſt præter illum quem adduxi. Probatur ſecundò, quia non minùs impeditur ab impetu violento impetus naturalis acquiſitus quàm à plano inclinato vt iam dictum eſt; igitur acceleratur quidem ſed minùs; nec enim vterque eſt æquabilis, nam linea eſſet recta per Th. 4. & naturalis creſcit quia deſcendit deorſum; præterea per Th. 24. non poteſt impetus naturalis eſſe æquabilis, igitur non poteſt violentus eſſe vel æquabilis, vel acceleratus, igitur retardatus.

Theorema 31.

Motus naturalis acceleratus ex quo hic motus conſtat acceleratur in alia proportione quàm ſit ea, in qua acceleratur, dum per idem planum inclinatum deſcendit; probatur, quia ſingulis inſtantibus mutatur inclinatio plani ſeu lineæ; igitur ſingulis inſtantibus mutatur proportio accelerationis.

Theorema 32.

Hinc perpetuò creſcit proportio accelerationis, quia ſemper creſcit inclinatio plani, vt patet, cùm enim ſit linea curua per hyp. 1. quo magis incuruatur, accedit propiùs ad perpendicularem, igitur motus magis accelleratur.

Theorema 33.

Hinc ratio hypotheſeos primæ, cùm enim conſtet hic motus ex accelerato & retardato, eius linea eſt curua per Th. 20. non tamen eſt Parabola, vt conſtat ex eodem Th. 20. Vnde reiicies Galileum, qui vult lineam motus proiecti per horizontalem in aëre libero eſſe Parabolam.

Theorema 34.

In hoc motu retardatur in maiori proportione violentus quàm acceleretur naturalis; probatur, non in minore, quia plùs impetus adderetur quàm detraheretur; igitur maior eſſet in fine motus quàm initio, igitur maior ictus contra hyp. 3. non in æquali, quia ſemper eſſet æqualis ictus contra hyp. 3. & contra Th. 29.

Theorema 35.

Hinc plùs detrahitur impetus quàm addatur, quia ſcilicet detrahitur pro rata, vt dicemus infrà; at verò cùm acceleretur tantùm naturalis iuxta rationem motus, & motus ſit iuxta rationem plani, minùs acceleratur quàm ſi caderet mobile perpendiculariter deorſum.

Theorema 36.

Hinc ratio clara cur ſit minor ictus in fine huius motus; quia ſcilicet eſt minùs impetus, quia plùs detractum eſt quàm additum; nec eſt quod tribuant hanc retardationem medio; quippe aër non plùs reſiſtit motui violento quàm naturali; ſed id quod detrahitur ab aëre corpori graui, v. g. pilæ plumbeæ eſt inſenſibile, vt fatentur omnes; igitur idem dicendũ eſt de motu violento & mixto, hinc hoc ipſum etiam fieret in vacuo.

Theorema 37.

Impetus naturalis concurrit ad hunc motum; probatur, quia alioquin eſſet rectus contra hyp. 3. præterea poteſt concurrere; nec enim ſunt lineæ determinationum oppoſitæ; igitur concurrit per Th. 137. l. 1.

Theorema 38.

Si impetus naturalis non concurreret ad hunc motum, proiectum moueretur per lineam horizontalem rectam, vt conſtat, motu æquabili; poſito quod non retardaretur in horizontali, eodem modo moueretur quo in verticali ſurſum; quæ omnia conſtant ex dictis ſuprà.

Theorema 39.

Poteſt vtrimque deſcribi linea curua huius motus; [a] ſit enim mobile proiectum ex E per horizontalem EI eâ ſcilicet velocitate, quam acquiſiuiſſet motu naturaliter accelerato deſcendendo ex A in E; ſitque AB ſpatium acquiſitum primo inſtanti deſcenſus; BC duplum, CD triplum, &c. iuxta progreſſionem arithmeticam, ſit EI æqualis EA, diuidaturque eodem modo in 4. ſpatia vt diuiſa eſt EA; aſſumpta EO æqualis AB, ducantur FN. GM. HL. IK. parallelæ EV; aſſumatur OP æqualis OE, & PQ, quæ ſit ad OE, vt OE ad hypothenuſum ſeu planum inclinatum EN, aſſumatur

[a] Fig. 43 Tab. 1.

sumatur QR æqualis OE, tum RS quæ sit ad OE vt OQ ad planum inclinatum NM; denique assumatur ST æqualis OE, tum TV, quæ sit ad OE, vt QS ad inclinatam ML; ducantur O N. Q M. SL. V K. parallelæ E I, tùm per puncta E.N.M.L.X ducatur curua, hæc est linea prædicti motus, demonstratur.

Impetus violentus percurrit EF eo tempore, quo naturalis percurrit EO; igitur linea motus mixti ex vtroque ducitur per punctum N, & licèt videatur esse recta EN, scilicet diagonalis rectanguli OF, est tamen curua, quia mobile non percurrit E F vno instanti; igitur nec E O, igitur motu æqualiter accelerato percurrit E O; igitur E N non est recta per Th. 20. Præterea. Secundo tempore impetus innatus remanet; igitur percurratur OP cui additur PQ, quia impetus naturalis minùs crescit, vt dictum est in Th. 34. quippe crescit iuxta rationem plani inclinati EN. ad EO permutando, quæ sit v.g. subquadrupla; igitur P Q est subquadrupla EO; & cùm destrui supponatur vnus gradus violenti, v.g. supersunt tantùm 3. quibus percurritur F G; igitur linea huius motus duci debet per punctum M, idem dico de punctis L & K, igitur hæc est linea motus mixti, quàm scilicet corpus graue proiectum per horizontalem suo fluxu describit, & cuius alias proprietates demonstrabimus.

Theorema 40.

Hinc impetus naturalis in motu mixto crescit semper in maiori proportione v.g. OQ. est maior EO, & QS maior OQ atque ita deinceps.

Theorema 41.

Impetus violentus hîc supponitur decrescere semper in eadem proportione; v.g. FG est minor EF vno spatio, GH minor E F vno spatio; H I minor GH vno spatio, quæ omnia constant. Vtrùm verò id fiat, dicemus infrà, & exempli gratiâ tantùm dictum esse volo.

Theorema 42.

Hinc quò maior est impetus violentus in hoc motu, amplitudo huius lineæ est maior v.g. VK, quæ semper maior est altitudine V E, vt enim esset æqualis, impetus naturalis deberet crescere in eadem proportione, in qua decrescit violentus, vt dictum est suprà.

Theorema 43.

Determinari posset hæc amplitudo, si decrescat violentus in E I, vt decrescit in verticali E A; nam EI & EA sunt æquales, sed EI & VK sunt æquales, AE verò est linea, vel quam conficit mobile proiectum sursum cum eodem, vel æquali impetu alteri quo proiicitur per horizontalem; seu est linea quam percurrit corpus graue deorsum, dum acquirit æqualem impetum alteri impresso eidem mobili per horizontalem EI.

Theorema 44.

Hinc non potest proiici in libero medio mobile graue per rectam horizontalem; quippe moueri non potest nisi motu mixto ex naturali accelerato

eo modo quo diximus,& violento retardato ; igitur linea erit curua;dixi in medio libero,cùm in plano duro horizontali per lineam rectam proiici possit.

Theorema 45.

Hinc funis tensus, cuius scilicet vtraque extremitas immobiliter affixa est, nunquam est rectus, sed inflectitur ; ratio est,quia haud dubiè grauitat;igitur incuruatur ; vtrùm verò faciat Parabolam hæc linea curua, vt vult Galileus, examinabimus in libro de lineis motus.

Scholium.

Obseruabis funem tensum semper incuruari,nisi fortè ex maxima tractione suam flexibilitatem amittat , cuius ope tantùm curuatur , imò ita tendi potest,vt tensioni cedens frangatur : Equidem posito quod vel inflecti possit,vel reduci, necessariò inflectetur in medio, vt benè demonstrat Galileus in dialogis, nosque infrà ad potentiam vectis reducemus, ne multiplicemus figuras.

Theorema 46.

Hinc ducitur optima ratio, cur proiectum per lineam horizontalem,v.g.pila è tormento explosa, vel sagitta arcu emissa per plura secunda minuta moueatur in medio aëre antequam terram attingat ; quod plus-quàm mille experimentis comprobatum est ; plura leges apud Mersennum,v. g. sit tormentum horizonti parallelum extans supra horizontem tribus pedibus; certum est spatium illud trium pedum confici à globo perpendiculariter demisso tempore 30. tertiorum ; cùm tamen explosus per lineam horizontalem terram tantùm attingat post 4. secunda , ideſt 240. tertia ; ita Mersennus l. 2. de motu Prop. vltima, imò l. 5. suæ versionis art. 5. contra Galileum ostendit glandem emissam è tormento minori conficere 75. exapedas, tempore vnius secundi minuti in linea , quæ parùm declinat ab horizontali ; atqui tempore vnius secundi minuti conficit 2. exapedas in perpendiculari deorsum ; igitur deberet glans infrà scopum descendere notabiliter , id est , toto 12. pedum interuallo , cùm tamen vix tantillùm aberret à scopo 1.Idem Mersennus habet in Baliſtica Prop.25. globum è maiore tormento horizonti parallelo emissum in aëre tractu continuo volasse toto tempore 8. secundorum , antequam planum horizontale attigisset , cùm tamen sex tantùm exapedis tormentum extaret supra horizontem ; alter globus ex alio tormento explosus 6. tantum secunda in aëre consumpsit ; imò bombardarum globi aliquando tota 14. secunda posuerunt ; habet idem Mersennus alia plura , quorum fides sit penes authores à quibus accepit ; nam vt dicam quod res est vix accuratè minima illa tempora metiri possumus ; quidquid sit , ex illis saltem euinco mobile projectum per horizontalem plùs temporis insumere in suo fluxu,quam si ex eadem altitudine perpendiculariter demittatur ; vt vult Galileus ; cuius ratio alia non est ab ea , quàm suprà indicauimus, quòd scilicet motus naturalis minùs crescat in motu mixto quàm in naturali,

turali, vt suprà demonstrauimus ; imò si cresceret vt vult Galileus, ictus; haud dubiè esset maior in fine motus quàm initio, quod omninò experientiæ repugnat.

Nec est quod aliquis dicat glandem emissam per horizontalem tantillùm ascendere ; vnde plus temporis in ascensu simul & descensu collocatur, quàm in solo descensu ; nam primò vix hoc aliquis sibi persuaserit, cùm experimento percipi non possit ; Secundò licèt verum esset, non tamen est tantus ascensus, quin adhuc plùs temporis ponat in ascensu, atque in descensu, quàm in altissima perpendiculari quadruplæ altitudinis, vt constat ; [a] sit enim horizontalis A F, distans à plano horizontali altitudine B A ; sit tormentum directum per lineam A F, & globus percurrat lineam curuam A E F, idque spatio 8. secundorum minutorum ; sitque D E 3. pedum ; certè eo tempore quo conficit A E, si in perpendiculari conficiat E D, cum E D conficiat tempore 30''' ; haud dubiè A E eodem tempore conficere deberet ; sed conficit A E tempore 4. secundorum, vt constat ex ipsis multorum obseruationibus ; igitur totam A E F deberet percurrere tempore 1'', id est eo tempore quo in perpendiculari deorsum percurruntur 12. pedes ; denique si verum sit globum ascendere tantillùm dum emittitur è tormento horizonti parallelo ; crediderim id esse tùm ex aliqua repercussione aëris, tùm eo quod à flamma sursum ascendente sursum etiam aliquantulùm inclinetur ; quod verò spectat ad sagittam, alia causa non est nisi modica aëris repercussio; est enim leuior sagittæ materia ; sed de repercussione fusè agemus infrà.

[a] *Fig.* 44 *Tab.* 1.

Theorema 47.

Motus projecti sursum per inclinatam est mixtus ; probatur, quia constat ex naturali, & violenti ; qui cùm non sint in oppositis lineis, ad communem motum concurrunt, vt patet.

Theorema 48.

Non est mixtus ex vtroque æquabili ; quia linea esset recta per Th. 1. sed linea huius motus est curua per hyp. non pertinet etiam hic motus ad secundam combinationem de qua Th. 30. nec ad quintam, nec ad octauam, nec ad nonam, de aliis videbimus infrà.

Theorema 49.

Non est mixtus ex naturali accelerato, & violento æquabili ; probatur, quia in fine motus esset maior impetus, igitur esset maior ictus contra experientiam ; imò longè maior quàm si mobile proiiceretur per horizontalem, quia diutiùs durat ille motus ; igitur plures gradus impetus naturalis acquiruntur ; igitur longè maior est ictus ; præterea si impetus naturalis destruit impetum sursum in verticali, cur non in inclinata ? nam est eadem omninò ratio ; quippe ideò destruitur in verticali, quia corpus graue sursum attollitur ; cùm tamen sua sponte deorsum ferri deberet ; sed non minùs, cùm per inclinatam sursum proiicitur, remouetur à

suo centro,& sursum rapitur; nec obstat oppositio lineæ vertcalis sursum cum perpendiculari deorsum; quia etiam per inclinatam deorsum fertur in plano inclinato, quæ opponitur ex diametro alteri inclinatæ sursum.

Theorema 50.

Non est mixtus in ascensu ex primo accelerato & secundo retardato, accelerato inquam eo modo quo acceleratur in perpendiculari deorsum; probatur primò, quia motus ille esset semper æqualis, quia tantùm adderetur impetus quantùm detraheretur, igitur esset idem ictus in fine qui in principio; Secundò, quia tempora motuum essent breuiora quàm par sit contra experientiam, vt patet ex Th.46.

Theorema 51.

Non est mixtus in ascensu ex violento retardato, & naturali accelerato, eo modo quo diximus in Th. 30. probatur, quia cùm acceleretur iuxta rationem plani inclinati deorsum, vt dictum est, supra horizontalem; nullum est amplius planum inclinatum deorsum; igitur nulla acceleratio, imò impetus naturalis, vt iam suprà dictum est crescit tantùm vt motus deorsum acceleretur; sed nullus est hîc motus deorsum; modicùm figuræ rem ob oculos ponit; [a] motus in plano A B est ad motum in A C vt AC ad AB, & in AD, vt AD ad AB, & in AE, vt AE ad AB; igitur imminuitur in infinitum; sed acceleratur in inclinata deorsum iuxta hanc rationem, igitur nulla supereſt amplius proportio, secundum quam accelerari posset in inclinata sursum.

a *Fig.* 45 *Tab.* 1.

Theorema 52.

Hic motus est mixtus ex naturali æquabili, & violento retardato in ascensu; probatur, quia nulla alia combinatio præter hanc supereſt, quam tertio loco suprà collocauimus in Th. 30. ratio à priori est, quia naturalis innatus non retardatur; quia nunquam destruitur, nec acceleratur; quia sursum tendit mobile; igitur supereſt tantùm quod sit æquabilis, violentus verò non acceleratur, vt patet, quia nulla est causa: non est æquabilis, quia coniunctus est cum causa destructiua; igitur est retardatus.

Theorema 53.

Hic motus est mixtus in arcu descensus ex naturali accelerato eo modo, quo diximus suprà in Th. 30. *& violento retardato*; probatur per idem Th. est enim par vtrique motui ratio; quippe hic perinde se habet, atque si mobile per horizontalem proiiceretur, nam præuius motus nequidquã facit.

Theorema 54.

Arcus vterque constat linea curua; probatur per Th. 19. non est tamen Parabola linea arcus descensus per Th. 20. & 27.

Theorema 55.

Potest hæc linea vtcumque describi, supposita retardatione violenti in proportione

portione arithmetica simplici; [a] sit enim verticalis, A G horizontalis A N, linea projectionis A D; sitque primum segmentum A D, quod scilicet percurritur eo tempore quo in perpendiculari deorsum percurritur D F, id est, v.g. sexta eius pars, ducatur A F G, sitque F G 5. partium, quarum scilicet A D est 6. assumatur G H æqualis D F, ducaturque F H I; sitque H I 4. partium, assumatur I P æqualis G H, ducaturque H P; accipiatur P K 3. partium; iam motus naturalis acceleratur eo modo quo suprà dictum est iuxta rationem inclinationis deorsum; itaque assumatur K L paulo maior I P; similiter ducatur P L M, sitque L M duarum partium, & M N paulò maior K L, tum sit L N O, sitque N O 1. partis, & O B maior M N, & ducatur curua per puncta A. F. H. P. L. N. B. & habebis intentum. [a] *Fig. 41 Tab. 1.*

Porrò hæc linea non est parabolica, vt constat ex Geometria & plura puncta habebis si minora spatiola assumas; suppono enim D F esse tantùm id spatij quod primo instanti in perpendiculari deorsum à corpore graui percurritur.

Theorema 56.

Aliter hæc linea potest describi supposita retardatione per numeros impares; vt habes in fig. 46. T. 1. in qua A C est verticalis, A B horizontalis, A D inclinata 9. partium, F G 7. H I 5. reliqua vt suprà dictum est.

Si verò linea inclinata recedat longiùs ab horizontali, & accedat propiùs ad verticalem; vt habeantur puncta, transferantur eadem spatia, & habebis puncta, per quæ describes prædictam lineam.

Denique si inclinata accedat propiùs ad horizontalem, transferantur similiter spatia vnius in alteram.

Obseruabis autem crementa descensus in G H. I B esse iuxta numeros impares 1. 3. 5. 7. &c. quandoquidem assumitur spatium quod conficitur in tempore sensibili, habita tamen semper ratione accelerationis, quæ fit in plano inclinato, vnde crescit semper proportio accelerationis, vt suprà demonstrauimus; quæ certè proportionum inæqualitas efficit, ne possint accuratè describi prædictæ lineæ, sed tantùm rudi Minerua, cum singulis instantibus mutetur proportio accelerationis.

Scholium.

Obseruabis nondum esse à nobis determinatam proportionem illam, in qua destruitur impetus violentus in motu mixto, quæ tamen ex dictis suprà potest colligi; quippe destruitur pro rata, idest qua proportione linea motus mixti est minor linea composita ex vtroque, sit ergo.

Theorema 57.

Impetus violentus solus destruitur in arcu ascensus; probatur, quia naturalis non crescit, vt patet; constat enim arcus ascensus ex naturali æquabili, sed aliquis impetus decrescit, vt constat ex dictis, igitur solus violentus.

Theorema

Theorema 58.

Impetus naturalis non decreſcit etiam in arcu deſcenſus; probatur quia creſcit, vt dictum eſt ſuprà, igitur non decreſcit.

Theorema 59.

Deſtruitur impetus violentus pro rata, id eſt, qua proportione eſt fruſtrà; v.g.[a] ſit impetus per A D inclinatam ſurſum, & alius per A B perpendicularem deorſum; haud dubiè motus erit per A C; igitur concurrunt ad motum A C motus A B & A D, vel potiùs impetus; igitur debet deſtrui impetus in ea proportione, in qua A C eſt minor A G, id eſt compoſita ex A D, D C, quod impetus A B non poſſit deſtrui; totum id quod deſtruetur detrahetur impetui A D; igitur aſſumatur D F ſcilicet differentia A C, & A G; impetus deſtructus ita ſe habet ad impetum A D, vt D F ad A D, & ad reſiduum impetum ex A D, vt D F ad F A, quæ omnia conſtant ex Th. 7. ſit [b] ergo A C fig. 49. perpendicularis ſurſum, A D inclinata, A B horizontalis; ſit impetus violentus reſpondens A D, & naturalis D G, ducatur A G K, ex A D detrahatur D F, id eſt differentia A G & compoſitæ ex A D. D G, ſupereſt A F, cui aſſumitur æqualis G K, ex qua detrahitur K H, id eſt differentia G L, & compoſitæ ex G K, K L, ſupereſt G H, cui L O accipitur æqualis, cui detrahitur O M, id eſt differentia L P & compoſitæ ex L O, O P, ſupereſt M L, cui æqualis accipitur P R, atque ita deinceps. Porrò demonſtratur deſtrui impetum violentum iuxta hanc proportionem; quia deſtruitur, qua proportione eſt fruſtrà, pro rata per Ax. 2. & Th. 7. ſed totus impetus qui concurrit ad ſecundam lineam A G, eſt compoſitus ex A D, G D; quia ſi naturalis ſolus eſſet, percurreret ſpatium æquale D G; ſi verò ſolus eſſet violentus percurreret ſpatium æquale A D; igitur vterque ſimul ſumptus eſt vt cõpoſita, ex A G. D G. igitur ſi ea proportione eſt fruſtrà, qua motus deficit, cùm A G ſit motus; certè motus eſt ad impetum, vt A G ad compoſitã ex A D. D G; igitur deficit motus tota D F quæ eſt differentia A G & cõpoſitæ ex A D. D G; igitur impetus eſt fruſtrà in ratione D F; igitur debet deſtrui in ratione D F; ſed impetus D G ſeu naturalis nihil deſtruitur per Th. 57. & 58. igitur ex violento A D deſtruitur D F; igitur ſupereſt tantum A F vel æqualis G K; ſimiliter impetui G K & K L reſpondet motus G L, ſed G L eſt minor compoſita ex G K & K L ſegmento K H; igitur eſt fruſtrà impetus in ratione K H; igitur deſtruitur in eadem ratione K H, non ex naturali K L; igitur ex violento G K; igitur ſupereſt tantum G H, vel æqualis L O, in qua ſimiliter procedituir, & ſupereſt L M vel æqualis P R, atque ita deinceps.

[a] *Fig.* 48 *Tab.* 1.

[b] *Fig.* 49 *Tab.* 1.

Corollarium 1.

Hinc deſtruitur impetus initio motus in maiori quantitate, quia

D F.

D F. v. g. est maxima omnium differentiarum.

Corollarium 2.

Hinc sub finem differentia lineæ motus v. g. T B semper est maius latus trianguli T X B; idem dico de aliis; igitur differentia lineæ motus & compositæ ex duplici impetu est semper minor & minor in infinitum.

Corollarium 3.

Possunt determinari à Geometria omnes anguli triangulorum A D G. G K L. O L P. nam A D G est æqualis C A D, at verò G K L æqualis K G D, & hic duobus simul A D G & D A G, igitur determinari facilè poterunt ex doctrina triangulorum.

Corollarium. 4.

Hinc etiam sciri poterit in quo puncto linea motus v.g. L P cum perpendiculari O P faciat angulum rectum, quod satis est indicasse, nam hic Geometram non ago.

Corollarium 5.

Hinc quoque sciri potest maxima altitudo huius projectionis, quæ scilicet in eo puncto est, in quo linea motus cum perpendiculari deorsum facit angulum rectum, v. g. in puncto P, si angulus L P O est rectus.

Corollarium 6.

Hinc potest etiam sciri altitudo operâ triangulorum productorum A G 2. G K 3. O L P. quod quiuis Geometra facilè intelliget; hîc quoque obiter obserua vnum, quod sæpè aliàs indicauimus, quanti videlicet momenti sit Geometria in rebus physicis.

Corollarium 7.

Hinc etiam colligo arcum ascensus maiorem esse arcu descensus supra idem planum horizontale A B; quia in arcu descensus acceleratur pro ratione diuersæ inclinationis impetus naturalis; igitur lineam motus addunt propiùs ad perpendicularem, vt vides in T B; igitur minùs acquirit in horizontali; igitur minor amplitudo horizontalis subest arcui descensus projectorum quàm arcui ascensus; dixi suprà idem planum, quia arcus descensus infra planum A B propagatur ferè in infinitum.

Corollarium 8.

Hinc reiicio Galileum qui nulla prorsus fultus ratione physica vult vtrumque esse æqualem, quod tamen omnibus experimentis repugnat, & ipsi etiam pueri, qui disco ludunt obseruare possunt arcum descensus sui disci esse longè minorem, nec est quod ad suam Parabolam confugiat, quæ duo falsa supponit principia, scilicet æquabilitatem motus violenti, & accelerationem naturalis eo scilicet modo quo fieret in perpendiculari; at vtrumque falsum esse suprà demonstrauimus, adde quod vt iam

dixi in sagitta emissa, projecto disco, &c. omnes observare possunt arcum ascensus maiorem esse arcu descensus, quod etiam supponunt omnes, qui de re tormentaria scripserunt; præsertim Vsanus tract. 3. c. 13.

Corollarium 9.

Hinc etiam colliges contra Vsanum globum è tormento emissum per inclinatam sursum non ferri primò per lineam rectam, quia mouetur motu mixto, qui rectus esse non potest in hoc casu per Th. 54.

Corollarium 10.

Motus mixtus arcus descensus vsque ad centrum terræ durare posset si producerentur tot partes impetus quot sunt instantia illius motus; quia cùm semper destruatur minor impetus, & minor in infinitum, post aliquod spatium descensus tam parùm destruitur vsque ad centrum terræ vt non adæquet totus ille impetus primam partem primo instanti destructam, at tunc linea motus à perpendiculari deorsum distingui non potest.

Corollarium 11.

[a] *Fig. 50 Tab. 1.* Sed ne Geometriam omninò despicere videar, [a] in circulo demonstro proportiones omnes in quibus decrescit motus violentus per quamlibet lineam inclinatam sursum, vel deorsum; sit ergo circulus A D G Q centro B; sit motus violentus sursum B D coniunctus cum naturali B R, sintque ex gr. B R. R Q æquales; haud dubiè linea motus erit B C, quia naturalis B R pugnat pro rata per Th. 134. l. 1. eritque B C subdupla B D; igitur centro R. semidiametro R C describatur circulus C L P S, erit æqualis priori, ducanturque ex centro B infinitæ lineæ B E. B F. B K. B N, & vt res sit clarior, sint omnes anguli D B E. E B F. F B G, &c. æquales scilicet grad. 30. & ex punctis E. F. G. K. N. Q. ducantur lineæ ad circunferentiam circuli C L P S. parallelæ D P. Dico omnes esse æquales D C; nam primò F H. G L. K M. Q P sunt æquales, vt patet: deinde C E & Q O sunt æquales; igitur E V. O X, quod etiam certum est; igitur si supponatur idem motus violentus æqualis B D per omnes inclinatas B E. B F, &c. coniunctus naturali æquali B R; primum spatium erit B C, secundum B V, tertium B H, quartum B L, quintum B M, sextum B O, septimum B P. quod certè mirabile est; nam ex B E. E V. fit B V per Th. 5. similiter ex B F. F H. fit B H, ex B G. G L. fit B L; denique ex B Q. Q P fit B P; iam verò proportiones istarum linearum ex Trigonometria facilè intelligi possunt.

Theorema 60.

Iactus per horizontalem, & per verticalem nihil acquirit per se in eodem plano horizontali, vnde incipit iactus; probatur, quia verticalis iactus per eamdem lineam redit; horizontalis verò statim descendit; quia motus mixtus

mixtus est per Th. 44. dixi per se, nam fortè per accidens fieri potest, vt iactus horizontalis habeat arcum ascensus, & descensus.

Theorema 61.

Hinc quò iactus propiùs accedit ad horizontalem seu verticalem, minùs acquirit in eodem plano horizontali, scilicet in eo à cuius extremitate incipit iactus; probatur, quia cùm iactus verticalis nihil prorsus acquirat in horizontali plano per Theorema 60. certè quò propiùs ad illum iactus inclinatus accedet, minùs acquiret; idem dico de iactu horizontali.

Theorema 62.

Hinc quò iactus longiùs recedit ab vtroque scilicet à verticali, & horizontali, plùs acquiret in eodem plano horizontali; si enim quò plùs accedit ad vtrumque, minùs acquirit, igitur plùs acquirit, quò plùs recedit.

Theorema 63.

Hinc iactus medius seu per inclinatam quæ cum verticali, vel horizontali facit angulum 45. *seu semirectum, est omnium maximus, id est plùs acquirit in eodem plano horizontali, quàm reliqui omnes*; experientia certissima est, ratio est quia ab horizontali & verticali maximè omnium distat; igitur maximus est per Theorema 62. nec est vlla alia ratio geometrica.

Theorema 64.

Iactus qui æqualiter ab horizontali & verticali distant, sunt æquales; probatur, quia qua proportione ad horizontalem seu verticalem accedit iactus, in ea proportione minor est; igitur qui æqualiter accedunt in proportione æquali, minores sunt; igitur æquales, quod modica figura [a] ob oculos ponet; sit enim quadrans A B F, iactus verticalis A B, horizontalis A F, medius A D, hic maximus omnium erit; at verò A C, & A E, qui ab A D æqualiter distant, erunt æquales. [a] *Fig.* 51 *Tab.* 1.

Scholium.

Obseruabis primò, omitti à me multa quæ suis Parabolis aliqui affingunt, quæ nec experimentis, nec vllis rationibus consentiunt.

Secundò rationem istorum omnium Theorematum; quia quo iactus ad verticalem propiùs accedit, maior quantitas impetus destruitur [b] v.g. in A D plùs quàm in G K; igitur citò deficiunt vires huic iactui; adde quod acquirit in verticali, quod alius acquirit in horizontali; at [b] *Fig.* 49 *Tab.* 1.

verò qui propiùs accedit ad horizontalem citò descendit infra planum horizontale, tùm quia propior est, tum quia citò naturalis impetus acceleratur; igitur plùs acquirit in perpendiculari deorsum, quàm in horizontali; quæ omnia ex certis principiis, non fictitiis deducuntur.

Tertiò, obseruabis talem esse hypothesim illam Paraboliſtarum, de qua suprà; [a] sit enim iactus verticalis E A; medius E B; certè ex eorum etiam principio eo tempore, quo motu æquabili percurreret mobile spatium E A, motu naturaliter retardato percurreret spatium E G subduplum; atqui percurrit E G eo tempore, quo idem percurreret G E motu naturaliter accelerato; sed percurret inclinatam E C eo tempore quo percurret EA, scilicet motu æquabili; sunt enim æquales: Volunt autem FE diuidi in 16. partes, & ED in 8. ducique parallelas HQ IP, &c. & accipi VR $\frac{1}{16}$ FE, ita vt R Q sit ad RH vt 9. ad 7. & PS $\frac{4}{16}$ & NT $\frac{9}{16}$, vel O T $\frac{1}{16}$ PS $\frac{4}{16}$ PR $\frac{9}{16}$; igitur eo tempore, quo mobile esset in I X, erit in M; igitur motus naturalis acquisiuit XM, id est $\frac{1}{4}$AE; igitur eo tempore quo esset in B erit in D; igitur motus naturalis acquisiuit BD quadruplum X M; nam si vno tempore motu æquabili conficit E X, duobus conficit E D & si motu naturaliter accelerato conficit vno tempore XM, duobus conficit BD iuxta proportionem Galilei, in qua spatia sunt vt temporum quadrata; & quo tempore motu æquabili conficeret EA, vel EB naturali conficeret GE vel CZ æqualem G E; ducatur igitur linea per puncta E. R S, OM, hæc est semiparabola cui si addas M Z D, habebis totam amplitudinem Parabolæ E D, hoc est totum spatium, quod acquirit in plano horizontali ED iactus medius E B.

[a] *Fig.* 1. *Tab.* 1.

Si verò sit inclinata E Y; vt habeatur iuxta hanc hypothesim amplitudo horizontalis; fiat semicirculus centro G, semidiametro G E; sit perpendicularis YK, erit subdupla amplitudo; sicut perpendicularis XL definit subduplam amplitudinem LE iactus EB; similiter YK definit subduplam amplitudinem iactus E 4. 3. nam arcus Y X est æqualis arcui X 4. igitur anguli YEC, CE 3. sunt æquales; hinc iactus sunt æquales supra, & infra grad. 45. vt autem habeatur altitudo Parabolæ subdupla XL est altitudo Parabolæ iactus EC, subdupla YX est altitudo iactus EY, subdupla 4. K est altitudo iactus E 3.

Ex his facilè iuxta hypothesim tabulæ omnium iactuum, cuiuslibet eleuationis construi possunt; de quibus habes plura apud Galileum in dialogis, & plurima apud Mersennum in Baliſtica; quare ab illis abstineo: præsertim cum sit falsa illa hypothesis, eiusque sectatores vltrò fateantur tabulas illas non parum à vero abesse, de quo vide Mersennum prop. 30. Baliſt.

Quartò, possunt iuxta nostram hypothesim tabulæ nouæ construi, quod & ego præstarem, nisi prorsus inutiles essent; quare prudenter omissas esse prudentes omnes censebunt, cum hîc calculatorem non agã, sed philosophum; id certè tolerari potuit in analyticis, quæ sine calculationibus intelligi non possunt; sed minimè ferendum in Physica, quæ succulentior

tior est, quàm vt numeris tantùm, sicciſque calculis nutriatur; adde quod Praxis Theoricæ in his omninò præferenda est; quamquam huic etiam parti deesse nolumus, sed in singularem libellum omnes istas tabulas & alias huiusmodi remittimus; cum hic tantùm rerum physicarum causas explicemus.

Theorema 65.

Si accipiatur planum horizontale intra illud vnde incipit iactus haud dubiè iactus omnium maximus erit horizontalis in vtraque hypotheſi. Primo in hypotheſi Galilei, in qua Parabola GD figurâ ſuperiore habet maximum omnium amplitudinem; licèt iactus per G X; ex quo ſequitur, non habeat impetum maiorem, quàm iactus per EY, vel EX; in noſtra verò, iactus [a] per BG primo tempore plùs acquirit in horizontali BG, quàm iactus per BF; igitur plùs etiam ſecundo tempore; nam B F acquirit tantùm primo tempore B H, at verò BG acquirit R L; adde quod minùs perit ex iactu BG; quippe aſſumatur BL in B 2. & GL in 2. 3. detrahitur tantùm G. 3. ex BG; at verò aſſumatur BH in B 4. & FH in 4. 5. detrahitur F 5. ex BF; igitur plùs ex B F quàm ex B G; quæ omnia ex ſuperioribus regulis iuſta noſtram hypotheſim præſcriptis conſequuntur. [a] *Fig. 50 Tab. 1.*

Theorema 66.

Immò probabile eſt æquales fore iactus per inclinatas ſurſum, & deorſum æqualiter ab horizontali, vnde incipit iactus, diſtantes; æquales inquam in aliquo plano horizontali, inferiore; ſi enim iactus fiat per BD eadem figura & B P nihil acquiritur in horizontali, vt conſtat; ſi verò iactus ſit per B G maximum ſpatium acquirunt in horizontali plano inferiore; igitur qua proportione propiùs accedent lineæ ſeu iactus ad B D, P P minùs acquirent; qua verò proportione propiùs accedent ad RG plùs acquirent; igitur æqualiter plùs, & minùs hinc inde, ſi æqualiter hinc inde diſtent; immò hoc ipſum præſentibus oculis intueri licèt; ſi enim iactus B F comparetur cum iactu BK; certè BK acquirit RK, B F acquirit B H æqualem B K; ſed B F & B K æqualiter diſtant ab horizontali B G; nam arcus GF, & GK ſunt æquales, vt conſtat: idem dico de iactu BE, & BX, qui acquirunt æquale ſpatium in horizontali æquale ſcilicet B Z.

Scholium.

Obſeruabis hoc omninò licèt mirum cuiquam fortè videatur, certè inſtitutum eſſe à natura; ſi enim comparentur omnes iactus ſuprà horizontalem B G, haud dubiè cum duo extremi ſcilicet B D, & B G nihil prorſus acquirant, vt conſtat ex dictis, iactus medius ſcilicet ad gradum 45. erit omnium maximus, quia æqualiter ab vtraque extremitate diſtat, vt demonſtrauimus ſuprà; ſi verò comparentur omnes iactus, qui poſſunt fieri à centro B per totum ſemicirculum D G Q; certè cum duo extremi BD, BQ nihil prorſus acquirant, vt conſtat, iactus medius, ſcilicet ad gradum 90. qui eſt BG erit omnium maximus, quia æqualiter ab vtra-

que distat extremitate; similiter quemadmodum iactus æqualiter à medio iactu 45. distantes æqualem amplitudinem acquirunt in horizontali BG, ita qui æqualiter distant à medio iactu 90. vel horizontali BG æqualem amplitudinem acquirunt in aliquo plano hoaizontali, scilicet in eo vnde vterque iactus definit in perpendicularem deorsum.

Obseruabis secundo, omnes perpendiculares deorsum perinde accipi, atque si essent parallelæ propter insensibilem differentium; quod certè ab omnibus admittitur; quomodo verò per diuersa plana deorsum corpus rendere possit, vsque ad cuntrum terræ, Libro sequenti explicabimus.

Theorema 67.

In iactu per inclinatam deorsum dato tempore minùs detrahitur de impetu violento, quàm in iactu per inclinatam sursum a sit enim circulus centro A semidiametro AG; sitque AG horizontalis, & AO perpendicularis deorsum; sit iactus per inclinatam sursum AD, sitque impetus violentus vt A D, & naturalis deorsum vt DE; linea motus erit DAE; igitur assumatur A E in AC, & DE in CB, ex impetu AD detrahitur DB, vt constat ex dictis; quia totius ille frustrà est; sit autem inclinata deorsum cum impetu violento æquali A I æqualis A D, sitque naturalis deorsum acceleratus pro rata plani inclinati vt IL, linea motus erit AL; assumatur AK, vt AL, & KH vt I L, detrahitur tantùm I H, sed I H est minor DB; igitur tempore sequenti æquali impetus violentus inclinatæ sursum erit vt E F æqualis A B inclinatæ deorsum, vt L M, quæ maior est E F, quia est æqualis AH.

a *Fig. 2. t. 2.*

Ratio à priori est, quia cum inclinata deorsum faciat acutum angulum cum perpendiculari deorsum, cum quo obtusum facit inclinata sursum, maior est in illa linea motus; est enim maior diagonalis, in hac verò minor, igitur in illa minùs impetus est frustrà, in ista verò plùs, igitur minùs impetus in illa destruitur, plùs in ista; quæ omnia constant ex Th. 110. & 139. & 140. l. 1. habes etiam in qua proportione decrescat impetus.

Theorema 68.

Hinc in iactu qui fit per inclinatam deorsum minùs detrahitur, & in eo qui fit per inclinationem sursum plùs detrahitur, in perpendiculari deorsum nihil detrahitur, in perpendiculari sursum totus detrahitur qui potest extrahi, id est ex collectione vtriusque naturalis, & violenti dupli naturalis in prima linea motus; hæc omnia sequuntur ex dictis.

Obiici potest vnum satis difficile; quia si in perpendiculari deorsum putà in AP nihil detrahitur impetus violenti, igitur crescit semper vis ictus, quod videtur esse contra experientiam.

Resp. me aliquando fuisse in ea sententiâ, vt reuerâ existimarem decrescere impetum violentum in iactu perpendiculari deorsum; cum etiam existimarem decrescere vim ictus; sed re melius considerata, cum nunquam id experiri potuerim; nam semper sentio vim ictus maiorem,

cum

cum deorsum mobile proiicitur, quàm cum sua sponte ex eadem altitudine descendit ; certè ni fallor cum ratio demonstratiua pro hac sententia faciat, non dubitaui ampliùs priorem sententiam immutare.

Porrò ratio, quæ pro hac sententia facit, remque ipsam euincit, talis est; certum est impetum violentum destrui à naturali aliquando in maiori, aliquando in minori proportione, vt constat ex dictis ; illa autem, seu maior, seu minor proportio aliam regulam non habet præter illam quam toties inculcauimus, id est impetum destrui pro rata, id est qua propo rtione est frustrà, id est qua proportione est minor motus eo, qui esset ab vtroque impetu si ad eamdem lineam vterque determinatus esset atqui cum proiicitur mobile deorsum, vterque impetus ad eamdem lineam est determinatus ; igitur nihil motus deest per Th. 138. l. 1. igitur nihil impetus est frustrà; igitur nihil impetus illius destruitur.

Quod dictum esse velim non considerata medij resistentiâ, quæ certè aliquid impetus destruit, quod tamen insensibile est in medio libero, putà in aëre ; si enim insensibilis est hæc resistentia in motu naturali; dum mobile sit eius soliditatis, quæ superet facilè vim aëris ; certè etiam insensibilis est in motu proiectorum, præsertim in mediocri spatio, est enim par vtrobique ratio.

Equidem fateor in longissimo spatio posse tandem destrui totum impetum violentum; nam si aliquid in dato spatio destruitur; igitur in maiore plùs destruitur ; atque ita deinceps, donec tandem totus destructus sit; at verò in iis altitudinibus, ex quibus corpus deorsum proiicere possumus, vix quidquam facit prædicta resistentia.

Nec est quod aliquis dicat ab hac resistentia non destrui impetum naturalem in motu naturaliter accelerato, vt dictum est in secundo lib. Igitur nec destrui violentum ; nam qua proportione crescit medij resistentia, crescunt vires impetus, qui perpetuò augetur ; vnde cum remaneat semper eadem resistentiæ proportio sicut primo tempore motus impedit hæc resistentia, ne tantillùm impetus producatur; ita secundo tempore impedit ne tantillùm æquale producatur ; igitur nihil producti impetus ab illa destruitur propter augmentum continuum : at verò cum impetus violentus non intendatur ; certè si tantillùm illus perit, primo vel secundo instanti motus, propter medij resistentis, tantillùm æquale singulis temporibus æqualibus destruitur ; igitur cum infinitus non sit post longissimum spatij tractum totus tandem destruetur violentus solo superstite naturali.

Hinc fortè sagitta ex notabili altitudine minùs ferit; quia materia illa lignea, & plumea, ex qua constat, multùm ab aëre resistente accipit detrimenti: adde quod licèt initio deorsum rectà emittatur; attamen minimo aëris flatu declinat tantillùm obliqua; hæc verò obliquitas maximam ictus vim infringit, & conflictus impetuum quasi ipsum ictum distrahit, quod facilè probabis, si modico ferè tactu cadentem perpendiculariter sagittam à suo tramite deturbes.

Dices, etiam in glande è tormento explosa hoc ipsum cernitur.

Resp.

Resp. est minor vis ictus inflicti à glande deorsum, quàm sursum vt aliqui putant; id autem ex duplici capite procedere; primum est, cum feratur glans ab igne per aliquod tempus, non est dubium, quin vis ignis sursum maior sit quàm deorsum; cum sursum gemino quasi impetu feratur, deorsum verò impetu tantùm explosionis; secundum est, quia cum glans iam deorsum sua sponte descendat, haud dubiè ab igne minus eò impelli potest, vt sæpè diximus suprà; quidquid sit, si proiiciatur deorsum globus plumbeus vel arcu, vel manu, obseruabitur maiorem ab eo ictum infligi, quàm si sua sponte descenderet.

Theorema 69.

Si corpus moueatur deorsum perpendiculariter motu mixto, eo tempore quo motu naturali acquireret illum impetum quem habet motu violento, acquirit triplum illius spatium v. g. [a] in figura superiore sit linea perpendicularis deorsum A E, in qua motu naturali dato tempore acquiratur A B, & secundo tempore æquali B C; sitque impetus violentus vt A C: Dico quod æquali tempore prioribus acquireret A E triplum A C, quia motu veloci vt A C acquirit C E eo tempore, quo motu veloci vt A B acquirit A B, & veloci vt B C acquirit B C; nam eo tempore, quo acquirit A B acquirit C D, & eo tempore, quo acquirit B C acquirit D E; ergo eo tempore, quo acquirit A C acquirit C E; ergo si iungatur motus naturalis violento, eo tempore, quo motu naturali acquiretur tantùm A C, motu mixto ex naturali & tali violento acquiretur A E, id est triplum: si verò moueatur duobus temporibus, ita vt primò acquirat A C, & altero triplum A C, sitque coniunctus impetus violentus vt A C; certè duobus temporibus acquiretur motu mixto octuplum A C, sed hæc sunt facilia.

[a] *Fig. 53 Tab. 1.*

Theorema 70.

Si corpus graue proiiciatur deorsum per medium aëra, qui resistat, cum tandem destruatur impetus violentus, vbi totus destructus est, minor est ictus quàm esset si corpus graue solo impetu naturali eò descendisset; quod demonstro, [b] sit enim spatium A D, quod percurrit motu mixto eo tempore, quo motu naturali puro spatium B C idem mobile percurreret, sitque destructus in puncto D totus impetus violentus; certè remanet tantùm naturalis acquisitus eo tempore, quo mobile percurrit B C; sed temporibus æqualibus acquiruntur æqualia velocitatis momenta; igitur æqualis impetus; igitur in C tantùm ille impetus, qui esset in E vel in D; sed dum percurreret E D motu puro naturali, augetur impetus; igitur maior esset impetus in D sub finem motus naturalis per A D, quam motus mixti per eamdem A D; igitur maior ictus sub finem naturalis; igitur minus sub finem violenti.

[b] *Fig. 34 Tab. 1.*

Theorema 71.

Hinc paradoxon egregium; mobile proiectum in data distantia minùs ferit quàm sua sponte demissum; quod necessariò sequitur ex dictis.

Obseruabis scrupulum adhuc fortè hærere, cur scilicet impetus violentus

violentus non destruatur à naturali, cuius scilicet iustam impedit propagationem; sed profectò nullo modo impetus ille violentus impedit effectum impetus naturalis innati vel additi; quia vterque totum suum effectum sortitur; quod autem spectat ad propagationem; certè ita propagatur, vt temporibus æqualibus æqualis impetus accedat.

Dices, debes quidem nouus impetus accedere, sed non tali modo.

Resp. non esse alium modum à natura institutum, nisi vt temporibus æqualibus æqualia velocitatis momenta acquirantur.

Dices præterea, frustrà accedit nouus impetus naturalis, cum iam adsit violentus, qui eius munere defungi potest.

Resp. causam necessariam necessariò agere; igitur corpus graue perpetuò in medio libero suum motum intendit.

Theorema 72.

Potest vtcumque delineari linea motus mixti per inclinatam deorsum a sit enim perpendicularis deorsum AB sit iactus per inclinatam AF; sitque impetus violentus vt AE naturalis vt EC, linea motus erit AC; assumatur AF æqualis AC, & DF æqualis EC, sitque CH vt AD, & impetus naturalis auctus vt HK, linea motus erit CK; sit CI æqualis DK, & IG æqualis HK, & KL æqualis CG; sitque impetus naturalis secundò auctus vt LM; linea motus erit KM; igitur connectantur puncta AC, KM per lineam curuam, hæc est linea quæsita, vt constat ex dictis suprà. a *Fig.* 1 *Tab.* 1.

Theorema 73.

Hinc potest aliquo tempore tantùm impetus violenti destrui quantùm producitur naturalis; igitur si non consideres resistentiam medij, tunc æqualis esset ictus, & æquabilis motus.

Theorema 74.

Quando mobile peruenit in M, & acquisiuit in perpendiculari deorsum totam altitudinem AR, non habet totum impetum naturalem, quem acquireret motu naturali per totam AR, sed tantùm illum, quem acquireret in composita ex segmentis NO, PB, QR; quia ad motum istum deorsum non tantùm concurrit impetus naturalis, sed etiam violentus vt constat.

Theorema 75.

Hinc reiicies Galileum, & alios, qui volunt b in linea motus AC acquiri tantumdem impetus naturalis quantum in perpendiculari AB acquireretur. a *Fig.* 5 *Tab.* 1.

Theorema 76.

In naui mobili si è summo malo remittatur corpus graue, descendit motu

mixto; probatur, quia duplex impetus concurrit ad illum motum, scilicet naturalis deorsum, & horizontalis impressus à naui, vt constat ex definitione 1. hyp. 2. & Ax. 1.

Theorema 77.

Ille motus est mixtus ex naturali accelerato, & violento per horizontalem retardato; quod eodem modo probatur, quo suprà probatum est in mobili proiecto per horizontalem Th. 30. est enim prorsus eadem, cum à naui reuera imprimatur impetus iis omnibus, quæ motu nauis feruntur.

Theorema 78.

Hinc reiicio omnes alias combinationes recepta sexta; immò sextam ipsam ex parte; nec enim naturalis acceleratur in hoc motu in ea proportione, in qua acceleratur per lineam perpendicularem deorsum per Th. 29. sed iuxta rationem planorum inclinatorum per Theorema 31. nec etiam violentus destruitur vniformiter, sed pro rata per Th. 39.

Theorema 79.

Hinc initio plùs detrahitur violenti, & minùs additur naturalis, in fine plùs additur naturalis & minùs detrahitur violenti; hinc minor est ictus in fine nisi malus nauis ad eam altitudinem ascenderet, ad quam profectò nullus ascendit, quæ omnia constant per Theorema 34. 35. 36.

Theorema 80.

Hinc ratio curuitatis huius lineæ, vel hypothesis secundæ; quæ tamen non est Parabola vt volunt aliqui; hinc non eo tempore descendit in nauim prædictus globus, quo descenderet per ipsam perpendicularem motu purè naturali ex eadem altitudine, sed maiore tempore; quia motu mixto non acceleratur iuxta proportionem motus naturalis puri per Th. 77. quod confirmatur illis omnibus experimentis, quæ suprà adduxi Th. 46.

Theorema 81.

Hinc si nauis moueretur eadem velocitate, qua funis arcus cum redit, esset que aptata sagitta, & directa horizontaliter in naui; haud dubiè si post aliquod tempus staret illicò immota nauis: emitteretur sagita, non minore certè vi quàm ab ipso arcu; hinc etiam cum nauis appellitur ad littus, si statim subsistat; omnia quæ sunt in naui succutiuntur & pleriq; cadunt incauti in partem aduersam propter impetum

impetum à naui acceptum ; ex quo certè experimento maximè confirmatur hic impetus à naui impressus, per quem Galileus ex hypothesi motus æstum maris explicat exemplo appulsarum nauium ad littus , quæ aquam vehunt.

Theorema 82.

Hinc demissus globus plumbeus, vel alterius materiæ , quæ facilè vim aëris infringat è summo malo nauis ad imum ferè malum descendit , hæc est experientia à Galileo producta , non tamen adinuenta , à Gassendo doctissimè & elegantissimè explicata , ab omnibus Copernici sectatoribus toties decantata , quæ vulgus ignobile ad admirationem adducit ; imò plures è Philosophis fuere, qui eam in dubium adducerent, cum eam suis principiis, ne dicam fortè somniis aduersari putarent; certissimum tamen est illud experimentum centies , imò millies comprobatum , totis etiam vrbibus spectantibus. Nec ratio huius experimenti adeo' abstrusa est, vel recondita, quin à vulgari , ne dicam triobolari Philosopho statim explicari possit ; cum enim imprimatur à naui mobili impetus pendulo globo per horizontalem, & alius ab ipsa grauitate deorsum per Th. 71. certè mouetur globus demissus resecto funiculo motu mixto ex horizontali nauis, naturali corporis grauis ; igitur per lineam curuam , quæ ferè ad imum malum terminatur , sed modicum figuræ adhibendum est; [a] sit planum aquæ horizõtale, cui innatat nauis I H; sit malus I A perpendicularis altus 48. pedes; diuidatur in 4. partes æquales ; corpus graue conficiat spatium illud duobus secundis, v.g. igitur A K vno secundo; est autem V K 12. pedum ; iam verò moueatur nauis per horizontalem I H, vel A L maxima quasi velocitate qua triremis moueri potest ; ita vt vna hora faciat 16. milliaria Germanica, & 15'. 4. milliaria, 3' 800. passus, 1' 266. 1'' 4. passus & $\frac{13}{30}$; supponamus 1'' conficere 18. pedes, sitque A C 18. & A K vel C E 12. haud dubiè motu mixto faciet lineam A E, & secundo tempore lineam E H , donec tandem cadat in punctum H nauis, quò ferè peruenit punctum I ; nam eodem modo retardatur motus nauis ; immò plùs quàm motus globi ; quod scilicet partes aquæ , quæ à naui diuiduntur multum resistant ; vnde fit compensatio ; nam initio motus violentus , quasi secum rapit motum naturalem initio tardissimum ; præsertim cum non acceleretur , nisi iuxta rationem plani inclinati, vt suprà dictum est, & in fine naturalis rapit violentum.

[a] *Fig. 4. Tab. 1.*

Dixi ad imum ferè malum; nam reuera aliquid deest quod tamen insensibile est ; sed quia modico tempore globus descendit; sit enim malus 108. pedum altitudinis, descendit globus tempore 3'' ; fit 192. 4''' ; fit si fieri potest 432. descendet 6'', sed nunquam accedit ad tantam altitudinem ; igitur duobus vel tribus secundis descendit ; igitur modico tempore ; igitur violentus motus censeri debet eo tempore æquabilis sensibiliter ; & cum motus nauis nunquam sit eiusdem velocitatis cum illa quæ acquiritur tempore 2'' in descensu, quia cum in descensu acquirantur, hoc dato tempore ferè 48. pedes spatij ; certè motu æquabili cuius

esset eadem velocitas acquirerentur 96. sed vix acquirerentur 24. vt dictum est suprà; igitur vix nauis percurrit in horizontali æqualem lineam
a *Fig. 5. Tab. 2.* longitutidini mali eo tempore, quo globus nauim attingit a sit enim altitudo mali F A 48. pedum; sit amplitudo spatij horizontalis æqualis F A; haud dubiè 1″ percurret A D, id est 12. pedes ferè, quo tempore percurrat F G. 24. pedes & 20″ percurret D F, & G I. si motus sumatur vt æquabilis, vel G H, si retardatur, igitur 1°″ mobile percurrit segmentum curuæ A E & 2° E H.

Et licèt videatur tantùm acquirere M I, quæ est minor D F 15. perpendiculari deorsum, acquirit totam E H, quæ non modo est à motu naturali, verùm etiam à motu violento; nec enim motu naturali dum miscetur cum alio, tantùm acquiritur deorsum, quantùm reuerâ acquiritur motu naturali puro, vt suprà monuimus; quia tamen etiam deorsum motus violentus deflectitur, etiam aliquid spatij ratione violenti deorsum acquiritur; si enim vbi peruenit in E vterque impetus intactus remaneret sine accessione, sine imminutione; haud dubiè per eamdem E M, quæ sit tangens huius curuæ A E H suum cursum prosequeretur; igitur acquireret deorsum totam D N, vel E O propter impetum naturalem præuium; si verò aliquid naturalis accedat, quid mirum si ratione illius acquiratur M I, vel N F?

Dices non descendit tam citò motu naturali accelerato, mixto cum violento, quàm motu puro naturali.

Respondeo concedo; vnde nunquam ex A in H 2″ descendit; sed tardiùs, licèt F A sit 48. ped. sed parùm abest tùm propter minorem resistentiam huius impetus violenti, qui facilè detorquetur, & consequentur minùs illius perit, tùm quia etiam destruitur aliquid violenti; igitur paulò plùs temporis collocat in G I, quàm in F G.

Scholium.

Obseruabis primò, si nouus impetus accedat, non esse expectandum hunc effectum; quippe nihil accipit à naui globus deinceps, vbi semel resecto fune ab ea quasi separatur.

Secundò, si statim sistat nauis demisso globo ad vnum malum nullo modo descendet, vt patet, sed antè.

Tertiò, si demittatur globus dum sistit nauis, tùm deinde, vbi demissus est, impellatur nauis; non descendet etiam ad radicem, sed retrò.

Quartò, motus nauis non est æquabilis, quidquid dicat Galileus; alioquin vna remorum impulsione opus esset, vt semper eodem motu moueretur, aut certè si continua remigatione impellatur; crescceret in infinitum velocitas motus, si nihil de priori velocitate detraheretur; retardatur igitur ille nauis motus propter resistentiam aquæ, cuius partes & impellendæ & sulcandæ, seu diuidendæ sunt; hinc fiunt rostratæ naues vel cuspidatæ vt faciliùs aquam findere possint; igitur ille motus nauis non est æquabilis; Idem prorsus dicendum est de impetu impresso in globo,

globo, cuius aliquæ partes destruuntur, ne sint frustrà, quod suprà de projecto per horizontalem vel inclinatam luculenter demonstrauimus.

Quintò si demittatur ex alia naui proxima immobili perpendiculariter omninò descendet; Vnde valde hallucinantur ij, qui existimant hunc motum esse ab aëre quem nauis commouet, quod falsissimum est, quia pertica ad instar mali parùm aëris commouet; adde quod aër retrò agitur, vt patet in aqua; præterea si è curru immobili demittatur globus eo tempore, quo alius currus præteruolat, descendit perpendiculariter; si verò è curru mobili etiam in maiori distantia porrecta scilicet maximè extra currum demittente dextera; globus ab ipso curru capietur; hîc etiam obseruabis idem prorsus accidere in curru mobili, quod in naui; si enim è fenestra currus mobilis demittas pilam, semper cadet ex aduerso; idem dico de currente equo, cui insidens demittat globum, imò si locus sit planus & politus, pila per aliquod tempus currum, vel equitem insequetur, quod quisque probare poterit, vt reuerâ centies probatum fuit.

Sextò ad rationem Galilei, qui contendit motum circularem circa centrum terræ esse æquabilem, quia scilicet mobile non recedit à centro: leuis est omninò ratio; quia globus in medio aëre motu mixto mouetur, id est habet impetum partim deorsum, partim per tangentem, & nullo modo per circularem, vt certum est; nec enim rotata alium impetum imprimunt; igitur violentus est; igitur destrui debet etiam iuxta communia principia: adde quod motus mixtus fit per Diagonalem quod etiam ipse admittit; igitur totus impetus æqualem motum non habet; nec enim Diagonalis æqualis est vnquam duobus lateribus; igitur aliquid illius frustrà est; igitur destrui debet; præterea licèt motus circularis sit perennis circa centrum mundi; nam de illo tantùm est quæstio, hoc ipsum supponit primò motum illum esse simplicem; secundò, nullam prorsus esse resistentiam; atqui in hoc casu vtrumque deficit; nam motus ille circularis non est simplex sed mixtus, & obest resistentia aquæ, vt suprà dictũ est; nisi verò consideres descendentẽ globum è summo malo, quis dicat esse circularem? adde quod nauis imprimit tantùm rectum per tangentem, vt iam suprà dictum est; porrò ad illud, quod dicit non destrui motum circularem à naturali, cui non est contrarius, cum non remoueat longiùs à centro; videtur omninò dissimulare causam impetus destructiuã, quæ cettè in cõtrarietate tantùm determinationis posita est, vt suprà dictum est; ex qua sequitur aliquid impetus frustrà esse; ac proinde destrui per Axioma illud toties decantatum, *Quod frustrà est, non est*: Præterea non video quomodo hanc rationem proponat magnus Galileus, qui nullum alium impetum violentum destrui putat, nisi tantùm illum, qui est per lineam verticalem sursum; nam ex motu illo impresso æquabili, & naturali accelerato suas Parabolas adstruit.

Septimò, non est tamen quod diffitear ingeniosè excogitatum ab eo fuisse, ideo globum è summo malo demissum ad imum descendere, quod scilicet descendat motu mixto ex naturali accelerato, & violento æqua-

a *Fig. 5. Tab. 2.* bili, quod vt breuiter ob oculos ponatur [a] sit malus nauis mobilis I A, quæ eo tempore, quo corpus graue descendit ab A in D motu naturali, percurrit F G æquabili motu, & consequenter G I æqualem F G eo tempore, quo idem corpus graue percurrit D F triplam A D; igitur globus demissus ex A suo motu describit Parabolam A E H; quod etiam accidet assumpta quacunque altitudine mali vel quocunque spatio confecto à naui mobili eo tempore, quo corpus graue motu naturali accelerato conficit spatium æquale altitudini mali.

Octauò, non est tamen dissimulandum, quod etiam non dissimulauit Mersennus, talem non fore descensum, si nauis v. g. eadem cum emissa sagitta, vel explosa è tormento glande velocitate moueretur; non quod aër vel medium obsistat, vt ipsi dicunt; hoc enim iam suprà rejecimus; sed quod major impetus violentus efficiat, vt iam suprà dictum est, ne in tanta proportione naturalis acceleretur; quod etiam suo boatu intonant tormenta maiora, è quibus horizontaliter directis explosæ pilæ per plura secunda in libero aëre moueantur, licèt os tormenti à plano horizontis vix tribus pedibus absit; igitur non describunt suo motu Parabolas; hinc sub finem minor est ictus; hinc etiam fatetur idem Mersennus secundum spatium horizontale confici tardiore motu quàm primum & tertium quàm secundum, atque ita deinceps.

Theorema 83.

b *Fig. 6. Tab. 2.* *Si corpus graue proiiciatur sursum perpendiculariter è naui mobili, sunt tres impetus qui concurrunt ad illum motum* [b] sit enim nauis mobilis per horizontalem L F, è qua sursum rectâ per lineam perpendicularem L A proiiciatur corpus graue; huic certè inest triplus impetus, scilicet duo violenti, alter per verticalem L A impressus à proiiciente; alter per horizontalem L F impressus à naui; tertius denique naturalis per ipsam perpendicularem deorsum L P; igitur tres isti impetus suo modo concurrunt ad motum per Ax. 1. certè si inessent tantùm duo impetus scilicet L A, & L F, motus fieret per inclinatam rectam L C; vel si tantùm duo L P, & L A fieret per ipsam L A motus retardatus; vel si L F & L P fieret per curuam deorsum, vt constat ex dictis; igitur per aliam lineam fieri debet ad quam tres illi impetus concurrunt.

Theorema 84.

Tam pugnat impetus naturalis per L P cum verticali L A quando est conjunctus cum horizontali L F, quàm cum nullus est horizontalis, probatur, quia semper mobile deorsum trahit, vt patet.

Theorema 85.

Hinc naturalis est æquabilis, & violentus sursum est retardatus; horizontalis verò est æquabilis saltem æquiualenter; quia cum illo non pugnat horizontalis, in ascensu saltem perinde se habet; immò cum illo conuenit ad destruendum violentum sursum, id est ad deflectendum deorsum mobile vt constat; igitur hic motus constat ex naturali & horizontali

æquabi

æquabilibus, & violento retardato [a] sint enim tres impetus ab eodem puncto E scilicet E F, E D, E A; ex E A E D fit mixtus E G, ex E A, E F, violentus E B; denique ex mixto E G à naturali E F fit E C, quæ omnia sunt clara.

[a] *Fig.7. Tab. 2.*

Theorema 86.

Ascendit mobile ad eamdem altitudinem hoc motu, ad quem ascenderet sine horizontali v. g. sine horizontali ascendit in B, cum horizontali ascendit in C, sed D C, & E B sunt eiusdem altitudinis.

Scholium.

Obseruabis, licèt iste motus non fiat per lineam parabolicam, vt suprà demonstrauimus Th. 54. & reliquis; quia tamen sensibiliter proximè accedit, deinceps vtemur Parabola vt in fig. [b] Th. 83. & horizontalem motum accipiemus pro æquabili; licèt omninò æquabilis non sit; nisi tantùm æquialenter; dixi æquialenter, quia eodem modo se habet hic motus, ac si per inclinatam sursum L C impetu scilicet L C mobile proiiceretur; sed in hoc casu destrueretur impetus ille per inclinatam simplex; igitur & mixtus; quia tamen ille qui remanet partim ex L A, partim ex L F eodem modo ferè se habet ac si totus L F intactus maneret; hinc dictum est suprà æquialenter esse æquabilem.

[b] *Fig.8. Tab.2.*

Theorema 87.

Ascendit hoc motu ad subduplam altitudinem illius, ad quam motu mixto tantum ex verticali & horizontali sine naturali ascenderet; quippe ascenderet [c] in C fig. Th. 83. sine impetu naturali, sed F C & L A æquales sunt; atqui motu violento puro, nisi naturalis obesset, ascenderet in A; at verò si obest naturalis; ascendit tantùm motu violento in K, & mixto in in D; quia ex K in L motu naturali tot acquireret mobile gradus impetus naturalis quot amittit in motu violento ab L in K; sed cum in impetu acquisito à K in L motu æquabili ascenderet ab L in A, quæ est dupla L K vt ostendimus in secundo libro; sed motu mixto, & verticali, & horizontali ascenderet in C; sed F D est subdupla F E; igitur motu mixto ascendit ad subduplam altitudinem, &c.

[c] *Fig.6. Tab.2.*

Theorema 88.

Mobile projectum è naui mobili, vbi ad summam altitudinem peruenit motu mixto ex verticali retardato, horizontali æquabili, & naturali item æquabili, descendit etiam motu mixto ex horizontali retardato saltem æquialenter, & naturali accelerato; dixi æquialenter, quia vt dixi in Sch. Th. 86. licèt remaneat aliquid impetus verticalis qui in communem lineam abit cum horizontali; res tamen perinde se habet atque si totus verticalis destrueretur, & totus horizontalis intactus permaneret; igitur descensus fit motu mixto ex naturali accelerato & horizontali retardato per Th. 30. quia tamen modico illo tempore parùm retardatur, vt suprà monui, sensibiliter accipi potest pro æquabili.

Theorema

Theorema 89.

a Fig. 6. Tab. 2. *Hinc sensibiliter ex ascensu & descensu fit* [a] *integra Parabola*; nam proiiciatur ex L in A, eo tempore, quo nauis mouetur ex L in F, certè si tempus illud diuidatur bifariam prima parte mobile percurret L I triplam I K in verticali, & L M subduplam L F in horizontali; igitur erit in G; secunda verò perte temporis in verticali percurrit I K, & M F in horizontali; igitur erit in D; præterea si accipiantur duæ aliæ partes temporis æquales; prima in perpendiculari deorsum percurret D E æqualem L K, & in horizontali D O; igitur erit in N; secunda vero in perpendiculari percurret N Q triplam N O, & N R in horizontali; igitur erit in S; sed hæc est Parabola; nam vt se habent quadrata applicatarum v.g. E G, F L, ita sagittæ D E, D F; dixi sensibiliter, nam vt suprà monui est alia linea, quæ tamen proximè accedit ad Parabolam.

Theorema 90.

Hinc ferè recedit mobile in idem punctum nauis, è quo sursum proiectum est; dixi ferè, quia non est omninò Parabola; immò supponitur motus horizontalis tùm nauis tùm mobilis omninò æquabilis, à quo tamen tantillùm deficit, sed in tam breui tempore non est sensibile.

Theorema 91.

Hinc quantùm initio detrahit horizontali verticalis intensior, & sub finem remittit, tantùm initio remittit horizontali naturalis tardior, & sub finem velocior detrahit; sic in ascensu linea curua L D, initio parùm recedit à verticali L K, & multùm sub finem; in descensu verò curua D S accedit propiùs ad horizontalem D T, à qua multùm recedit sub finem.

Theorema 92.

Hinc eadem, quâ mobilis proijcitur sursum è naui mobili, recipitur manu; probata centies experientia; idem dico de sagitta, arcu emissa, glande tormento explosa, &c. sic dum demittis manu in eadem naui aliquod graue deorsum, eadem semper à te distantia cadit; sic in rhodis currentibus poma odorifera, sursum modica vi projecta eadem semper excipiuntur manu, perinde atque si currus ipse staret. Ita prorsus se res habet dum insidens equo etiam perniciissimè currenti ludis huiusmodi motibus; quorum nullum prorsus discrimen obseruabis in naui, siue stet siue moueatur solito cursu; si enim eadem velocitate, qua vel emissa sagitta, vel glans explosa moueretur; haud dubiè maximum discrimen intercederet.

Theorema 93.

Hinc si pilam projectam è naui mobili continuo intuitu prosequaris sursum rectà ferri iudicabis; quippe cum perpetuò mutes perpendicularem propter motum nauis, in eadem semper esse putas, in qua pila semper occurrat; licèt reuerâ qui sunt in naui immobili rem aliter esse iudicent;

iudicent; quippe vident pilam suo moiu describere curuam non similem illi, quam discus per lineam inclinatam sursum proiectus suo motu describeret; neque mirum est, cum sint eædem vtriusque rationes, cum hac tantum differentia, quòd inclinata disci sit motus simplicis, inclinata verò pilæ ascendentis sit motus mixti ex horizontali & verticali, æquabili quidem in ascensu accelerato in descensu.

Theorema 94.

Ex his vides non valere vulgarem rationem, quæ vulgò affertur contra motum terræ, sequi scilicet ex eo lapidem proiectum sursum per verticalem longo interuallo versus occasum retrò descensurum, quod tamen etiam ex motu terræ supposito non sequeretur, cum non sequatur ex motu nauis.

Igitur alia ratione impugnari debet hypothesis illa, quæ terræ motum destruit; quod certè si à me fieri possit, in tractatu de corporibus cœlestibus, vel de nouo systemate aliquando præstabimus; non tamen est quod hîc dissimulem aliquorum agendi methodum, qui ex hoc phœnomeno constanter asserunt terram moueri; nam primò, sequeretur tantùm moueri circa centrum id est motu orbis, non verò motu centri; quæ est hypothesis Origani. Secundò ex quiete terræ hoc idem phœnomenon sequitur; quippe, si terra quiescit, eadem manu cadentem excipio lapidem, quæ sursum rectà proiicit; igitur quemadmodum ex hoc non infero terræ quietem, sed aliunde; ita neque ex hoc inferri potest terræ motus; cum enim duplex hypothesis eodem phœnomeno stare potest, neutra ex eo euincitur; igitur sicuti fateor ex hoc phœnomeno minimè demonstrari terræ quietem ita & tu fateri debes ex eo minimè adstrui posse terræ motum.

Adde quod, haud dubiè si terra quiescit citiùs proiectus lapis sursum descendit, quàm si mouetur; nec enim vt dictum est suprà proiecta velocissimo motu per horizontalem descendunt eo tempore, quo ex eadem altitudine motu purè naturali descenderent; quod multis euincitur experimentis, vt vidimus in Th. 45. atqui punctum terræ sub æquatore velocissimè moueretur, quod vno temporis secundo conficeret 1250. pedes geometricos si 5. pedes geometrici tribuantur passui, 4000. passus leucæ germanicæ, 15. leucæ germanicæ gradui Æquatoris, toti demum Æquatori 360. gradus; cum autem iactus mediùs tormenti validissimi sit 15000. pedum, duretque 30'' temporis; certè 30'' temporis conficit punctum æquatoris 37500. pedes; igitur mouetur velociùs explosa glande; igitur si hæc velocitas glandis impedit, ne tàm citò deorsum cadat, major velocitas motus terræ potiori iure illud ipsum impediet; igitur si terra quiescit, globus sursum proiectus velociùs recidet in terram, etsi terra moueatur tardiùs.

Scholium.

Obseruabis duos tantùm motus in naui mobili fuisse hactenus explicatos; primus est, quo demittitur plumbea pila è summo mali; secundus est, quo ex sũmo malo, vel ex alio nauis mobilis puncto proiicitur sursũ cor-

pus graue per lineam verticalem; sunt autem plures alij motus, tot scilicet, quot possunt duci lineæ è summo malo in orbem quoquo versum; quarum hæ sunt præcipuæ.[a] sit apex mali B; circa quem describatur circulus ACD E, sitque primò circulus ille verticalis parallelus scilicet lineæ directionis nauis B A, quæ sit v. g. versus Boream; primò habes lineam verticalem sursum B E; secundò perpendicularem deorsum B C; tertiò lineam directionis versus Boream B A; quartò illi oppositum versus Austrum B D; tùm voluatur circulus circa axem immobilem A D per quadrantem integrum, dum scilicet BE sit ad Ortum, quæ est quinta linea, & BC ipsi opposita ad Occasum, quæ est sexta. Igitur habes 6. lineas; scilicet sursum, deorsum, versus Boream & Austrum, versus Ortum, & Occasum; linea quæ tendit deorsum potest dupliciter considerari, vel enim demittitur sua sponte, vel proiicitur.

[a] *Fig.8. Tab.2.*

Iam verò inter Boreã, & Occasum habes lineas triplicis generis, primò horizonti parallelas, quæ vt considerentur; censeatur prædictus circulus parallelus horizonti, ita vt ex centro B ducantur ad circumferentiã tot lineæ, quot sunt puncta in circumferentia; secundò inclinatas sursum & inclinatas deorsum; similiter inter Occasum & Austrum, inter Austrum & Ortum, inter Ortum & Boream; porrò exprimes omnes lineas, si apicem mali fingas centrum globi, seu si in circulo prædicto verticali à centro B ad circumferentiam ducantur tot lineæ quot possunt duci, tuncque circa axem E C immobilem voluatur circulus, &c. his positis sit.

Theorema 95.

Si proiiciatur globus deorsum à summo malo, descendet ferè ad imum malum; probatur, quia descendet quidem velociùs quàm si motu naturali descenderet vt constat per Th. 69. sed profectò nihil acquiret in horizontali globus, quod non acquirat nauis; igitur imùm ferè malum attingit[b] sed opus est aliqua figurâ; sit enim apex mali A, descendatque primò ex A sua sponte in H; haud dubiè si eo tempore, quo motu naturali conficit A D, mixto deorsum conficit A F, eo tempore cadet in G ex A si hic impetus deorsum adueniat; sed res est clara; hæc porrò figura non est Parabola, licèt sit curua; constat autem hîc motus ex naturali accelerato, ex impresso deorsum æquabili per se, & horizontali sensibiliter æquabili; potest autem designari hæc linea motus ex suprà dictis.

[b] *Fig.9. Tab.1.*

Theorema 96.

Si in circulo verticali prædicto proiiciatur per lineam horizontalem versus Boream, mouebitur globus motu mixto ex duplici horizontali per eamdem lineam ferè æquabili; id est sensibiliter, licèt geometricè loquendo retardetur, & naturali accelerato; sit perpendicularis[c] deorsum A H, horizõtalis AC, quam conficiat eo tempore, quo conficit AH motu naturali, motu mixto perueniet in K; si verò duplicetur horizontalis, ita vt eo tempore quo conficit AH, conficiat AD, motu mixto perueniet in L; hæc autem curua

[c] *Fig.10. Tab.1*

H L accedit ad Parabolam licèt non sit vera Parabola; quia quando iactus horizontalis est velocissimus, qualis in arce, vel in tormentis bellicis, eodem tempore mobile non decidit in terram, quo descenderet motu purè naturali ex eadem altitudine.

Theorema 97.

Hinc, si motus nauis esset æqualis motui sagittæ, motus ex vtroque mixtus duplam amplitudinem in plano hòrizontali acquireret, v.g. si tantùm sagitta emissa arcu extra nauim ex A perueniret in K, in naui mobili perueniret in L; si verò nauis, vt reuerâ fit, tardiùs moueatur, sagitta è naui emissa versus Boream scilicet acquiret pro rata, id est si nauis motus sit tantùm subduplus perueniret in M; si subquadruplus in N &c.

Theorema 98.

Hinc tormentum bellicum quod est in prora directum ad eamdem lineam, quam suo motu conficit nauis maiorem iactum habebit, non tamen sensibiliter; quia motus nauis parum addit; obseruabis tamen non videri maiorem quàm si nauis quiesceret, quia eo tempore, quo sagitta ex A peruenit in L, nauis ex H peruenit in K; igitur videtur semper esse idem iactus, siue moueatur nauis siue non, quia est semper eadem distantia nauis, & termini iactus; cum nauis id totum acquirat spatij, quod motui sagittæ accedit.

Theorema 99.

Hinc vt quis maiore nisu lapidem v. g. proijciat, tùm longiore tempore brachium rotat, tùm præuio cursu impetum auget, quia non tantùm impetus brachij imprimitur mobili, sed etiam impetus totius corporis; hinc etiam si præmittatur cursus longiore saltu in plano horizontali maius spatium traiicitur; quæ omnia ex iisdem principiis manifestè sequuntur.

Theorema 100.

Si verò per oppositam lineam versus Austrum proijcitur mobile, mouebitur motu mixto ex duobus horizontalibus ad oppositas lineas, & ex naturali accelerato; sit proiectio per AB, ita vt mobilè perueniat in L nisi impediatur; certè si nauis motu subduplo in oppositam partem feratur, peruenit tantùm in K, quæ omnia constant ex dictis; nam impetus oppositi pugnant pro rata, vt sæpè diximus; videbitur tamen esse æqualis iactus; si enim eo tempore, quo sagitta peruenit in K, nauis fertur in oppositam partem spatio æquali KL, haud dubiè distantia semper erit æqualis; tantùm enim recedit versus Boream nauis, quantùm sagitta à puncto L ad punctum K reducitur.

Theorema 101.

Si motus nauis esset æqualis motui sagittæ v. g. [a] *si nauis ferretur per lineam G C seu T A versus Boream, & sagitta è summo malo emitteretur per lineam T O versus Austrum, descenderet per lineam T.G. nec quidquam* [a] *Fig.* 12. *Tab.* 2.

acquireret in horizontali;quod probatur per Th. 133. l.1. ſic globus tormenti etiam ne latum quidem vnguem pertranſiret in horizontali,videtur tamen ſemper eſſe idem iactus;nam eo tempore, quo ſagitta caderet à T in G,nauis eſſet in C,atqui CG & GM ſunt aſſumptæ æquales;hinc potiùs arcus eſſet emiſſus quàm ſagitta,& tormentum exploſum quàm globus.

Scholium.

Obſeruabis, ſi nauis motus ſit ad motum ſagittæ v. g. in ratione ſubdupla,ſcilicet vt FG,vel LM ad GM peruenit in L per Parabolam TL;ſi vt EG vel KM ad GL peruenit in K per Parabolam T K;ſi vt D G vel I M ad G M peruenit in I per Parabolam T I ,&c. vnde vides Parabolas iſtas ſemper in infinitum contrahi , donec tandem in rectam TG deſinant vbi motus nauis eſt æqualis motui ſagittæ: Parabolas dixi ſenſibiliter,ſcilicet eo modo,quo ſuprà.

Theorema 102.

Si verò motus nauis eſſet maior motu ſagittæ , ſagitta ferretur in eamdem partem in quam fertur nauis per ſpatium æquale differentiæ illorum motuum, v.g. ſi nauis moueatur per GM & ſagitta per TA,ſitque motus nauis ad motum ſagittæ,vt GM,ad I M;eo tempore quo nauis attinget M,ſagitta cadet in I,& ſi motus ſit vt G M ad K M cadet in K vel vt G M ad G L cadet in L. per Parabolas, quæ omnia conſtant ex dictis, & ex Theoremate per 134. l.1.

Corollarium 1.

Ex illa hypotheſi ſequitur egregium paradoxon ſcilicet ſagittam retorqueri in ſagittarium ; ſit enim motus nauis ad motum ſagittæ vt G M ad L M; haud dubiè per Th. ſuperius eo tempore , quo nauis peruenit ad M ſagitta attinget punctum L, & eo tempore quo nauis eſſet in L ſagitta eſſet in puncto Y , ſi cum nauis peruenit in L illicò ſiſtat ſagitta, cadet in ipſam nauim ; nam cadet in L quod clarum eſt : dixi ſi nauis ſiſtat poſt emiſſam ſagittam,ſi enim nauis ſemper moueatur,æquabilis ſemper eſſe videbitur ſagittæ iactus,ſi enim è naui immobili emiſſa fuiſſet prædicta ſagitta per horizontalem TO,acquiſiuiſſet ſpatium vel amplitudinem G L;ſed videtur confeciſſe M L,cum nauis mouetur;atqui M L eſt æqualis LG,quid clarius?

Hinc ſi quis in naui currat per lineam directionis id eſt verſus eam partem,in quam mouetur nauis,curret velociùs;immò ſi ambulet,ingentes faciet paſſus ſeu ſaltus v.g.ſi nauis conficit ſpatium GM eo tempore quo aliquis ſaltat ex G in H;haud dubiè amplitudo eius ſaltus erit compoſita ex tota GM & GH ; ſi verò in partem oppoſitam verſus C currat: vel currit velociùs,vel tardiùs,vel æquali motu:ſi primum,aliquid ſpatij acquiret verſus C æqualis ſcilicet differẽtiæ motuum;ſi ſecundũ,recedet verſus M ſpatio æquali eidem differentiæ;ſi tertium,nec accedet,nec recedet,ſed totis viribus currens ſeu tentans currere in eodem ſemper loco ſtabit:

eo ſtabit, vel ſi ſit rotatus globus in tabulato nauis, mouebitur motu orbis circa centrum immobile.

Theorema 103.

Si proiiciatur mobile per lineam inclinatam deorſum, quæ ſit hypothenuſis trianguli orthogonij, cuius baſis ſit horizontalis & perpendiculum ſpatium, quod percurritur motu naturali æquali tempore, idque in naui mobili in eam partẽ, verſus quam mouetur nauis, erit motus mixtus ex naturali accelerato & inclinato mixto ex horizontali & alio inclinato [a] ſit enim horizontalis AD, perpendicularis AMK, ſit A M ſpatium quod percurritur in perpendiculari motu purè naturali, eo tempore, quo percurritur AC ſubdupla A D, ſitque A M ſubdupla A C, & ſecundo tempore æquali percurratur in horizontali C D, & in perpendiculari M K tripla A M; erit motus mixtus per lineam parabolicam A N H; nam ſuppono horizontalem æquabilem, cùm parùm ab eo abſit, vt ſupradictum eſt; præſertim cum ſenſibiliter hæc linea ſit parabolica. [a] *Fig.* 13 *Tab.* 2.

Iam verò in eadem naui proiiciatur mobile per inclinatam A P, quæ ſit diagonalis quadrati AP, & impetus per inclinatam AP ſit ad impetum per horizontalem AC, vt AP ad AC; ducatur LPF parallela M N, & CF parallela AP; denique diagonalis AF: haud dubiè ML eſt æqualis AM, vt patet; & ſi motus eſſet tantum mixtus ex A C & A P fieret per diagonalem A F, quam mobile eodem tempore percurreret quo vel AC vel AP; igitur ſi dum percurrit AF percurrit A M, motu naturali, certè dum percurrit A N ſubdupla A F, percurret tantùm ſubquadruplam AM; aſſumatur ergo NO æqualis AS, & FG æqualis AM; ducaturq; curua A OG, hæc eſt linea quęſita.

Itaque idem dicendum eſt de his inclinatis, quod de aliis ſuprà dictum eſt Th. 72. niſi quod accipitur inclinata mixta ex horizontali & data inclinata, v.g. ANF ex AC & AP; hæc autem linea non eſt Parabolica, quia quadratum MN, vel VO eſt ad quadratum RG vt 1. ad 4. at verò ſagitta AV eſt ad ſagittam AP, vt 5. ad 12. porrò hæc linea ſecat Parabolam vt patet; ſi verò accipiatur inclinata AI, mixtâ inclinata erit AH igitur aſſumatur Hχ æqualis A M, & P Z æqualis A S ducetur linea huius motus per AZX. quænam verò ſint hę lineæ, dicemus aliàs Tomo ſequenti.

Theorema 104.

Si proiiciatur per inclinatam ſurſum in eam partem, in quam mouetur nauis, erit etiam mixtus ex naturali, & inclinato ex horizontali, & data inclinata; vnde idem prorſus dicẽdum eſt de mixta inclinata, quod de ſimplici inclinata, de qua multa ſuprà dicta ſunt à Th. 47. ſuppoſito tamen motu naturali accelerato, ad quem proximè accedit propter mutationem perpetuam lineæ. [b] ſit enim inclinata ſurſum A B, quæ percurratur motu æquabili eo tempore, quo horizontalis AE, vel quo motu naturali L A; diuidatur AE bifariam in D; ducatur DG, tùm DC, AC, hæc eſt linea motus mixti ex inclinata AG, & horizontali AD; ſequitur deinde Parabola; nam eo tempore quo percurritur AD, percurritur AG, & LM vel FA; [b] *Fig.* 14 *Tab.* 1.

certè eodem percurritur AC, igitur ſubduplo tempore percurrētur A N; igitur FO, quæ eſt ſubquadrupla FA; igitur aſſumatur N H æqualis FO, & CK æqualis F A, & ducatur curua per puncta AHK; hæc eſt ſemiparabo-
a *Fig.11 Tab.2.* la, nam K I eſt ad K E vt quadratum I H ad quadratum E A.

Vnde vides omnes inclinatas [a] ſurſum vſque ab horizontali D B ad verticalem D A incluſiuè eſſe Parabolas; omnes verò inclinatas ab eadem horizontali D B ad perpendicularem D C incluſiuè non eſſe Parabolas, ſed propiùs accedere ad rectam, vnde aliquis ſuſpicari poſſet eſſe Hyperbolas.

Theorema 105.

b *Fig.16 Tab.2.* *Si proijciatur mobile per inclinatam ſurſum vel deorſum in partem oppoſitam directionis nauis,* [b] *ſcilicet per diagonales deſcendit & aſcendit per lineam rectam, ſurſum vel deorſum, v.g.* ſit horizontalis K L, inclinata deorſum K B, mixta erit K L; ſit etiam inclinata K L, & horizontalis C H; mixta erit K H, cui addatur in eadem K F portio ſpatij, quod motu naturali percurritur; idem dico de aliis inclinatis.

Præterea ſit horizontalis V X, inclinata ſurſū V N; mixta erit V Y; ſic ex V O V X fiet V S detracta ſcilicet portioni ſpatij, quod detrahitur à motu naturali; ſi verò ſit vel major motus horizontalis, vel minor eo, quem aſſumpſimus, non percurrit mobile lineam rectam ſed vel Parabolam ſi ſurſum proiiciatur, vel ſi deorſum aliam nouam, quam ad Hyperbolam accedere ſuprà diximus.

Hinc certè, quod mirabile dictu eſt, ſi è puncto nauis V ſurſum per inclinatam V O proiiciatur, ſtatimque poſt proiectionem ſiſtat nauis, in ipſam nauim deſcendet mobile; atque ita ex his habeo omnes motus circuli verticalis paralleli lineæ directionis; quare ſupereſt vt explicemus alios motus; ac primò quidem per circulum horizontalem, cuius habeo quoque duas lineas, ſcilicet communes ſectiones horizontalis & prioris verticalis, id eſt lineam directionis verſus Boream, & oppoſitam verſus Auſtrum.

Theorema 106.

Si proijciatur mobile per horizontalem verſus Ortum è naui mobili,
c *Fig.15. Tab.2.* *mouebitur motu mixto ex duplici horizontali, & naturali deorſum* [c], ſit enim horizontalis verſus Boream A C, & alia horizontalis A H verſus ortum in eodem plano horizontali; certè ex vtraque fit mixta A K, quæ ſi percurratur æquali tempore cum A C, & eius ſubdupla cum A B, A C verò æquali tempore cum A F; quamquàm ſuppono iam eſſe perpendicularem deorſum A B; denique cum A G ſubquadrupla A F aſſumatur E D æqualis A G perpendiculariter ducta in A D, & K L æqualis A F parallela E D, & per puncta A E L ducatur curua, hæc eſt linea motus quæſita; voluatur autem triangulum A K L, donec ſit parallelum circulo verticali vel alteri, A C O erit in proprio ſitu; vnde eo tempore, quo eſſet in D E punctum nauis A eſſet in B, & eo, quo eſſet in K L, punctum A eſſet in C; hoc eſt ſingula puncta A K, è regione A C ductis parallelis

B D,

B D, C K, ac proinde nauis & mobile semper essent è regione in linea versus ortum.

Hinc si ex A dirigas sagittã in H feris punctum K, quam artem probè nosse debent rei tormentariæ præfecti; quippe sagitta aberrabit à scopo versus Boream declinans toto eo spatio, quod conficit nauis eodem tempore, quo mouetur sagitta; ita prorsus si moueatur H versus K, vt attingas ex puncto immobili A debes dirigere ictum in K, si quo tempore sagitta conficit A K scopus H percurrit H K. Idem prorsus dicendum est de iaculatione per lineam oppositam versus occasum.

Si verò proiiciatur mobile per lineam inter Boream, & Ortum, linea motus erit Parabola [a] cuius Tangens erit mixta ex horizontali versus Boream, & declinante versus Ortum, v.g. sit horizontalis versus Boream A F, quam hactenus assumpsi pro linea directionis; sit linea versus Ortum A C; sit declinans versus Boream A L; sitque impetus A L, ad A E vt A L ad A E, quod hactenus supposui; sit L G æqualis A E, A G est mixta ex A E, A L; assumatur K I, & G H vt iam diximus; fiatque Parabola A I H, quæ circa axem A E ita voluatur, vt sit perpendicularis plano horizontali L F. *Fig.17* *Tab.2.*

Idem dico de omni alia declinante vel à Borea ad Ortum, vel ad Occasum.

Theorema 107.

Si mobile proiiciatur per declinantem ab Austro ad Ortum, cuius impetus sit vt linea; conficit lineam parabolicam, cuius tangens vel amplitudo est recta ad Ortum; [b] sit enim N F ad Boream, N A ad Austrum, N I ad Ortum, N D ad Occasum; sit N L declinans ab austro ad Ortum, sitque impetus per N L ad impetum per N F, vt N L ad N F; mixta ex N F N L est H K; sit autem K H æqualis spatio, quod conficitur motu naturali eo tempore, quo percurritur N F, sit K I æqualis N K, & I G quadrupla K H; Parabola N H G est linea motus quæsita dum voluatur N I G circa axem N I, dum I G pendeat perpendiculariter ex plano horizontali O N. *Fig.18* *Tab.2.*

Idem fiet, si proiiciatur per declinantem N B ab Austro scilicet ad Occasum.

Theorema 108.

Si mobile proiiciatur per inclinantem sursum in circulo verticali, cuius sectio cum horizontali tendit ad Ortum, conficit lineam parabolicam, cuius amplitudo est mixta ex horizontali versus Boream, & horizontali versus Ortum, [c] sit linea versus Boream A B, versus Ortum A K, mixta ex vtraque A F, linea inclinata sursum A P, Parabola A M N, quæ vertatur circa A donec incubet A F G, denique A F G circa F A voluatur, donec incubet perpendiculariter plano; porrò perinde est, siue proiiciatur per inclinatam sursum versus Ortum, siue versus Occasum. *Fig.19* *Tab.2.*

Si verò proiiciatur per inclinatam deorsum versus Ortum, describit lineam, quæ non est Parabola, sed propiùs accedit ad Hyperbolam, cuius

tangens

tangens est mixta ex inclinata deorsum ex horizontali versus Boream,
a *Fig.20 Tab. 2.* sit enim A C versus Boream, A B versus Ortum, A D inclinata deorsum sub horizontali A B, A G quæ est in eodem plano cum A D D G, mixta ex A D, & A C; assumatur E F æqualis spatio, quod conficitur motu naturali eo tempore, quo conficitur A E, & G H æqualis spatio, quod conficitur motu naturali eo tempore, quo percurritur A G; ducatur curua A F H, cuius situs vt habeatur sit A B versus Ortum, ex qua pendeat perpendiculariter deorsum triangulum A B H, tùm circa axem AD voluatur triangulum ADH, donec H D sit parallela horizonti; tùm circa axem A G voluatur triangulum A G H, dum G H sit perpendicularis deorsum, tunc enim linea motus A F H habebit proprium situm; idem fiet si proiiciatur per inclinatam deorsum versus Occasum.

Theorema 109.

Si proiiciatur per inclinatam sursum, & declinantem ad Ortum, linea mo-
b *Fig.21 Tab.2.* *tus erit Parabola, cuius amplitudo erit mixta ex declinante horizontali, & horizontali versus Boream,* b sit enim horizontalis versus Boream A K, horizontalis versus Ortum A R, declinans à Borea in Ortum A D, mixta ex A D, A K sit A I, sitque Rhomboides A E parallelus horizonti; sit E G perpendicularis sursum, sit H D parallela G E; differentia spatij, quod acquiritur motu naturali eo tempore, quo percurritur A I, & F C, quæ sit subdupla E G. Dico lineam motus A H F esse parabolicam, quæ omnia constant ex dictis; idemque dictum esto de omni alia inclinata sursum simul, & declinante, seu versus Ortum seu versus Occasum; porrò triangulum A E G incubat perpẽdiculariter plano horizontali A D E K; si verò proiiciatur per inclinatam deorsum voluatur A K E, dum K O sit perpendicularis deorsum; sit planum R K horizontale, voluatur A K E circa A, ita vt K O sit semper perpendicularis deorsum, donec A E secet planum R K in A D sint I O. & E A vt E F, G H in superiore figura, & per puncta A O M ducatur curua; hæc est linea motus quæsita.

Theorema 110.

Si proiiciatur per declinantem ab Austro ad Ortum & inclinatam sursum,
c *Fig.22 Tab. 2.* *describet Parabolam, cuius amplitudo erit mixta ex horizontali versus Boream & declinante horizontali ab Austro ad Ortum* c sit A F horizontalis versus Boream, A G versus Ortum, A I declinans ab Austro ad Ortum, A G mixta ex A F A I A L inclinata, A N K Parabola; sit enim planum F I horizontale cui triangulum A L I incubet perpendiculariter in sectione A G, reliqua sunt facilia; idem dico de inclinata sursum simul, & declinante ab Austro ad Occasum; si verò sit inclinata deorsum, sit planum A C B horizontale, A B sit declinans, A C sit mixta ex A B & horizontali versus Boream A F; sit A D inclinata deorsum, fiatque curua A Q E more solito, ita vt triangulum A C E perpendiculariter deorsum pendeat ex plano horizontali A C B, reliqua sunt facilia.

Scholium.

Scholium.

Obseruabis assumptam esse à me hactenus Parabolam, licèt accurate non sint parabolicæ hæ lineæ, quia proximè ad Parabolas accedunt; certè Physicè loquendo & sensibiliter pro Parabolis assumi posse nihil vetat.

Corollaria.

Ex his colligis mirabilium motuum rationem. Primò mobile projectum per lineam declinantem ab Ortu ferri posse rectà ad Ortum.

Secundò projectum per inclinatam deorsum, ferri posse per ipsam perpendicularem deorsum.

Tertiò projectum per inclinatam sursum, ferri posse per verticalem.

Quartò, rationem à priori habes, cur si ex æquo vel spuas, vel aliquid demittas deorsum, rectà perpendiculariter non cadat, sed semper è regione, quod maximè videre est cum purgatur nauis mobilis, eiecta scilicet aquâ, quæ semper nauim insequi videtur, imò & cum quis pedem effert in naui hunc motum quoque obseruat.

Quintò non erit etiam iniucundum inde elicere quomodo in maiore naui, disco ludere vel pila quis possit, licèt nauis motus nullo modo ludum impediat; quæ omnia ex iis, quæ diximus necessariò consequuntur, & quæ manifestum probat experimentum.

Sextò, inde etiam eruuntur rationes motuum mixtorum ex pluribus motibus v.g. 4. 5. 6. 7. &c. in infinitum siue in eodem plano, siue in diuersis; In diuersis vt hactenus explicuimus; [a] in eodem vero si v.g. per B C, B E, B A simul imprimantur impetus eidem mobili qui sint vt ipsæ lineæ; primò fiat ex B A B C mixta B D, & ex B D B E, mixta B F, vel ex B E B C mixta B G, & ex B G B A mixta B F, vel ex B E B A mixta B H, & ex B H B C mixta B F; vides semper esse eamdem vltimam mixtam in diuersis planis; iam ostendimus esse plures suprà in naui mobili v.g. per planum verticale, horizontale, & inclinatum. [a] *Fig. 24 Tab. 2.*

Septimò, si in naui mobili curreret equus, vel currus, esset motus mixtus ex quatuor aliis, & si terra moueretur in naui mobili essent quatuor motus, si ex ea aliquod mobile proiiceretur; inuenitur autem linea mixta in diuersis planis per quamdam planorum circuitionem, de qua suprà.

Octauò, posset facilè in eodem plano motus mixtus conflari ex quatuor aliis vel etiam pluribus, [b] sint enim quatuor in eodem plano A D A E. A F. A H. ex A D. A E fit A B, ex A B, A fi fit A C, ex A C A H fit A G, quæ est longior A C, & A C longior A B: posses etiam componere ex A H A F, atque ita deinceps eodem ordine, & semper vltima linea erit A G, quod certè mirabile est, & à Geometris demonstrari potest. [b] *Fig. 24 Tab. 2.*

Nonò, ex his motibus mixtis educi possunt rationes multorum effe-

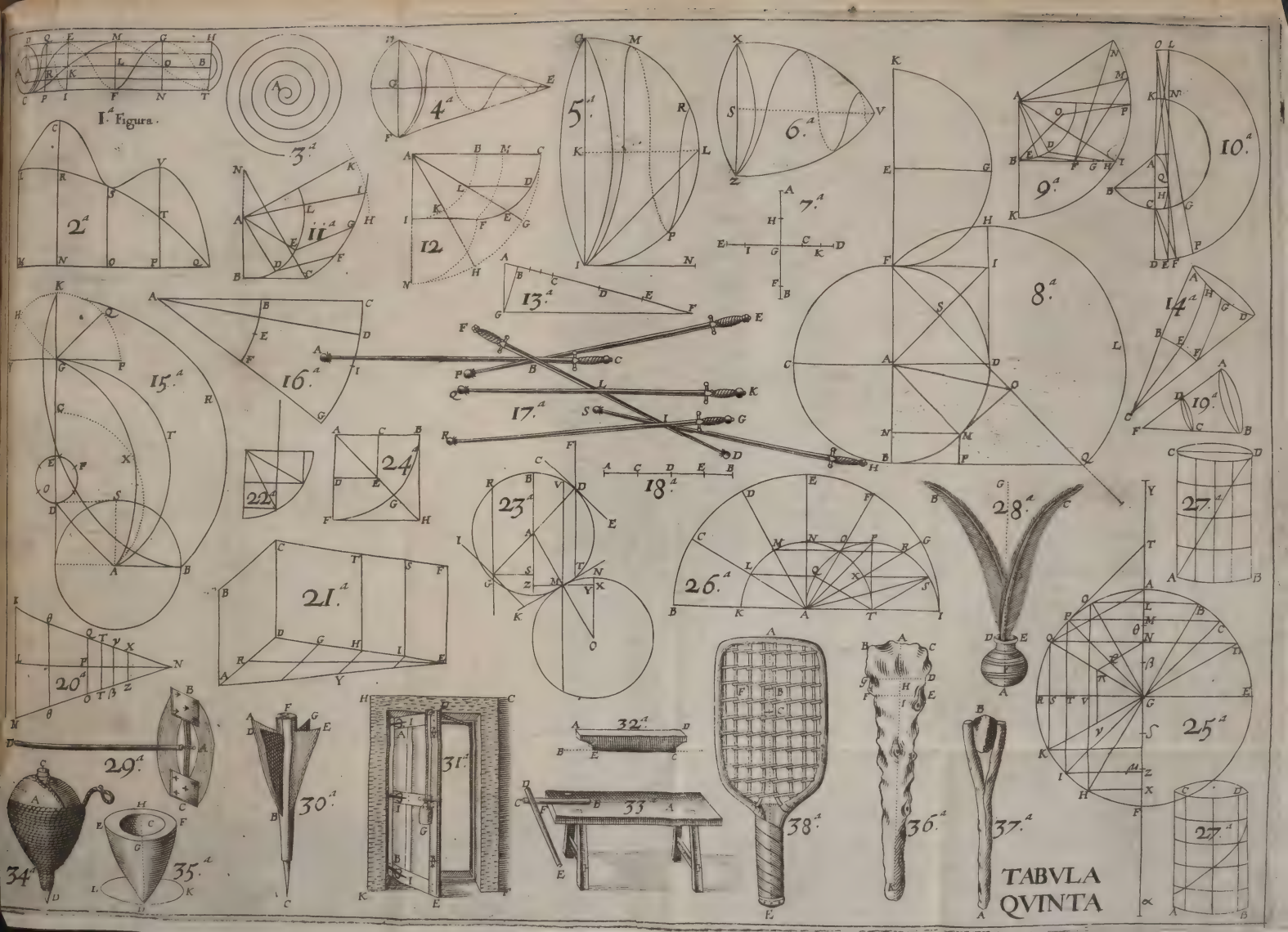
ctuum naturalium, qui obseruantur in rebus naturalibus, quales sunt v.g. nubium, vaporum, ventorumque motus, qui sæpè turbinatim procellas agunt, quorum turbinum ratio referri non debet, vt videbimus suo loco, in repercussionem aliquam, quæ fiat à concauis montibus, qui longissimo interuallo sæpiùs absunt; sed potiùs petenda est ab ipsa mixti motus naturâ; quippè rara materies venti facilè recipit omnem impetum; itaque ex prægnantibus sæpè nubibus conferta tenuissimorum halituum examina fractis quasi carceribus quacumque linea erumpunt;

hinc infiniti propèmodum motus, hinc turbines illi, &c.

atque hæc de motu mixto ex pluribus rectis sint satis.

* *
*

LIBER


I.ª Figura.
2.ª
3.ª
4.ª
5.ª
6.ª
7.ª
8.ª
9.ª
10.ª
11.ª
12
13.ª
14.ª
15.ª
16.ª
17.ª
18.ª
19.ª
20.ª
21.ª
22.ª
23.ª
24
25.ª
26.ª
27.ª
28.ª
29.ª
30.ª
31.ª
32.ª
33
34
35.ª
36.ª
37.ª
38.ª
TABVLA QVINTA

LIBER QVINTVS,

DE MOTV IN DIVERSIS Planis.

HACTENVS considerauimus motum in libero medio; iam verò considerabimus in planis durioribus, in quibus mobilè feratur vel sua sponte vel ab extrinseco impulsum.

DEFINITIO I.

PLanum inclinatum est corpus durum lauigatissimum, in quo mobile quodpiam moueri possit, quod nec sit verticale sursum, nec perpendiculare deorsum, non addo, nec horizonti parallelum; quia planum rectilineum horizontale est etiam decliue, vt suo loco videbimus.

Hypothesis 1.

Corpus graue per planum inclinatum descendit, & quidem velociùs per illud planum, quod minùs recedit à perpendiculari, tardiùs verò per illud, quod plùs recedit.

Hypothesis 2.

Corpus graue in plano inclinato minùs grauitat, id est faciliùs sustinetur, & tardiore motu descendit, quàm in perpendiculari deorsum.

Vtraque hypothesis certa est, & de vtraque supponimus tantùm, quòd sit, nam demonstrabimus infrà propter quid sit.

Axioma 1.

Corpus graue ideò tantùm mouetur sua sponte, vt deorsum tendat: hoc Axioma constat ex iis, quæ fusè demonstraui secundò lib. adde quod, deorsum tendere, & corpus graue sua sponte moueri idem prorsus sonare videntur; nec enim loquor de potentiâ motrice animantium, vel de alia quacumque magneticâ, sed de potentiâ motrice grauium; graue autem illud appello, quod in medio rariore positum deorsum tendit, nisi impediatur, denique hûc suppono dari motum naturalem grauium deorsum

quod demonstratum est secundo lib. & verò si tibi adhuc non fiat satis, probetur hoc Axioma per hypothesim primam; nam reuerâ suppono quòd omnibus experimentis comprobatur, scilicet corpus graue per planum Inclinatum deorsum sua sponte descendere, non verò ascendere nisi propter aliquam reflexionem.

Axioma 2.

Motus, qui impeditur, imminuitur, idque pro rata, & vicissim impeditur qui imminuitur; cur enim imminueretur seu retardaretur, si nullum sit impedimentum?

Axioma 3.

Omne quod impedit motum, debet esse applicatum mobili vel per se, vel per suam virtutem; hoc Axioma etiam certum est.

Postulatum.

Liceat accipere in perpendiculari deorsum, parallelas, cum scilicet assumitur modica altitudo; licèt enim non sint parallelę, quia tamen insensibili interuallo ad sese inuicem accedunt, pro parallelis accipiuntur.

Theorema 1.

Impeditur motus corporis in plano inclinato; certum est quod impediatur, quia tardiore motu descendit mobile per hyp. 2. igitur impeditur per Axio. 2.

Theorema 2.

Ideo impeditur, quia impeditur linea ad quam determinatus est impetus innatus; cum sit determinatus ad lineam perpendicularem deorsum per Ax. 1. cur enim potiùs ad vnam lineam quàm ad aliam? atqui id tantùm planum inclinatum efficit, vel impedit, ne deorsum rectà tendere possit; igitur ex eo tantùm capite impedit.

Theorema 3.

Non totus impeditur motus in plano inclinato; quia si totus impediretur, nullus esset omninò motus super eodem plano, sed per planum inclinatum mobile deorsum mouetur per hyp. 1. igitur totus motus non impeditur; hinc ratio à priori primæ hypotheseos.

Theorema 4.

In ea proportione minùs mouetur, in qua plùs impeditur; probatur per Axioma 2. cum enim motus imminuatur, quia impeditur per idem Axioma; certè quò plùs impeditur, plùs imminuitur; sed quò plùs imminuitur, minor est, ergo quò plùs impeditur, minor est.

Theorema 5.

Eò plùs impeditur motus, quò maius spatium conficiendum est ad acquirendam eamdem altitudinem, seu distantiam à centro, illo spatio, quod conficitur in perpendiculari deorsum; hoc Theor. vt clariùs demonstretur, aliquid figuræ tribuendum est, & sit perpendicularis deorsum

a Fig. 25 Tab. 2.

sum, A B, sit planum inclinatum A E duplum A B; certè vbi mobile ex A peruenit in E per planum A E, distat æquè à centro, ac si esset in B; suppono enim perpendiculares omnes deorsum esse parallelas per postulatum; igitur non accessit propiùs ad centrum confecto spatio A E, quàm confecto A B; igitur impeditur in plano A E in ea proportione, in qua A B est minor A E; nam haud dubiè A E est maior A B, sit autem dupla v.g. igitur impeditur non quidem totus motus sed subduplus; in plano verò A D impeditur iuxta eam proportionem in qua A B est minor A D, nec enim aliunde potest impediri, cum scilicet impediatur tantùm, quia impeditur lineaad quam ab ipsa natura determinatus est per Th. 2. v. g. linea deorsum A B; quippè lineæ comparantur inter se v.g. A E cum A B, nam impedimentum lineæ A E in eo tantùm positum est, quòd difficilius per illam, quàm per A B ad cẽtrum feratur mobile, quod certum est, cum imperimentum petatur à difficultate; atqui difficultas motus, qui fit per lineam A E in eo tantùm est, quòd sit maius spatium conficiendum, igitur quò maius spatium est, maior difficultas est; igitur quò maior linea est, maius impedimentum est.

Adde quod vel impedimenti proportio petitur ab angulis vel à Tangentibus, vel à secantibus; nihil enim aliud adesse potest; igitur per Ax. 3. potest tantùm impediri ab his; sed proportio impedimenti non potest esse ab angulis; quod probatur primò, quia si ego quæram à te in qua proportione motus per A E est tardior motu per A B, dices in ea, in qua angulus E A B est maior nullo angulo, quod est ridiculum: Equidem diceres motum per AD esse velociorem motu per A E in ea proportione, in qua angulus EAB est maior angulo BAD, quod tamen falsum est; esset enim ferè duplò maior, quod repugnat experimẽtis omnibus; at si accipiã angulum BA, qui sit tantùm vnius gradus seu minuti, sitque E A B angulus 60. grad. si velocitas motus per A I esset ad velocitatem motus per A E vt angulus E A B ad angulum B A I, motus per AI esset sexagecuplò velocior, quàm per A E, quod est absurdum: Diceret fortè aliquis in toto angulo 90. G A B distribui huius impedimenti motum v.g. si angulus B A I sit 1. grad. motus per A I amittit tantùm $\frac{1}{90}$ sui motus; si angulus D A B circiter 40. grad. motus per AD amittit tantùm $\frac{40}{90}$, & per A E $\frac{60}{90}$; cum sit angulus B A E 60. grad. igitur motus per A B est ad motum per A E vt 3. ad 1. quod omnibus experimentis repugnat.

Secundò probatur, quia si fiat inclinata proximè accedens ad A G v. g. 4'. & assumatur alia accedens 3'. differentia anguli erit tantùm 1'. cum tamen differentia longitudinis plani seu secantis huius, & illius, sit maxima, vt constat ex canone sinuum, igitur non imminueretur motus in plano inclinato ratione impedimenti contra Th. 4. quis enim neget esse maximum impedimentum motus tantum spatium, quod conficiendũ est.

Tertiò, omnia experimenta consentiunt huic Theoremati, & repugnant huic propositioni quæ petitur ab angulis; adde quod angulus nihil prorsus facit ad motum, sed linea seu spatium; denique hoc ipsum est quod ab omnibus Mechanicis vulgò supponitur perinde quasi prima

notio, quæ tamen aliquâ demonſtratione indiget.

[a] *Fig.28 Tab.2.* Equidem explicari poteſt hæc demonſtratio operâ libræ; [a] ſit enim libra CG cuius centrum immobile eſt A; ſit autem diameter libræ C G, pondus in C ſe habet ad pondus in D, tranſlata ſcilicet diametro in D H vt CA, ad BA; igitur pondus in D grauitaret minùs in planum inclinatum DA, quàm in horizontali CAI; nam pondus in D idem præſtat, quod præſtaret appenſum in D funè DE; igitur grauitatio in C eſt ad grauitationem in D, vt CA, vel DA ad BA; ſed quâ proportione decreſcit grauitatio in planum, creſcit motus in plano inclinato, quia minùs impeditur per Th.4. igitur in perpendiculari ea nulla eſt grauitatio in planum; nec impeditur vllo modo motus, igitur ab E verſus C ita impeditur motus, vt AC verſus C impeditur grauitatio in planum, ſed impeditur grauitatio in D v.g. in ratione totius CA ad EA, vel D A ad D I; igitur impeditur motus in eadem proportione v.g. in plano DA ad D B vel A I, igitur in ratione plani inclinati ad perpendicularem.

Hæc omnia veriſſima ſunt; ſupereſt tamen vt ſciatur ratio phyſica cur pondus in D æquiualeat ponderi in B quod ſupponunt quidem omnes Mechanici, & omnibus experimentis congruit: Equidem pondus pendulum ex D funè DB, vel longiore, eſt eiuſdem momenti, cuius eſt affixum in D, ita vt linea directionis, quæ ducitur ab eius centro reſpondeat funi DB; vnde rectè concluditur ab Archimede idem pondus affixum brachio BA eiuſdem eſſe momenti cum pendulo D B, vel affixo puncto D, quod certè veriſſimum eſt, nondum tamen rationem phyſicam video; verum quidem eſt idem pondus pendulum funè D B minoris eſſe momenti, quàm ſi eſſet affixum puncto C; nam ſuppono C G eſſe libram in ſitu horizontali; tum quia pondus illud D B trahit deorſum extremum libræ D per arcum D C longo circuitu, maximè declinante à ſua linea directionis D B; tùm quia ex hoc ſequitur neceſſariò pondus B deflecti à ſua perpendiculari curua linea; tùm quia linea D A, quæ rigida ſupponitur, reſiſtit motui D B & patet; in qua verò proportione, dictum eſt certè hactenus, ſed phyſicè non demonſtratum.

[b] *Fig.30 Tab.2.* Pater Merſennus multis locis ex doctiſſimo Roberuallo demonſtrat rem iſtam [b] ingenioſiſſimè; ſit enim circulus centro R; ſint vectes æquales B F horizonti, D N perpendiculari paralleli; tùm C L, F O, æqualiter inclinati, ducantur C O E L; haud dubiè ſi pondera C & L ſint æqualia erit æquilibrium; quod certum eſt, & demonſtrabimus cum de libra; eſt enim quarta propoſitio Vbaldi de libra; ſed pondus in O pendulum ſcilicet filo C O eſt eiuſdem momenti, cuius eſt pondus in P; igitur pondus in P æquale ponderi O ſuſtineret pondus M L, ſed pondus in P eſt ad pondus in B vel in F, ad hoc, vt ſit æquilibrium, R F ad R P; igitur pondus in A vel in R, quod erit ad pondus in L, vt P ad R L, ſuſtinebit pondus in L; ſed ſi applicetur potentia in C quæ trahat per tangentem C T, faciet idem momentum quod faceret in B trahens per tangentem B A; at vicem illius potentiæ gerit pondus B vel A, quod grauitat per B A; igitur potentia applicata C per C T, æqualis ponderi A retineret

retineret pondus in L;ducatur autem K LG Tangens parallela CT;certè eadem potentia in L per L G retinebit pondus in L; quæ idem retineret applicata in C per CT;cum enim R C & R L sint æquales si sint applicatæ duæ potentiæ æquales in C quidem per C T, & in L per L G; haud dubiè erit perfectum æquilibrium; igitur si pondus A pendeat in H fune L G H,retinebit pondus L in plano inclinato G L K; est autem pondus H ad pondus L N S R ad R L; sed triangula R S L, & G K I sunt proportionalia; igitur pondus in H est ad pondus L, vt G I ad G K;igitur si vires,quæ retinent pondus in plano inclinato G K sunt ad vires, quæ retinent pondus in perpendiculari G I,vt G I ad G K;igitur impetus seu motus mobilis in plano G K est ad impetum, seu motum eiusdem in perpendiculo G I,vt G I ad G K.

Hæc omnia verissima sunt,semper tamen desiderari videtur ratio physica,cur idem pondus pendulum ex C in O, sit eiusdem momenti cum pondere affixo puncto P,seu brachio libræ horizontalis P S. quod certè Mechanica Axiomatis,vel hypotheseos loco iure assumere potest;at verò physica non satis habet de re cognoscere quod sit, nisi sciat propter quid sit;igitur nos aliquam afferre conabimur. Suppono tantùm tunc esse æquilibrium perfectum duorum ponderum æqualium cum vtrimq; æqualia illa pondera ita sunt appensa, vt linea directionis vnius æqualis sit lineæ directionis alterius, cur enim alterum prævaleret si sint æqualia? hoc posito.

Dico pondus affixum P æquale ponderi L facere aquilibrium; cum enim linea directionis sit P O, si descenderet liberè per P O. L eodem tempore attolleretur per L S,quod certè applicatis planis S L P O facilè fieri posset;sed eodem modo P grauitat, quo si descenderet per P O; est enim eius linea directionis;atqui tunc faceret æquilibrium,quod ostendo; æquale spatium conficeret L, per L S ascendendo, quod P per P O descendendo;igitur si attolleret L in S,similiter pondus L æquale P in S attolleret pondus P ex O in P,igitur neutrum prævalere potest;sed quia hæc fusiùs explicabimus cum de libra,nunc tantùm indicasse sufficiat.

Superest vt breuiter ostendamus accipi non posse hanc proportionem imminutionis motus in plano inclinato à Tangente B E [a] tùm quia;iam à secante accipi ostendimus, tùm quia sit Tangens BD æqualis sumi toti, seu perpendiculari A B; sequeretur motum per A D æqualem esse motui per A B; Equidem in maxima distantia accedit Tangens ad secantem; igitur eò plùs impeditur motus,quò maius spatium conficiendum est,&c. [a] *Fig.25 Tab.2.*

Theorema 6.

Ex hoc sequitur necessariò motum in plano inclinato esse ad motum in perpendiculari, vt ipsa perpendicularis ad ipsum planum inclinatum,v.g. velocitas [b] motus per A E est ad velocitatem motus per A B, vt ipsa A B est ad ipsam A E,sit enim A E dupla A B,velocitas per A B est dupla velociatis per A E. [b] *Fig.25 Tab.2.*

Obserua

Obserua quæso, cum dico motum in plano inclinato esse ad motum in perpendiculo, vt ipsæ lineæ permutando, ita intelligendum esse, vt vel assumatur motus in singulis instantibus, ita vt eo instanti, quo datum spatium in inclinata acquiritur, acquiratur duplum in perpendiculo; quo posito valet certè tantùm illa proportio ratione motus æquabilis, si seruari debet; nam perinde se habet physicè, atque si esset, vt iam fusè explicatum est lib. 2. in re simili.

Theorema 7.

Hinc descendit mobile per se in plano inclinato; ratio est, quia totus motus non impeditur, cum sit eadem proportio, quæ est perpendicularis ad inclinatam; dixi per se, nam per accidens in plano scabro tantillùm inclinato mobile descendit, adde quod corpus graue tamdiu mouetur quandiu accedere potest ad centrum terræ.

Theorema 8.

Motus in infinitum imminui potest, probatur, quia proportio perpendicularis ad inclinatam potest esse minor in infinitum, quia inclinata potest esse longior, & in infinitum.

Theorema 9.

Ex his vera redditur ratio cur in plano inclinato ad angulum BG motus sit subduplus illius qui fit in perpendiculari; v.g. sit angulus B A E 60. certè A E est dupla A B, sed motus in AB est ad motum in A E vt A E ad A B per Th. 6. igitur est duplus.

Ex his reiicies quoque Cardanum, & alios quosdam, qui diuersam proportionem motuum in planis inclinatis deducunt ex diuersis angulis inclinationis; iuxta quam proportionem motus in A E esset subtriplus in A B contra experimentum.

Theorema 10.

Motus acceleratur in plano inclinato; experientia clarissima est, ratio eadem cum illa, quam adduximus lib. 3. cum de motu naturali, quia scilicet prior impetus conseruatur, & acquiritur nouus; Imò acceleratur iuxta eamdem proportionem, vel nostram singulis instantibus, vel Galilei in partibus temporum sensibilibus; vnde assumemus deinceps istam Galilei proportionem, quia scilicet partes temporis sensibiles tantùm assumere possumus.

Theorema 11.

In plano inclinato est idem impetus innatus qui est in perpendiculari, sed in hac habet totum suum motum, non verò in illa, quia impeditur, nisi enim totus esset, non grauitaret corpus illud in planum inclinatum; quippe suas omnes vires impetus ille exereret circa motum; igitur aliquid illarum exerit circa motum aliquid circa planum, in quod ex parte grauitat; igitur idem est impetus innatus, addè quod ille est inseparabilis.

Theorema

Theorema 12.

Impetus naturalis aduentitius productus à corpore graui in plano inclinato est minor eo, qui producitur in perpendiculari; probatur, quia est minor motus, igitur minor impetus, vt sæpè diximus; secundò (hæc est ratio à priori;) quia cum ideo producatur impetus iste aduentitius, vt motus acceleretur; certè debet respondere motui, qui competit impetui innati; si enim nullum habet motum, nullus accedit de nouo impetus, è contra verò si est motus, sed maior, si maior est motus, & minor si est minor; quia hic impetus tantùm est propter motum.

Theorema 13.

Impetus qui producitur in acceleratione motus habet totum motum quem exigit (præscindendo à resistentia medij); nec enim per illum mobile grauitat in planum; alioquin crescret semper grauitatio; igitur totus exercetur circa motum; ratio est quia hic impetus additicius non est institutus propter grauitationem, sed tantùm propter motum: adde quod ad omnem lineam determinari potest, secùs verò naturalis saltem omninò.

Theorema 14.

Imminuitur motu illo grauitatio corporis in planum; ratio est primò; quia quò velociùs mouetur in plano, breuiori tempore singulis partibus incumbit: secundò quia motu illo accelerato quasi distrahitur mobile ab illa linea grauitationis in planum; hinc mobile celeri motu moueretur in plano illo inclinato, quod eiusdem subsistentis grauitationi & ponderi vltrò cederet.

Theorema 15.

Impetus innatus ex se est semper determinatus ad lineam perpendicularem deorsum; quia grauitas tendit ad commune centrum, vt videbimus tractatu sequenti; tamen ratione plani quasi detorquetur ad lineam plani ad quam tamen omninò non determinatur, alioquin non grauitaret in planum: vnde dixi, detorquetur seu quasi diuiditur, perinde quasi esset duplex impetus, quorum alter per lineam perpendicularem deorsum esset determinatus, in quo non est difficultas; impetus tamen aduentitius determinatur omninò ad lineam plani.

Scholium.

Dubitari potest an grauitatio in planum inclinatum sit vt residuum plani, cui detrahitur perpendiculum v.g. sit planum inclinatum C D ad angulum A C D 60. potentia quæ sustinet pondus B per E B est ad prædictum pondus vt C A ad C D; detrahitur C A ex C D, supereſt F D æqualis scilicet C A; an fortè grauitatio ponderis B in planum inclinatum C D est ad grauitationem eiusdem in planum horizontale; quæ est grauitatio tota, id est nihil imminuta vt D F ad D C; attollatur enim totum triangulum C A D in eadem situ altera manu, & altera filo E B paralle-

lo C F, retineatur pondus B ne scilicet deorsum cadat; tùm subtrahatur pondus trianguli C A D; nunquid fortè altera manus sustinebit tantùm subduplum ponderis B? & altera subduplum? igitur vt habeatur quod sustinet suppositа dextra v. g. debet substrahi, quod sustinet sinistra, sed quod sustinet sinistra, est vt ipsa potentia, id est vt C A ad C D; igitur tota C D repræsentat totum pondus, segmentum C F partem ponderis quæ competit potentiæ E, F D verò partem quæ sustinetur à plano C F.

[a] *Fig. 21. Tab. 2.* Hinc facilè posset determinari quota pars ponderis incubet plano, [a] sit enim planum inclinatum A C, perpendiculum A B, accipiatur A B æqualis A B, sitque A C tripla A B, duæ tertiæ ponderis incubant plano si verò sit horizontale planum, totum pondus grauitat in illud; nulla est enim perpendicularis, si sit perpendiculare planum, nihil prorsus grauitat; quia nulla est inclinata, & quò propiùs accedit planum inclinatum ad horizontalem plùs grauitat pondus in illud, minùs verò; quò propiùs accedit ad perpendicularem.

Hinc esset oppositа ratio grauitationis, & motus, in plano inclinato; nam quò plùs est grauitationis minùs est motus, quò plùs motus, minùs grauitationis; quando verò planum inclinatum est duplum perpendiculi vt planum C F D, tunc tantumdem detrahitur de grauitatione in planum quantùm de motu in eodem plano; ideſt vtrique subduplum, si verò vt in plano ADC perpendiculum est subtriplum plani, detrahuntur de motu $\frac{2}{3}$ & de grauitatione $\frac{1}{3}$, idem dico de aliis, quæ certè omnia ex veris principiis physicis consequi videntur, quò enim plus grauitat mobile in planum, plùs sustinetur; quò plùs sustinetur, plùs impeditur illius motus; sed hoc repugnat communi Mechanicorum sententiæ, qui censent grauitationem in planum inclinatum esse ad grauitationem in horizontale, vt Tangens est ad secantem, quæ sit linea plani inclinati, [b] *Fig. 26 Tab. 2.* v. g. [b] vt A B ad C D, quod certè omnes supponunt, sed minimè demonstrat, si quid video saltem physicè; nec enim illud nemonstrant propriè ex eo quòd pondus in extremitate libræ affixum habeat diuersa momenta iuxta rationem Tangentium ad secantes, v. g. [c] *Fig. 28 Tab. 2.* in secunda figura Th. 5. pondus in D est ad pondus in C vt B A ad D A, quod verissimum est, & suprà demonstrauimus; quippe hoc pertinet ad rationem momenti, non verò grauitationis in planum; adde quod affixum est pondus vecti; igitur vectis sustinet totum illius pondus; vtrùm verò si pondus in plano inclinato veluti in vecte moueatur pondus quo grauitat in planum sit ad pondus quo grauitat in horizontali vt Tangens ad secantem, certè non demonstrant; attamen ita res prorsus se habet; quare sit.

Theorema 16.

[d] *Fig. 30 Tab. 2.* *Grauitatio ponderis in planum inclinatum est ad grauitationem eiusdem in planum horizontale, vt Tangens, vel horizontalis ad secantem, vel inclinatam,* quod demonstro. Primò [d] sit planum inclinatum G D, pondus incubans

cubans F;dico grauitationem ponderis F in inclinatam G D esse ad grauitationem in horizontalem C D vt C D ad G D; quia pondus F pellit planum per lineam F E seu G B Tangentem;quia determinari non potest seu percussio, seu impressio ex alio capite quàm ex linea ducta à centro grauitatis perpendiculariter in planum, vt demonstrauimus in Th. 120. l. 1. atqui libræ extremitas G initio descendit per Tangentem G B,id est per minimum arcum,qui ferè concurrit cum Tangente; sed ideò descendit in A B,quia pellitur deorsum à pondere; igitur mensura grauitationis est descensus libræ, sed libra faciliùs descendit ex A deorsum quàm ex G in proportione A D ad C D vel G D ad C D;igitur grauitatio ponderis in A est ad grauitationem eiusdem in G,vt G D ad C D;quia rationes causarum sunt eædem cum rationibus effectuum.

Præterea sit planum inclinatum G D, sit I F parallela G D; sint I K,I M & quadrans K F R;punctum I sit centrum libræ immobile;certè si sit alterum brachium libræ æquale I F instructum æquali pondere F,erit æquilibrium; sed pondus illud in F est ad idem in R,vt I M ad I F, seu vt C D ad G D,quod erat dem.

Scholium.

Obseruabis posse facilè ex dictis explicari diuersas potentias applicatas ponderi F in eodem plano G D, primò si accipiatur I H F parallela G H cum centro immobili I pondus retinebitur, si potentia in I sit ad globum vt G C ad G D, vt demonstratum est;si verò pellat potentia per lineam I F,globus descendet, vt patet.

Hinc secundò sustinens M F totum pondus F sustinet, patet,quia siue planum inclinatum pondus ipsum tangat,siue perpendiculare, totum sustinet pondus; substracto enim plano pondus immobile manet, adde quod non potest pondus F sustineri in brachio I M, nisi æquale pondus ex æquali brachio oppositio pendeat.

Tertiò ex puncto T lineâ T F E non potest sustineri pondus licèt potentia in T esset infinita, quia ex T E descendet in T V, patet; idem dico de omnibus aliis lineis ductis ab F ad aliquod punctum inter T M.

Quartò ex puncto X linea X F sustinebitur pondus dum potentia applicetur in X,maior quidem potentia applicata in I,sed minor applicata in M;nam potentia M est ad potentiam I vt I F ad M F;igitur potentia X est ad potentiam M vt M F ad X F; ad potentiam verò I vt I F ad X F.

Quintò, cùm triangula I F M.H F 4. sint proportionalia,potentia M est ad potentiam I vt H F ad 4. F.

Sextò, si applicetur potentia,vel in T pellendo per lineam T F E,quæ cadit perpendiculariter in planum G D,vel si applicetur in A per lineam A E trahendo, non poterit retineri globus, quæcunque tandem potentia applicetur; quia semper per G D globus rotari poterit nullo corpore impediente; suppono enim tùm planum tùm globum esse perfectè

politum, quo & tamen nobis deesse certum est ad experimentum, suppono nullam esse partium compressionem, qua vna pars in aliam quasi penetret; si enim totus locus datur ad descensum; certè non est vlla ratio propter quam non descendat; nec dicas affigi plano G D ab ipsa vi exteriùs affigente; quia nullo modo impeditur motus, per datam lineam, nisi vel aliquod corpus opponatur, vel alius impetus detrahat ab eadem linea; atqui nihil horum prorsùs est in hoc casu.

Si potentia applicetur in N per lineam N F, maior esse debet quàm in I, sed minor quàm in A; est autem ad potentiam in I vt I F ad N F; quippe resistit planum G D huic potentiæ in N, non tamen resistit in I; igitur illa maior esse debet, quod autem potentia in N sit ad potentiam in I, vt I F ad N F (posito scilicet quod vtraque pondus E sustineat) plùs quàm certum est; quia cùm pondus possit tantùm moueri per E G seu per lineam F I potentia N F trahit per F N; igitur potentia in N sustinens pondus F est ad potentiam in I sustinentem idem pondus, vt I F ad N F; similiter potentia in K sustinens idem pondus F est ad potentiam in I vt I F ad Z F, nam I Z est perpendicularis in K F, donec tandem potentia sit in A applicata per A F in quam I F cadit perpendiculariter, igitur potentia in A debet esse infinita.

Octauò, si pellatur pondus F per omnes lineas contentas sinistrorsum inter F T & F A deorsum faciliùs cadet; si verò trahatur per lineas contentas inter T F & F A dextrorsum, etiam deorsum cadit; quia perinde est siue trahatur per lineam I F, siue pellatur æquali nisu per lineam V F quæ concurrit cum F I; & perinde est siue pellatur per I F, siue trahatur per F V; idem dictum sit de omnibus aliis lineis, quæ per centrum F hinc inde ducuntur.

Vnum est, quod desiderari videtur ex quo reliqua ferè omnia dependent, quomodo scilicet potentia in N trahens per F N sit ad potentiam in I trahentem per F I vt F I est ad F N, quod sic breuiter demonstro:

a Fig. 32 Tab. 2. a sit horizontalis B D, & triangulum E C D; ex centro D ducatur arcus B E, qui sit v. g. 30. grad. vt C E sit subdupla E D; certè potentia in B est ad potentiam in E per E C vt B D, vel E D ad C D; sed potentia in E per E A Tangentem est æqualis potentiæ in B; sit autem planum E A, & connectatur A C; triangula A E C & E C D sunt proportionalia; igitur sit A C verticalis, E C horizontalis, & A E inclinata; sit potentia in A per A E trahens pondus E; sit potentia C trahens per C E; dico quod impeditur tractio toto angulo A E C, sicut ante impediebatur grauitatio toto angulo A E C; igitur vtrobique est æquale impedimentum; sed in primo casu ratione impedimenti ita se habet potentia in E per E A ad potentiam in E per E C, vt E D ad C D, vel vt E A ad E C; igitur in secundo in quo est idem impedimentum potentia in A per E A est ad potentiam in C per E C, vt ipsa inclinata A E ad E C.

Nonò denique obseruabis, egregium esse apud Mersennum tractatum authore doctissimo Roberuallo super hac tota re, in quo certè Geometria

tria nihil desiderare potest; licèt physica fortè aliquid desiderare possit; adde quod implicatior illa figura infinitis ferè contexta lineis, quam habet, equidem erudito Geometræ faciet satis, non tamen rudiori Tyroni, qui vix in hoc labyrintho tutum se esse putabit.

Theorema 17.

Si globus incumbat [a] *plano inclinato rotatur necessariò deorsum*; sit enim globus F in plano E D; ducatur F H perpendicularis deorsum; hæc est linea directionis centri grauitatis, vt constat; igitur cùm non sustineatur in prædicta linea, nec enim terminatur ad punctum contactus G, certè debet rotari; adde quod non est in æquilibrio, vt patet, ratio autem inæqualitatis est vt G F ad F N, nec vlla est difficultas; igitur duplici quasi motu descendet in prædicto plano ille globus, scilicet motu centri propter inclinationem plani, & motu orbis, tùm quia non est in æquilibrio, tùm quia in linea directionis F H non sustinetur à plano. [a] *Fig.* 32. *Tab.* 2.

Theorema 18.

Si corpus aliquod incumbat [b] *plano inclinato, siquæ linea directionis centri grauitatis secet ipsum planum intra basim corpus repit quidem in prædicto plano sed non rotatur, si verò cadat extra basim rotatur, non repit*; sit enim planum inclinatum B C, cui incubet cubus D L, cuius centrum grauitatis sit I; ducatur R G perpendicularis deorsum per centrum grauitatis I cadit in punctum G intra basim B G; igitur non rotabitur, sed repet; quia si sustinetur in G remoto sensim plano B C; haud dubiè portio G D non præponderat portioni G L, vt patet ex libra. [b] *Fig.* 33. *Tab.* 2.

Sit quoque parallelipedum E K, centrum grauitatis N, perpendicularis ducta per centrum H N M cadit intra basim; igitur non rotabitur, quia submoto plano B C non sustinetur quidem in M, sed minimè inclinabitur dextrorsum; igitur non rotabitur. Si verò cadat extra basim haud dubiè rotabitur, sit enim planum inclinatum A C [d], cui incumbat parallelipedum F N, cuius centrum grauitatis sit L; ducatur L perpendicularis, cadit in E extra basim F D; certè latus D N inclinabitur deorsum; igitur rotabitur, quia eodem modo se habet, quo se haberet, si submoto plano sustineretur in linea D X, sed trapezus D X P N triangulo F X D præponderat per regulas libræ, de quibus suo loco. [c] *Fig.* 34. *Tab.* 2.

Obseruabis autem primò sciri posse data plani inclinatione & basi parallelipedi maximam illius altitudinem, qua posita non rotetur; secus verò posita quacunque alia maiore; sit enim planum A C, basis parallelipedi F D; erigantur F O, D N perpendiculares in

A C ; tùm erigatur perpendicularis D X parallela A B ; connectantur R M : dico F X esse maximam altitudinem , vt constat ex dictis.

Secundò , quotiescunque rectangulum , ita est situm , vt eius diagonalis sit perpendicularis ; dico esse in perfecto æquilibrio; sit [a] enim rectangulum B E , cuius diagonalis B E perpendiculariter cadit in horizontalem A C ; certè erit in æqualibrio ; sit enim diuisum per lineam BE ita vt F H vel K I sit libra quæ sustineatur in fulcro B G ; sitque totum pondus trianguli B E D appensum brachio G H, & aliud B E T appensum brachio æquali G F , erit perfectum æquilibrium per regulas libræ , sed duo triangula eodem modo se habent conjuncta,quo se haberent separata & appensa, vt patet.

[a] Fig. 35 Tab. 2.

Tertiò, omnia rectangula proportionalia in eodem æquilibrio remanerent v.g. rectangulum B G cum rectangulo B E, idem dico de Rhombo, Rhomboide,&c.

Quartò,inde etiam cognoscitur in qua proportione minuatur pondus. v. g. [b] sit enim cylindrus A E horizontalis , sustineaturque in A immobiliter,itemque in E ; certè qui sustinet in E æqualiter sustinet ; at verò si attollatur in A D ; certè potentia quæ in D sustinet , est ad potentiam quæ sustinet in E,vt A F ad A E,quia pondus grauitaret in D & in E in eadem ratione per Th. 16. sed potentia sustinens adæquat ponderis rationem,sustinens inquam,per D H; nam reuerà sustinens per D F æqualis esse debet potentiæ in E : idem dico si attollatur in A P,nam potentia trahens in P, per C P, est ad potentiam in E, vt Q A ad A P , vel A E; igitur pondus in D est ad pondus in P vt F A ad Q A.

[b] Fig. 37 Tab. 2.

Quintò,hinc si duo ferant parallelipedum in situ inclinato v.g.vt A D, ferunt inæqualiter, scilicet in ratione A D F A , itemque si ferant in situ inclinato A P, vel A C, donec tandem A E attollatur in B,nihil amplius sustinet potentia in B, & potentia in A totum sustinet.

Sextò, hinc cùm attollitur cylindrus continuò minùs sentitur pondus & faciliùs attollîtur ; sic qui attollunt pontes illos versatiles,initio maximo nisu, & modico sub finem trahunt.

Septimò obseruabis,si circa centrum immobile A attollatur cylindrus A E fune B E, potentia posita in B, vel fune E O, potentia posita in Q; hæc debet esse minor quàm posita in B ; vt autem cognoscatur proportio,fiat angulus P A E æqualis angulo O E B ; ducatur P Q ; dico potentiam in O esse ad potentiam B , vt A Q ad A P , quia si anguli O E B & P A Q sunt æquales etiam anguli A P Q & A E B sunt æquales ; igitur perinde est siue trahatur P A circa A per lineam P Q,siue trahatur E A circa A per lineam E B. Idem dictum sit de aliis lineis.

Octauò si attollendum sit rectangulum [c] non quidem circa axem;sed circa angulum immobilem,etiam decrescit proportio ponderis,sit enim v.g.quadratũ ACFD,sitque AD horizontalis,AI perpendicularis, ducatur diagonalis A F,attollatur circa punctum A,ita vt transferatur in AG, ducatur G B perpendicularis:dico potentiam in G esse ad potentiam in in A,vt AB ad AD;quippe res eodem modo se habet,ac si AF ascenderet

[c] Fig. 38 Tab. 2.

per

per arcum FM, donec vbi A F traducta sit in A M, tunc enim nulla erit potentia in M propter æquilibrium.

Nonò, hinc initio decrescit in maiori proportione ratione præponderantiæ; quia posita basi K N, angulus K A N est omnium maximus; at verò decrescit in minori proportione initio ratione segmenti horizontalis A D, in quam cadit perpendicularis.

Decimò, si sit rectangulum [a] oblongum horizontale vt A E difficiliùs attolletur; quia quadratum A F figuræ prioris debet tantùm attolli per arcum F M, vt statuatur in æquilibro; at verò rectangulum A E figuræ huius attolli debet per arcum EC longè maiorem; igitur difficiliùs: porrò potentia in D est ad potentiam in F vt A G ad A F, vt constat ex dictis. [a] *Fig. 39 Tab. 1.*

Vndecimò, denique, si sit rectangulum [b] oblongum, sed verticale vt H K longè faciliùs attolletur; quia diagonalis HK debet tantùm percurrere arcum K M vt statuatur in æquilibrio; igitur minorem, igitur longè faciliùs; porrò hæc omnia omnibus experimentis consentiunt, & ex principiis facillimis demonstrantur. Hæc paulò fusiùs prosequutus sum, quia pertinent ad rationem plani inclinati. [b] *Fig. 36 Tab. 2.*

Theorema 19.

In plano inclinato acceleratur motus in eadem proportione qua acceleratur in perpendiculari; [c] sit enim planum inclinatum A C, perpendicularis A E, in qua primo tempore sensibili percurrat AD; secundò D E; certè dato etiam tempore licèt maiore percurret A B; igitur alio æquali percurret C B; nam vt se habet A E ad A G; ita se habet A D ad A B, & DE ad BC; quæ omnia sunt certa. [c] *Fig. 40 Tab. 2.*

Theorema 20.

Hinc æqualis inest velocitas mobili decursa AC, inclinata & decursa AE perpendiculari, probatur, motus per A C est ad motum per A E, vt A E, ad AC per Th. 6. igitur motus per AC est tardior; sed motu tardiore minùs spatium conficitur æquali tempore in ea proportione, in qua motus est tardior; sed proportio velocitatis est vt A C ad AE: atqui quâ proportione motus est tardior alio, maius spatium decurri debet, vt motu accelerato per minora crementa acquiratur velocitas alteri æqualis; igitur eò spatium debet esse maius, quò motus erit tardior; igitur debet percurri A C in inclinata, & A E in perpendiculari, vt sit æqualis velocitas; sit autem v.g. AC dupla A E, certè motus per A C est subduplus motus per A E; ducatur E B perpendicularis, certè A B est subdupla A E; igitur eo tempore, quo percurret A E, percurret tantùm A B subduplum scilicet motu subduplo; igitur tempore æquali B C triplam A B; sed temporibus æqualibus acquiruntur æqualia velocitatis momenta; igitur velocitas in C est dupla illius, quæ erat in B; sed quæ est in E est dupla illius, quæ est in B; igitur quæ est in E est æqualis illi, quæ est in C. Adde quod in ea proportione in qua motus est tardior, spatium est maius, vt æqualis velocitas acquiratur; igitur si quælibet pars spatij motum auget minùs

minùs quidem qua proportione motus est tardior,& si spatium AC majus est spatio AE in ea proportione in qua motus per AE est velocior; pauciores partes spatij AE augent motum, sed plùs singulæ, & plures spatij AC augent motum, sed minùs singulæ; sed cum sint plures in eadem proportione,in qua minùs augent;certè plures quarum singulæ minùs augent,simul sumptæ æqualiter augent,v.g. sint AC 4.partes,& AE 2. singulæ AE augeant motum vt 4. & singulæ AC vt 2.quia in ea proportione minùs augent in qua 2.sunt ad 4.certè 2.simul sumptæ augent motum vt 8. & 4. simul sumptæ etiam vt 8. quæ dicta sunt in gratiam Geometrarum,sed meliùs adhuc ex dictis patebit.

Theorema 21.

Hinc aqualis esset ictus ab eodem mobili post motum per AE. AF. AC. AG. quia esset acquisitus æqualis impetus; igitur esset æqualis ictus, quodcertè mirabile est.

Theorema 22.

Hinc potest determinari spatij quæcunque petita proportio ad spatium datum;v. g. sit ictus inflictus à mobili decursa perpendiculari AE: vis æqualem ictum sed confecto spatio duplo;accipe AC duplam AE: vis æqualem ictum sed confecto spatio triplo,accipe AG triplam AE.

Theorema 23.

Tempora quibus percurruntur spatia planorum sunt vt planorum longitudines,v.g.tempus quo percurritur planum inclinatum AC est ad tempus quo percurritur perpendicularis AE,vt AC ad AE;probatur,cùm enim mobile in C & in E habeat æqualem impetum seu velocitatem per Th. 20. certè cùm motus in AC sit subduplus v.g. motus in AE, est enim vt AE ad AC per Th.6. igitur cum subduplo motu æquali tempore acquiritur subduplus impetus;igitur tempore duplo æqualis impetus; atqui tempus motus per AC est ad tempus motus per AE vt AC ad AE, idest duplum;adde quod si æqualis impetus est in C & in E;igitur æqualis in D & in B,sed AB est ad BC vt AD ad DE; igitur si crescit impetus per partes subduplas in AC, necessariò crescit per partes duplas in spatio,atque in tempore;cùm enim motus sit subduplus,tarditas est subdupla;igitur acquiritur in AC spatium AB subduplum AE eo tempore, quo percurritur AE,si enim accipiantur æqualia tempora, spatia sunt vt motus; sed motus per AC est subduplus; igitur spatium AB est subduplum AE;sed tempore æquali conficit BC triplum AB, igitur tota AC est dupla AE; sed percurritur tempore duplo; igitur tempora sunt vt lõgitudines planorum;sed clariùs,& breuiùs illud demonstro;In ea proportione erit maius tempus per AC quàm per AE, in qua minor est motus per AC quàm per AE;si enim motus per AF esset ad motum per AE vt AF ad AE,certè æquali tempore AF & AE percurrerentur;igitur qua proportione motus per AF est minor, tempus est maius;tantumdem enim additur tempori,quantum detrahitur motui; igitur tempora sunt

vt

vt lineæ. Hinc acquiritur velocitas æqualis, vt dictum est Th. 20. quia si tantùm addit tempus per A F supra tempus per A E, quantum addit motus per A E supra motum per A F, haud dubiè est æqualitas.

Theorema 24.

Hinc potest determinari longitudo plani, quæ dato tempore percurratur, v. g. perpendicularis 3. pedum percurritur 30″. igitur si assumas planum inclinatum 6. pedum, percurretur 1″. si 12. 2′. si 24. 4″, atque ita deinceps; hinc posset dari planum inclinatum quod tantùm 100. annis percurretur, scilicet si longitudo plani assumpti sit æquemultiplex longitudinis 12. pedum atque 100. anni vnius secundi; quod facilè est, imò dato plano cuiuscunque longitudinis, potest dari tempus quodcunque quo percurratur, de quo infrà.

Theorema 25.

Determinari potest quantum spatium conficiat mobile in plano inclinato; dum conficit perpendicularem; sit enim perpendiculum A E, inclinata A C; ducatus, E B perpendicularis in A C; dico quod eodem tempore percurret A E & A B, quod demonstro; quia triangula E A B, E A C sunt proportionalia: igitur A B est ad A E vt A E ad A C; igitur motus in A B est ad motum in D E vt A B ad A E; igitur si tempora assumantur æqualia spatia erunt vt motus, vt patet, id est motu subduplo acquiritur spatium subduplum: nec alia esse potest regula tarditatis, igitur spatia erunt vt A B ad A E, id est in ratione motuum; licèt enim motus velocitas crescat, attamen si accipiatur velocitas composita ex subdupla maximæ & minimæ, percurretur A E motu æquabili æquali tempore; sed composita ex subdupla maximæ & minimæ per A B habet eamdem rationem ad priorem compositam, quàm motus per A B ad motum per A E, & hic quam habet A B ad A E. Sed hæc sunt clara.

Theorema 26.

Hinc æquali tempore descendit per inclinatam B E, sit enim a inclinata A G, perpendicularis A E; sit quoque F C perpendicularis in A G, & F D, in C F. Dico quòd eo tempore, quo conficit C D perpendicularem conficit C F inclinatam per Th. 24. est enim D F perpendicularis in I C, sicut F C in A G, sed C D est æqualis A F, vt patet. a *Fig.* 4. *Taq.* 2.

Theorema 27.

Hinc cognito spatio quod percurritur in plano inclinato, cognoscitur spatium quod conficeretur tempore æquali in perpendiculari, sit enim tempus quo percurritur A C; ducatur ex C perpendicularis C F. Dico confici A F in perpendiculari eo tempore, quo percurritur A C: vel sit inclinata C F, ducatur ex F perpendicularis F D; percurretur C D eo tempore, quo percurritur C F, quæ probantur per Th. 24. & 25.

Theorema 28.

Hinc per omnes chordas inſcriptas circulo ad alteram extremitatem diametri perpendicularis terminatas deſcendit mobile æquali tempore ; a ſit enim circulus centro B ; ſit diameter A E perpendicularis deorſum; ducatur A C inclinata, tùm C E ; deſcendat haud dubiè æquali tempore per A C. C E. A E. per Th. 24. 25. 26. idem dico de omnibus aliis A D. D E. A G. G E. A F. F E; eſt enim eadem omnibus ratio; hinc non poteſt dari planum tam paruæ longitudinis, quo non poſſit dari minus, quod dato tempore percurratur. Hæc eſt illa propoſitio toties à Galileo enunciata; cum enim motus per B E ſit ad motum per G E vt G E ad B E, & tempus per B E ad tempus per GE vt B E ad G E; cumque ſit vt B E ad G E ita G E ad A E; certè motus per AE eſt ad motum per G E vt AE ad G E ; igitur tantùm addit A E ſupra G E ratione ſpatij, quantum ratione motus : igitur tempore æquali per A E. & G E fiet motus, idem dico de aliis chordis.

Theorema 29.

Hinc datis duabus inclinatis æqualibus poteſt determinari ratio temporum, in quibus percurruntur; ſint enim A G. AH æquales, ſed diuerſæ inclinationis ; haud dubiè cum æquali tempore A G. A F percurrantur per Th. 27. tempora quibus percurruntur A G A H erunt vt tempora quibus percurruntur A F A H, & hæc vt tempora quibus percurruntur A E. A K, & hæc vt radices quadratæ illorum ſpatiorum A E. A K, cum autem ſpatia ſint vt quadrata temporum, vel in duplicata ratione, ſi inter A E & A K ſit media proppртionalis A N. v. g. tempus quo percurretur A E erit ad tempus, quo percurretur A K vt A E ad A N, vel A N ad A K.

Theorema 30.

Hinc cognito tempore quo percurritur data portio lineæ cognoſci poteſt tempus, quo percurritur aliud ſpatium vel alia portio, v. g. cognoſco tempus quo percurritur A K, & volo cognoſcere tempus quo percurritur K E, conſequenti motu ex AK, ſcio tempus quo percurritur ſola A E, quod eſt ad tempus quo percurritur A K vt A E ad A N per Th. 28. igitur tempus quo percurritur K E conſequenti motu ex A K eſt ad tempus, quo percurritur A K vt E N ad N A, vel vt N K, ad N A.

Theorema 30.

Hinc in planis inæqualibus tùm in longitudine, tùm in inclinatione, poteſt ſciri ratio temporum, quibus percurruntur; ſint enim A C A R duo plana; ſit autem A E perpendicularis indefinita ; diuidatur A C bifariam in V ducta perpendiculari V B ; ex B fiat circulus, ſecabit puncta A C E; ſeceat etiam A R ; in D igitur A C, & A D percurruntur æquali tempore per Th. 27. ſimiliter fiat circulus A R T eodem modo; certè A R & A T percurruntur æqualibus temporibus per Th. 27. igitur tempus, quo percurritur A R, vel A D eſt ad tempus, quo percurritur A R vt tempus, quo percurritur A E ad tempus, quo percurritur A T; ſed hæc

ſunt

sunt vt radices A E A T, id est tempus quo percurritur A E est ad tempus, quo percurritur A T, vt A E ad mediam proportionalem inter A E A T, vel vt A D ad mediam proportionalem inter A D AR; quippe A D est ad A R vt A E ad A T.

Galileus verò demonstrat rationem istorum temporum esse compositam ex ratione longitudinem planorum & ex ratione subduplicata altitudinum eorumdem permutatim accepta: pro quo obserua à Galileo rationem duplicatam appellari duplam, & subduplicatam appellari subduplam.

Obseruabis denique plurima ex his colligi posse præsertim ex Th. 27. quæ quia sunt purè geometrica, certè physicè minimè competunt; aliqua tamen omittere non possum.

Primò, si sint duo plana inæqualia ad angulum rectum, qui sustineatur ab horizontali, determinari possunt tempora descensuum [a] sit enim triangulum orthogonium A B E, ita vt A E sit horizontalis; ducatur B G indefinita perpendicularis in basim A E; tùm F A perpendicularis in A B; tùm F C perpendicularis in B E; tùm denique G E in B E; dico B A B F B C percurri temporibus æqualibus, item B E, B G, E G, etiam æqualibus; igitur tempus, quo percurritur B A est ad tempus quo percurritur B E, vt tempus, quo percurritur B F ad tempus quo percurritur B G; hæc porrò sunt in subduplicata ratione B F B G vel B C, & B E. [a] *Fig.* 43 *Tab.* 2.

Secundò, si planum sustinens angulum rectum non sit parallelum horizonti 6. res similiter determinari poterit; [b] sit enim triangulum orthogonium A B C ex B, ducatur perpendicularis deorsum indefinitè BF, tùm E A in A B, tùm D C in C B, tùm E H parallela D C, tùm G C in A C; denique A G parallela B F; dico quod B A B E H E AE percurrentur æqualibus temporibus item B C C D B D. [b] *Fig.* 44 *Tab.* 2.

Tertiò, siue [c] descendat ex B in C per lineam perpendicularem BC, siue ex A per inclinatam A C, eodem modo descendet siue per C D, siue per C E; ratio est clara, quia acquirit æqualem velocitatem siue ex A siue ex B descendat pet Th. 10. erit autem tempus per C E ad tempus per C D, vt C E ad C D per Th. 23. & motus per C E ad motum per C D, vt C D ad C E per Th. 6. posito initio motus in C. [c] *Fig.* 45 *Tab.* 2.

Quartò, præuio motu ex A vel ex B ad C potest inueniri inclinata, per quam mobile pergat moueri motu scilicet naturaliter accelerato, ita vt æquali tempore illam conficiat; si enim B C conficiet dato tempore; igitur C F triplum C B conficiet tempore æquali; sit autem planum horizontale E D K ad quod ex C ducendum sit planum inclinatum, quod eodem tempore percurratur, quo C F, diuidatur C F bifariam in H, & ex puncto H fiat arcus C K, ducaturque C K: Dico C F & C K æquali tempore confici per Th. 27. modò ex quiete C procedat motus: similiter assumi potest alia horizontalis L M ducto arcu L F ex centro H; nam C L & C F æquali tempore percurruntur; si verò præsupponatur motus præuius ex A vel ex B, haud dubiè C K breuiori tempore percurretur, quàm C F, idem dico de C L; alioqui C E & C I eodem præuio motu suppo-

sito æquali tempore percurrerentur, quod falsum est; nam sit A C ad A N vt A N ad A E; sitque B C ad B O vt B O ad B I; certè tempus, quo percurritur B C est ad tempus, quo percurritur C I vt C B ad C O, & tempus quo percurritur B C est ad tempus quo percurritur C E vt BC ad
a Fig. 46 C N; sed C N est minor quàm C O, vt constat ex Geometria, quod breTab. 2. uiter in tironum gratiâ in terminis rationabilibus ostendo, [a] sit planum inclinatum A E 9. sitque A E id est 9. ad A D 6. vt A D ad A C 4. ex centro C assumpta C H 3. ducatur arcus H B & ex A ad prædictum arcum Tangens A B, tùm ex B C G indefinitè & ex E, E G perpendicularis in E A; haud dubiè triangula C G E, C A B sunt proportionalia; igitur vt C B 3. ad C A 4. ita C E 5. ad C G 6. $\frac{2}{3}$; igitur tota B G est 9. $\frac{2}{3}$; sitque B G ad B F, vt B F ad D C, quod vt fiat B G 9. $\frac{2}{3}$ in B C 3. productum erit 29. igitur B F est Rad. quad. 29. igitur est maior 5. sed si esset maior 5. C M & C D essent æquales; igitur C F est maior C D; est enim B F ferè 3. $\frac{1}{2}$ paulò minùs: vt autem reperiatur linea inclinata, quæ percurratur æquali tempore cum B C supposito præuio motu per B C, assumatur C K æqualis C B id est 3. partium, fiatque vt A C ad A K, ita A K ad A N; haud dubiè percurret C N æquali tempore, quo B C; vt verò habeatur pun-
b Fig. 47 ctum in horizontali, sit [b] A F perpendicularis bifariam diuisa in K, sit K
Tab. 2. F diuisa in 4. partes æquales, quibus addatur F P $\frac{1}{4}$ K F E K V dupla F A, & producatur in X; ita vt E X sit $\frac{1}{4}$ E K: dico quod præuio motu ex A in K, & deinde deflexo per K X conficietur K X æquali tempore cum A K; si enim caderet mobile ex V primo tempore percurreret V L, id est $\frac{1}{4}$ V K eo tempore, quo percurreret A K per Th. 6. igitur secundo tempore æquali L K, id est $\frac{3}{4}$ V K; igitur tertio tempore æquali K X $\frac{3}{4}$ V K; nam eodem modo se habet in k siue descendat ex V, siue ex A per Th. 20.

Porrò vt habeatur in horizontali F S; sit F R æqualis K F; sit F T æqualis k R; sit arcus T S ex k: Dico quod k s est linea quæsita; nam si sit vt B S ad B Z, ita B Z ad B k, k z erit æqualis k F, vel A K; sed tempus quo percurritur A K est ad tempus quo percurritur D k vt B K ad A K per Th. 23. & ad tempus, quo percurritur B S, vt B k ad B Z, & ad tempus quo percurritur k s vt B k ad k z; ergo A k & k s percurruntur æquali tempore, si k z sit æqualis k F, quod sic breuiter demonstro, cùm
c Fig. 48 figura apud Galileum desideretur. [c] sint A F F E æquales; ducatur A E
Tab. 2. quæ transferatur in F G, sitque G I æqualis A G, sic tota A G mihi repræsentat totam B S superioris figuræ, vt constat; sit autem A G ad A H vt A H ad A I: Dico G H esse æqualem A F; sit enim quadratum H D mediæ proportionalis: Dico esse æquale rectangulo I C, dùm A C sit æqualis A G; igitur quadratum P R cuius latus est æquale F G, seu A E continet duo quadrata R D S N; ergo G H est æqualis V N; igitur G H quod erat demonstrandum.

d Fig. 47 Quintò, hinc nunquam [d] k s vel k x potest esse tripla A k donec tan-
Tab. 2. dem perueniatur ad perpendiculum k H; nam secundo tempore percurritur k H triplum A k, si primo percurritur A k; nunquam etiam k s vel vlla alia inclinata potest esse dupla tantùm A k; sed semper est maior, do-

nec

nec tandem perueniat ad horizontalem K Y, quæ est dupla A k, quia in horizontali non acceleratur motus; igitur cum impetu acquisito in descensu A k, conficiet motu æquabili k Y duplum A k per Th. 42. l. 3. posito quòd non destruatur; atque ex his satis facilè intelligentur, quæcumque habes apud Galileum in dialog. 3. à propositione 3. ad 23.

Sextò non probat Galileus, sed tantùm supponit mobile ad eãdem altitudinẽ ascendere posse motu reflexo ex qua descendit, quod examinabimus lib. sequẽti, hinc non laborabimus in examinãdis prop. 24. 25. 26. 27.

Septimò, cognito tempore, quo percurrit mobile perpendiculum E C quod sit [a] diameter circuli; sciri potest quo tempore percurrat duas chordas simul E G G C; sit enim Tangens E F, sitque vt F G ad FD, ita FD ad F C; cum EG & E C descendat æquali tempore per Th. 27. cum in G sit idem motus, siue ex E, siue ex F descendat per Th. 20. certè si descendit per E G dato tempore, quod sit vt E G, descendit per G C tempore, quod est vt GD; igitur tempus, quo descendit per EC est ad tempus, quo descendit per EGC, vt EG ad EGD. [a] *Fig. 49 Tab. 2.*

Obseruabis autem G F esse ad EF vt E F ad F C; igitur F D est media inter FC GF, & est æqualis FE, igitur anguli FDE. FED æquales; sed F D E est æqualis duobus DCE. DEC, & FEG, est æqualis D CE; igitur duo G DE DEC sunt æquales.

Octauò, si accipiantur æquales horizontalis, & perpendicularis, v. g. BA AC, ducaturque BC: Dico nullum duci posse planum incliuatum à puncto B ad perpendiculum AEM, quod breuiori tempore percurratur, quàm BC, nec intra angulum vt BR, nec extra vt BM; sit enim vt B C ad BI ita BI ad B H, est autem B I æqualis BA, igitur si BA, sit 4. BC est v.g. 32. & BH radix q. 8. igitur HI est ferè I paulò plùs; igitur cum BH percurratur æquali tempore cum A C, est tempus, quo percurritur B H ad tempus quo percurritur HC vt BH ad HI.

Sit autem BR dupla AR, sitque perpendicularis A k in B R; certè k R est subquadrupla BR; igitur percurritur BL æqualis k R eo tempore quo percurritur AR; igitur BL sit ad BV vt BV ad B R; igitur temporibus æqualibus percurruntur BL LR; igitur si tempus quo percurritur BL sit vt BH, tempus quo percurretur LR erit etiam vt BH; igitur totum tempus quo percurritur tota BR erit vt tota B E, sed tempus quo percurritur tota BC est tantum vt BI quę est minor BC; igitur BC breuiori tempore percurritur quàm BR; sit etiã vt BP ad BX ita BX ad BM, si B O est 4. OP 2. certè BP est rad. q. 12. id est ferè $3.\frac{1}{2}$ paulò minùs, BM verò est dupla BA vel BO; igitur est 8. ducatur ergo 8. in $4.\frac{1}{3}$ productum erit 28. cuius radix est ferè $5.\frac{1}{3}$ paulò minùs; igitur BX est $5.\frac{1}{3}$ paulò minùs; cum autem BH sit 2. q. 8. est ferè $2.\frac{5}{6}$, paulò minùs; igitur sit vt BP $3.\frac{1}{2}$ ad BX $5.\frac{1}{3}$, ita BH $2.\frac{5}{6}$ ad aliam; certè erit 144. id est $4.\frac{26}{63}$, licèt minùs acceptum sit; igitur 126. est maior BI, quæ est tantùm 4; igitur BE breuiori tempore percurritur, quàm B M.

Nonò, per duas chordas quadrantis descendit breuiori tempore mobile, quàm per alteram tantùm inferiorem scilicet [b] sit enim tantùm [b] *Fig. 1. Tab. 3.*

quadrans A B G in quo sint duæ chordæ G C, C B: Dico quòd per vtramque ex G breuiori tempore descendit, quàm per inferiorem C B; quia per C B, & G B æquali tempore descendit per Th. 27. sed per G C B breuiori tempore descendit, quàm per G B; sit enim G D perpendicularis parallela A B; sit E D perpendicularis in C G, & per 3. puncta G C D ducatur circulus: his positis, G H & G C eodem tempore percurrentur, & in C idem erit motus, siue ex G per G E, siue ex E per E C descendat mobile per Th. 27. & 20. sit autem E B ad E K vt E K ad E C, sitque B E v.g. dupla B E vel B A: dico E K esse æqualem B G; est autem B H maior B C vel A B, vel H G minor C K; sit etiam G H ad G I, ita G I ad G B: dico tempus, quo descendit per G C B esse ad tempus quo descendit per G B vt G C K ad compositam ex G C, H I; sed hæc est maior illa, vt patet ex Geometria, & analytica; igitur breuiori tempore descendit per G C B, quàm per G B; sed de hoc aliàs.

a *Fig.* 2. *Tab.* 3. Sit enim E B 8. dupla scilicet A B; sit [a] autem E E subdupla E B ad E K vt E K ad E B; assumatur G E, sitque tempus, quo continetur G C, vt G C, & quo conficitur B C vt C K; igitur quo conficitur G C B vt G C K: similiter sit secunda linea G B, sitque tempus, quo percurritur G H vt G C, vel N O æqualis G C, sitque vt G H ad G N, ita G N ad G B certè si G H decurratur tempore G H, A B decurretur tempore H N; sed H N maior est M B, vel C G, vt constat ex analytica; adde quod in figura prima sit G I ad G M vt G M ad G B; certè si tempore G I percurratur G I, percurretur G B tempore G M; est autem G M æqualis A B, vel E C; similiter sit E C ad E K vt E K ad E B, si percurratur E C tempore E C, percurretur E B tempore E K; sed G C percurretur tempore G C sed G C K minor est G I M; sit enim G M. 4. E K R. q. 32. id est, $5\frac{7}{8}$ paulò minùs, quibus si subtrahas C E 4. & substituas C G 2. paulò plùs habebis $3\frac{7}{8}$; igitur G C K minor est G I M. Ex his habes omnes Galilei propositiones de motu in planis inclinatis numero 38. in quo studio, vt verum fatear, maximam sibi laudem peperit; in quo tamen opere duo desiderari videntur, alterũ à Philosophis, quod ita physicæ partes omnes neglexerit, vt ferè vni Geometriæ satisfaceret; alterum ab Geometris quod Geometriam equidem accuratè tractarit. Sed minùs ad captum Tyronum: atque hæc de his sint satis, vt tandem nostrorum Theorematum seriem interruptam repetamus.

Theorema 31.

Ex dictis sequitur pondus centum librarum posse habere tantùm grauitationem vnius libræ; sit enim planum inclinatum centuplum horizontalis, id est, secans centupla Tangentis; haud dubiè grauitatio in prædictum planum erit tantùm subcentupla per Th. 16.

Theorema 32.

Ex duobus ferentibus idem parallelipedum in situ inclinato potest alter ferre tantùm vnam libram, licet pendat centum libras; sit enim ita inclinatum,

tum, vt linea inclinationis sit centupla horizontalis oppositæ; certè qui sustinet in altera extremitate eleuata $\frac{1}{100}$ tantùm sustinet ponderis partem per Th. 18. alius verò sustinet in altera extremitate, quæ deorsum est $\frac{99}{100}$.

Theorema 33.

Qui potest tantùm datum pondus sursum attollere per lineam verticalem, centuplum per inclinatum planum ad eamdem altitudinem attollet; si enim sit inclinata ad perpendiculum in ratione centupla; haud dubiè qui attollit datum pondus per ipsum derpendiculum sine viribus auctis per inclinatum planum, pondus centuplò maius attollet, quia potentia per inclinatam est ad potentiam per ipsum perpendiculum vel altitudo ad inclinatam per Theor. 6. igitur si æqualis vtrobique applicetur potentia, pondus centuplò maius attollet per inclinatam, seu pellendo, seu trahendo.

Theorema 34.

Hinc ratio plani inclinati demonstrat [a] *cochleæ vires.* v.g. pellitur sursum per D E inclinatam faciliùs quàm verticalem D H in ratione D E ad D H, quæ si est tripla, eadem potentia quæ datum pondus attollit per D H, triplò maius attollet per D E, vel si attollat per D A verticalem, triplò maius attollet per spiras vel Helices D E E C, C F, &c. vsque ad A; hinc quò Helix erit inclinatior, potentia maius pondus illius operâ attollet. *Fig.* 50 *Tab.* 2.

Theorema 35.

Hinc clarè vides compensari longitudinem motus, spatij vel temporis, ponderis accessione, v. g. triplò maius pondus attollitur per D E quàm per D H; quia spatium D E est triplum D H; igitur motus triplus, scilicet in duratione, (loquor enim de motu æquabili quo sursum corpus, vel trahitur, vel continuò pellitur.)

Theorema 36.

Hinc nullus mons esse potest quantumuis arduus, ad cuius apicem via facili in modum cochleæ strata pertingi non possit; & quò plures erunt spiræ, eo facilior erit & minùs decliuis via.

Theorema 37.

Quando descendit mobile per multas spiras, seu volutas, potest determinari altitudo perpendicularis, ex qua eodem tempore descenderet; [b] sit enim spira seu cochlea A F C H D, & perpendiculum A D; certè eodem tempore descendit per A F C, quo descenderet per A G duplam A F; sed eo tempore, quo descendit per A F inclinatam, conficit A D per Th. 27. quæ est ad A F vt A F ad B A; sit autem dupla: similiter eodem tempore conficit A F G vel A F G, quo conficit A E duplam A G; denique eo tempore, quo conficit A F C H D, vel A G D, conficit duplam A E. b *Fig.* 9 *Tab.* 3.

Sic

Sic etiam eo tempore, quo in perpendiculo conficit A D conficit subduplam scilicet A F, sed hæc sunt clara.

Theorema 38.

Quando proiicitur mobile per planum inclinatum sursum in ea proportione proiicitur longius, quò inclinata ipsa longior est perpendiculari. v.g. [a] si proiicitur per B A in verticali, illa eadem potetia quæ proiicit in A ex B, proiiciet quoq; ex F in A, ex M in A, atque ita deinceps ex singulis punctis horizontalis B M; ratio est, quia in ea proportione destruitur impetus per B A, in qua motus per A B descendit; nam impetus innatus deorsum quasi trahit mobile graue; impetus verò impressus sursum attollit; igitur pugnant pro rata, vt sæpè diximus in tertio libro, & alibi: similiter in inclinata F A impetus innatus quasi reducit mobile deorsum dum impressus violentus sursum promouet; igitur si impetus innatus per A B, & per A T æqualem vim haberet, haud dubiè æquale spatium contineret mobile projectum per B A & F A; nam eadem potentia cum æquali resistentia idem præstat & inæqualiter descendit per A B A F, & motus per A F est ad motum per A B, vt A B ad A F. v.g. subduplus; igitur resistentia per B A erit dupla resistentiæ per F A; igitur spatium per F A erit duplum; igitur ex F ascendet in A, quo cum eo impetu ex B ascendet in A, supposita eadem potentia; idem etiam dicendum de aliis punctis horizontalis B M: præterea ille impetus sufficit ad motum sursum per F A, qui accipitur in descensu A F, vt constat ex dictis; itemque sufficit ad motum sursum per B A qui acquiritur in descensu A B; sed æqualis velocitas, vel impetus acquiritur in vtroque descensu A B A F per Th. 20. igitur idem impetus sufficit ad descensum B A F A.

[a] Fig. 9. Tab. 3.

Theorema 39.

Hinc dicendum est impetum naturalem per inclinatam F A vel M A non sursum intendi, seu crescere; alioqui ex A mobile descenderet citiùs in F, postquàm ex F proiectum esset in A, quàm si tantùm ex A in F demitteretur, quod est contra experientiam; adde quòd impetus naturalis sursum non crescit, vt iam sæpè dictum est.

Theorema 40.

Destruitur aliquid impetus impressi in mobili per planum inclinatum. Probatur, quia tandem quiescit mobile; igitur cessat motus; igitur & impetus: nec dicas id fieri ab aëre, vel plani scabritie; nam, si hoc esset, æquale spatium conficeret in F A & L A; quippe æqualis portio plani æqualiter resistit; Idem dico de aëre; igitur destruitur impetus impressus ab impetu naturali.

Theorema 41.

Destruitur tantùm pro rata, hoc est in ratione, quam habet perpendiculum ad inclinatam. v.g. sit perpendiculum F C A; haud dubiè si non destrueretur motus sursum cum eo gradu impetus, quo ex F ascendit in C motu retardato, ascenderet in A motu æquabili, & eodem tempore; igitur eo

tempore

tempore destruitur totus impetus; si verò proiiciatur per L C;certè impetus totus non destruitur per L C,eo tempore, quo ex F ascenderet in C,sed pro rata,id est in ratione F C ad L C,quæ sit subdupla v. g. igitur impetus destruitur tantùm subduplus;igitur eo tempore,quo ex F ascendit in C,ex L ascendet in K,ita vt L M æquali F C addatur M K æqualis E B; est autem E B subdupla C A vel E F. Similiter sit perpendiculum F G, & inclinata H F tripla F G; assumatur F C æqualis F G, itemque H O æqualis G F; certè eo tempore, quo perpendiculari detrahitur totus impetus, detrahitur tantùm subtriplum per inclinatam H F;igitur assumatur E R subtripla E F; & addatur O P æqualis F R: dico quod eo tempore,quo ex G ascendit in F,ex H ascendit in P; quippe ascenderet in O, si eo tempore totus impetus destrueretur, & in S si nullus; igitur in P,si subtriplus tantùm destruatur, destruitur porrò subtriplus,quia vis impetus innati per F H est tantùm subtripla eiusdem per F G; atqui destruitur tantùm ab impetu innato, quæ omnia certissimè constant; Ex quo habes tempora esse vt lineas.

Theorema 42.

Hinc potest dici quo tempore conficiatur tota inclinata sursum scilicet eo tempore quo inclinata deorsum percurritur. v.g, C L dupla C F percurritur tempore duplo illius, quo percurritur C F; igitur mobile proiectum ex L in C percurrit L C eodem tempore ascendendo,quo percurrit E L descendendo;sed percurrit E L descendendo eodem tempore,quo percurrit perpendicularem quadruplam C F,vt suprà diximus.

Theorema 43.

Hinc nunquam in inclinata sursum proiectum mobile acquirit duplum spatium illius quod acquirit idem proiectum in verticali sursum, v. g. ex H proiectum nunquam acquiret in H F duplum spatium G F, posito quòd ex G proiiciatur tantùm in F dato tempore,sitque eadem potentia per H F. Probatur, quia semper destruitur aliquid impetus iuxta proportionem F G ad F H per Th.40. sed si nullus destruitur impetus,duplum spatium conficit; igitur si aliquid destruitur,duplum spatium non conficitur:potest tamen propiùs in infinitum ad duplum accedere.

Theorema 44.

Hinc erecta perpendiculari F C, *ductaque horizontali* F L, *productaque in infinitum,si ex quolibet illius puncto eleuetur planum inclinatum terminatum ad* C, *eadem potentia quæ ex* F *in* C *mobile proiiciet, etiam ex quolibet puncto designato in horizontali proiiciet in* C *per planum inclinatum*; quod probatur per Th.38.

Theorema 45.

Ex his etiam probatur proiici ex L *in* C *ab ea potentia, quæ ex* F *proiicit in* C; cum enim primo tempore proiiciat ex L in K (suppono enim L C esse quadruplam K C) certè secundo conficit tantùm K C;est enim motus violentus sursum retardatus inuersus motus deorsum accelerati; at-

qui motu naturaliter accelerato si primo tempore conficit KC, secundo conficit K L triplum C K; igitur si motu retardato primo tempore conficit L K, secundo conficit K C subtriplum L K.

Theorema 46.

Si proiiciatur in horizontali motus per se est æqualis in spatio modico: Probatur, quia in nulla proportione destruitur, vt patet; dixi per se, quia reuera nullum est planum perfectè lęuigatum, nec etiam mobile: vnde cum asperitas plani resistat, inde maximè motus retardatur; dixi in spatio modico, nam planum horizontale rectilineum longius, est planum inclinatum, de quo infrà, vnde vt motus sit æqualis, debet proiici in superficie curua æqualiter distante à centro mundi.

Theorema 47.

Si proiiciatur mobile deorsum per inclinatum planum, mouetur velociùs B; certum est, & acquirit maius spatium singulis temporibus iuxta rationem impetus accepti. v.g. [a] sit planum A B E, in quo primo dato tempore mobile acquirat A B, sitque impetus impressus æqualis ìmpetui, quem acquirit dum percurrit spatium A B; haud dubiè primo tempore ratione vtriusque impetus percurrit A C, scilicet, duo spatia; secundo C D, id est 4. spatia; tertio D E, id est 6. spatia; atque ita deinceps: vnde vides proportionem arithmeticam, quæ nascitur ex accessione quantumuis modica noui impetus.

a *Fig.* 51 *Tab.* 2.

Theorema 48.

In plano inclinato non destruitur impetus impressus, quia non est frustrà; igitur non destruitur per Sch. Th. 152. lib. 1. sic diximus in Theoremate 68. l. 4. in proiecto deorsum per lineam perpendicularem deorsum non destrui quidquam impetus impressi, licèt destruatur in proiecto per inclinatam deorsum in libero medio, vt diximus in Th. 67. lib. 4. vide Th. 68. lib. 4.

Theorema 49.

Potest determinari quantus impetus imprimi debeat mobili per planum inclinatum, vt æquali velocitate moueatur quo mouetur in perpendiculari sua sponte, hoc est vt æquali tempore æquale spatium vtrimque acquiratur, assumpto scilicet spatio totali, quod toti motui competit, non verò eius tantùm parte; debet enim assumi impetus iuxta proportionem differentiæ spatij, quod acquiritur in perpendiculari, & alterius spatij, quod acquiritur in perpendiculari, & alterius spatij, quod acquiritur in inclinata. v.g. [b] sit planum inclinatum A H, perpendiculum verò A E; ducatur E B perpendicularis in A H, mobile percurrit A B in inclinata eo tempore, quo percurrit A E in perpendiculo; assumatur A C æqualis A E; si imprimatur impetus, qui sit ad acquisitum in spatio A B vt B C ad A B: dico quod mobile eodem tempore percurret A E, & A C, vt constat; quia impetus in C est æqualis impetui in E; vt verò percurrat in inclinata A H æquale spatium A G, æquali tempore, quo percurrit A G; assumatur

b *Fig.* 4 *Tab.* 3.

sumatur A F æqualis A H, addaturque impetus, qui sit ad acquisitum in H, vt G F ad F A, vel AH, & habebitur intentum: dixi totum spatium respondens scilicet toti motui; alioqui si pars tantùm accipiatur tùm spatij, tùm motus, res procul dubio secus accidet; sit enim impetus impressus vt B C ad A B. Equidem primò tempore, quo in perpendiculari concitur A E, conficitur A C æqualis; at verò secundo, quo conficitur E G triplum A E in perpendiculari, conficitur C I quadruplum A C, vel A E; igitur non sunt æqualia spatia; sed hæc sunt satis facilia.

Theorema 50.

Si planum horizontale sit perfectè læuigatum in vno tantùm illius puncto sistere potest mobile graue; sit enim [a] globus terræ centro A semidiametro A E; sitque planum horizontale F E G N læuigatissimum: dico quòd in puncto contactus E quiescet mobile. Probatur, quia ex omni alio puncto mobile potest descendere; sit enim in G. v.g. haud dubiè G A maior est A E; igitur G E planum est inclinatum, id est, E propiùs accedet ad centrum terræ A; sed per planum inclinatum mobile descendit per hyp. 1. idem dico de omni alio plani puncto, excepto puncto E, ex quo non potest moueri, nisi ascendat, id est à centro A recedat; igitur in eo quiescet.

[a] *Fig.* 6. *Tab.* 3.

Theorema 51.

Hinc in mensa læuigatissima globus vel eburneus, vel crystallinus vix vnquam sistit, nisi in eius centro, quod multis experimentis comprobatum est, & ratio luce meridianâ clarior à rudioribus etiam primo statim obtutu cernitur.

Theorema 52.

Hinc ridiculum seu joculare paradoxon, quo scilicet dici potest duorum alter in eodem plano ascendere, alter descendere, licèt in eamdem cœli plagam conuersi ambulent; si enim alter ex G in E; alter verò ex E in F tenderet; hic certè ascenderet, quia recederet à terræ centro A; ille verò descenderet, quia ad centrum accederet; & si in partes oppositas ambulent, in hoc eodem plano vterque simul ascendere, vel simul descendere potest.

Theorema 53.

Est etiam aliud paradoxon, scilicet in eodem puncto E duo plana eadem lineâ contenta hinc inde ascendere; vel duos montes altissimos in eadem recta linea contineri; vel mediam vallem, & geminos montes linea rectissima simul connecti; hæc porrò sunt satis facilia, & vix supra vulgi captum.

Theorema 54.

Adde aliud paradoxon, scilicet idem mobile per duo plana parallela inæquali motu descendere. v.g. per plana X F B, V E A, nam V E A est perpendiculum; at verò X F B est horizontale, vt clarum est.

Theorema 55.

Potest determinari motus proportio cuiuslibet puncti assignati in plano E N;

sit enim punctum G;ducatur à centro A recta AGH;haud dubiè est perpendiculari s; ducatur I G K secans G H;ad angulos rectos;hæc est horizontalis,quæ ad hanc perpendicularem pertinet;ducatur H I parallela EG;hæc est inclinata,vt patet ex dictis;immò per ipsam deff.1. sed motus in inclinata est vt ipsum perpendiculum ad inclinatam per Th. 6. igitur motus per H I in ipso puncto H,vel per GE in ipso puncto G est ad motum per H G,vt H G ad H I.

Aliter ducatur H Z perpendicularis I H; dico motum in G vel ex G initio esse ad motum per V E vel G L vt G H ad G Z; sunt enim duo triangula IGH,ZGH proportionalia.

Aliter ducatur LK parallela GG;triangula GKL,G H I sunt proportionalia;igitur motus per G E est ad motum per H G,vt L G ad L K.

Aliter ducatur Q L,triangula Q L A,L G K sunt proportionalia;igitur motus per G E est ad motum per H G vt Q L ad A L;igitur vt sinus rectus anguli QAL ad totum. Idem dico de puncto O,& omnibus aliis in quibus est eadem praxis.

Theorema 56.

In singulis punctis plani E N est diuersus motus; nam in puncto E nullus est motus per Th.50.atqui in puncto G est motus;idem dico de puncto O,atqui in puncto O est maior motus,quàm in G,scilicet initio, id est velocior incipit motus in O,quàm in G; probatur quia in G est ad motum maximum qui fit in perpendiculari vt Q L ad L A, & in puncto O vt Y P ad PA, sed Y P est maior Q L,vt constat;igitur initio est maior motus in O quàm in G; igitur quâ proportione horizontalis E N erit longior, puncta, quæ longiùs distabunt, habebunt rationem plani magis inclinati.

Theorema 57.

Potest determinari grauitatio in singulis punctis plani E N; cum enim grauitatio in plano inclinato sit ad grauitationem in horizontali vt Tangens ad secantem,vel vt horizontalis,in quam scilicet cadit perpendulum ad inclinatam per Th. 16. sit punctum,G grauitatio in eo puncto est ad grauitationem in puncto E,vt QA ad AL, & in puncto O vt Y A ad AP:idem dico de aliis punctis.

Theorema 58.

Hinc eò minor est grauitatio,quò maior est distantia ab E;atque ita ab E versus N crescit motus, & decrescit grauitatio; at verò ab N versus B crescit grauitatio,& decrescit motus.

Theorema 59.

Globus ab O versus E rotatus semper acceleraret suum motum. Demonstro, quia impetus productus in O conseruaretur etiam in G, & nouus produceretur, igitur acceleraret suum motum;suppono enim planum E N esse læuigatissimum; igitur nihil esset, à quo destrueretur:adde quòd

semper

semper haberet suum effectum;igitur non esset frustrà;igitur per Schol. Th.152.l.1.

Theorema 60.

Ille motus acceleratur per partes inæquales ; quia scilicet motus additus in O minor esset quàm in N , & in G quàm in O per Th. 56. igitur per partes inæquales acceleraretur,immò potest determinari proportio crementi motus in singulis;cum enim in O sit vt Y P , in Q L.in Y vt T ♪ ad A C;certè crescit in proporrione sinuum rectorum ad sinum totum.

Theorema 61.

Mobile descendens ex O in E transit per tot plana inclinata diuersa , quot sunt puncta in tota E O vt constat,vel potiùs quot possunt duci Tangentes diuersæ in toto arcu P E;quippe Tangens puncti P esset parallela I G , idem dico de omnibus aliis punctis arcus P E.

Theorema 62.

Motus funependuli in quolibet puncto arcus,per quem descendit,est ad motum in perpendiculari, vt sinus residui arcus ad semidiametrum;v.g.sit funependulum AD in perpendiculari,quod vibrari possit circa punctum immobile A;eleuetur in Aβ,ducatur Tangens β V motus funependiculi in puncto β scilicet initio,idem est,qui esset in plano inclinato βV vt patet, atqui motus in inclinato plano β V est ad motum in perpẽdiculari vt αV. ad β V,sed αV est ad βV vt αβ ad Aβ,sunt enim triangula proportionalia; igitur motus initio scilicet in puncto arcus putà B est ad motum in perpendiculari etiam initio consideratum, vt sinus rectus residui arcus,putà β D ad semidiametrum, vel sinum totum, id est α β ad A β,idem dico de omnibus aliis punctis.

Theorema 63.

Hinc proportio accelerationis motus in descensu funependuli seu incrementi in singulis punctis additi est in proportione huiusmodi sinuum minorum semper & minorum;v.g.motus in puncto B est vt B A semidiameter in τ vt τ μ in β vt β α , id est licèt maior sit motus in τ quàm in B , cum scilicet descendit ex B in τ,vt illa portio crementi quæ in ipso puncto τ additur est ad primam in B vt τ μ ad BA.

Theorema 64.

Hinc velocitas acquisita in arcu B T est ad acquisitam in arcu B β,vt omnes sinus eiusdem arcus B τ ad omnes sinus arcus B β, & hæc ad acquisitam in toto quadrante BD,vt hi ad omnes sinus quadrantis; similiter potest comparari acquisita tantùm in arcu B T, cum acquisita in arcu τ β vel β D,quod probatur;quia motus,qui respondet singulis punctis arcus initio est in proportione sinuum seu transuersarum B A,τ μ, β α , &c. igitur si à singulis punctis arcus quadrantis in rectam lineam compositi ducerentur;haud dubiè prædictam aream quasi occupabunt; igitur acquisita in vno puncto est ad acquisitam in alio puncto vt linea transuersa ad

transuersam v. g. acquisita in solo puncto τ nulla habita ratione superiorum ad acquisitam in solo puncto β vt $\tau\mu$ ad $\beta\alpha$ ita acquisita in arcu B τ est ad acquisitam in arcu $\tau\beta$, vt area sinuum B $\tau\alpha$, ad aream sinum arcus $\tau\beta$.

Scholium.

Obseruabis prædicta ita intelligenda esse, vt assumantur arcus extensi in lineam rectam, ne scilicet sinus plùs æquo contrahantur, seu potius aliquo modo compenetrentur; semper enim accidet trapezus mixtus, v. g. sit trapezus A τ assumatur recta æqualia arcui B τ & duæ rectæ æquales duabus BA, $\tau\mu$, quarta erit curua; igitur erit trapezus mixtus, quæ certè cautio adhibenda est, alioquin falsum esset superius Theorema, sed de funependulis infrà.

Theorema 65.

In plano horizontali E O motus incrementa in diuersis punctis habent eamdem proportionem quam habent in motu funependuli per arcum suum v. g. sit planum E O ducatur AP O, motus in O est ad motum in perpendiculari vt PX ad AE, sit funependulum AP cuius centrum; cui affixa est immobiliter extremitas funis, sit A & punctum quietis sit E, motus illius in puncto P est ad motum in puncto C vt P X ad A B: similiter motus in G puncto plani est ad motum in perpendiculari vt L Q ad AE per Th. 55. itemque sit funependulum in L, motus in L est ad motum in C vt L Q ad A E, idem dico de punctis T & Y & omnibus aliis; igitur crementa motus tùm in motu tùm in arcu sunt in eadem proportione.

Theorema 66.

Determinari potest velocitas acquisita in descensu O E, est enim vt triangulum mixtũ cuius alterum latus rectum sit ad O E, alterum ad angulos rectos PX, tertium curua connectens sinus rectos infra P X versus vt E vides in figura E O 4. est autem hæc velocitas ad velocitatem acquisitam in perpendiculari æquali O E vt prædictum triangulum E O 4. ad rectangulum sub O E A.

Theorema 67.

Non descendit mobile per per O E & G E æquali tempore vt patet, quia hæc Tangens EO potest esse longior in infinitum; sed has proportiones demonstrabimus Tom. sequenti, quia multam Geometriam desiderant.

Theorema 68.

Omne planum quod ad aliquod punctum circumferentiæ globi terrestris terminatur, & productum vlterius non secat centrum potest planum inclinatum esse, v. g. in planum L D vel YD, immò nullum est planum quod non sit horizontale, id est quod non cadat perpendiculariter in aliquem radium vel in aliquod perpendiculum v. g. L D est horizontalis quia cadit

dit perpendiculariter in perpendiculum A D;idem dico de plano Y D, cuius perpendiculum vt inueniatur,ex centro A adducatur perpendicularis in Y D : hinc non potest descendere corpus ad centrum terræ per planum inclinatum rectilineum quia linea recta quæ ducitur ad centrum est perpendiculum;igitur non est planum inclinatum.

Theorema 69.

Potest determinari motus duorum planorum inclinatorum quorum idem est perpendiculum,sit enim [a] arcus terræ G F C centro A;sint duo plana FK GFL quorum idem est perpendiculum L A;motus in K per KF initio est ad motum per K vt DC ad DCA;ducatur autem AH perpendicularis in GL,& centro A ducatur arcus HE,ducaturque vel HO perpendicularis in A L vel C P in A H;dico motum in L esse vt P C ad C A:sed hæc sunt facilia. [a] *Fig.* 8. *Tab.* 3.

Theorema 70.

Nullus gradus impetus destruitur in descensu KF vel MF per se;quia nihil est à quo destruatur, dixi per se;nam per accidens aliquid destrui potest tùm ratione plani scabri tùm etiam ratione aëris.

Theorema 71.

Omnes gradus acquisiti in descensu concurrunt ad descensum præter vnum scilicet præter acquisitum vltimo instanti descensus ; quia impetus non concurrit ad motum primo instanti quo est, per Th. 34. lib.1. de omnibus aliis certum est quod concurrant,quia non impediuntur, igitur concurrunt per Ax.12. lib.1.

Theorema 72.

Omnes gradus impetus qui concurrunt ad descensum,concurrunt ad ascensum præter vnum ; probatur, quia si omnes concurrerent,maior esset ascensus descensu quod est absurdum : adde quod impetus innatus ad lineam sursum determinari non potest per Th.12. sed impetus innatus concurrit ad descensum,vt patet.

Theorema 73.

Hinc tot concurrunt ad ascensum quot ad descensum ; nam ad ascensum omnes præter vltimum,ad descensum omnes præter primum;igitur tot concurrunt ad ascensum,quot ad descensum.

Dices,primo instanti ascensus aliquis gradus destruitur.Responderet aliquis,transeat antecedens, quia cùm instanti vltimo descensus omnes gradus præter innatum exigant motus pro sequenti instanti,quod est primum instans ascensus;certè tot concurrrunt ad primum instans ascensus, quot ad vltimum descensus,licèt aliquis gradus destruatur pro primo instanti ascensus. Responderet alius,cùm primo instanti ascensus gradus ille qui vltimo descensus productus est concurrat ad motum, igitur illo instanti frustrà non esse, igitur non debere destrui, cùm eo tantùm nomine destruatur impetus ; igitur primo instanti ascensus non destrui

vllum

vllum grâdũ impetus, quia ſcilicet impetus innatus in omnibus inſtantibus præcedentibus habuit motum deorsũ;igitur nullo inſtãti præterito exigebat motum oppoſitum:adde quod vltimo inſtanti deſcenſus quo mobile ponitur in F impetus naturalis non exigit ampliùs motum, cur enim potius verſus M quàm verſus N, igitur primo tantùm inſtanti aſcenſus quo mobile fertur verſus N, impetus naturalis exigit mobile redire in F.

Dices,ſi primo inſtanti aſcenſus nullus gradus impetus deſtruitur;igitur nec ſecundo neque tertio, non eſt enim potior ratio pro vno quàm pro altero.Reſponderet negando,nam ideo,vt iam indicaui,primo inſtãti aſcenſus nullus gradus deſtruitur,quia inſtanti immediatè antecedẽti, quod erat vltimum deſcenſus, impetus innatus non exigebat quidquam ampliùs,igitur nullus gradus eſt fruſtrà,igitur nullus deſtruitur, at verò inſtanti aſcenſus impetus innatus exigit pro ſequente, quod eſt ſecundum aſcenſus mobile redire in F, igitur ex illa pugna ſecundi inſtantis deſtruitur aliquid impetus; ſed profectò primo aſcenſus deſtruitur aliquid impetus, quia aliquid motus remittitur, propter impetum innatum;igitur aliquis impetus eſt fruſtrà:non tamen hoc facit, quin omnes gradus in deſcenſu acquiſiti concurrant ad aſcenſum;igitur tot concurrunt ad aſcenſum, quot ad deſcenſum,cum hac tamen differentia,quod impetus innatus,qui concurrit ad deſcenſum,non ad aſcenſum ſit longè velocior vltimo inſtanti motus acquiſito, qui concurrit ad deſcenſum, non ad aſcenſum.

Theorema 74.

Hinc in ea proportione creſcit impetus in deſcenſu,qua decreſcit in aſcenſu, & in eadem creſcit,& decreſcit motus in eadem creſcunt, & decreſcunt ſpatia, v.g. ſint ſex inſtantia deſcenſus iuxta proportionem ſcilicet inſtantium, in qua res iſta faciliùs explicatur: primo inſtanti motus ſunt duo gradus impetus,quorum alter tantùm concurrit, ſcilicet qui præextitit; qui enim producitur primo illo inſtanti,non concurrit ad illum motum per Th. 34. lib. 1. igitur primo inſtanti ſunt duo gradus impetus, vnus gradus motus,& vnum ſpatium; ſecundo verò inſtanti ſunt tres gradus impetus quorum vnus non concurrit,2. gradus motus,2.ſpatia,atque ita deinceps; donec tandem ſexto eo vltimo inſtanti deſcenſus ſint 7. gradus impetus, quorum vnus non concurrit, 6. gradus motus, & 6. ſpatia.

Similiter primo inſtanti aſcenſus ſunt 7. gradus impetus, quorum vnus non concurrit ſcilicet innatus,6. gradus motus,6. ſpatia; ſecundo 6.gradus impetus,quorum vnus non concurrit ſcilicet innatus,5.gradus motus, 5. ſpatia,atque ita deinceps.

Theorema 35.

Hinc æqualia ferè vtrimque ſunt ſpatia deſcenſus ſcilicet,& aſcenſus;v.g. MF æquale FN, quia eſt ſumma eorumdem terminorum per Th. 74. igitur ex F mobile aſcendit ad altitudinem FN æqualem altitudini FM,

ex

ex qua priùs descenderat dixi ferè, quia cum innatus sit perfectior vltimo acquisito paulò plùs spatij acquiritur in descensu, quàm in ascensu, sed minimum est sensibile.

Theorema 76.

Hinc æqualibus temporibus ascendit ferè ab F in N, & descendit ex M in F, quia numerus terminorum æqualis est numero instantium.

Theorema 77.

Hinc motum haberet ferè perpetuum ab M in F ab F in N, ab N iterum in F, &c. si enim descendens ex M in F ascendit ad æqualem altitudinem F N, ita & descendens ex N in F ascendet ad æqualem altitudinem F M, atque ita deinceps; igitur motus erit ferè perpetuus; sed profectò nullum est corpus tàm læuigatum, quod motum non impediat: dixi ferè, quia descensus tantillùm superat ascensum, sed vix intra mille annos sensu id percipi posset.

Theorema 78.

Hinc si terrestris globus esset perforatus in perpendiculo F A I, si ex puncto F demitteretur globus plumbeus per F A I descenderet ex F in A, tum ex A ascenderet in I æquali ferè tempore; quod necessariò sequitur ex dictis; quia omnes gradus qui concurrent ad ascensum, etiam concurrerent ad descensum, præter vnum, scilicet vltimo instanti descensus acquisitum; & omnes, qui concurrerent ad descensum, concurrerent etiam ad ascensum præter vnum, scilicet primum vel innatum; igitur æquale spatium æquali tempore percurreretur; quod certè dictum sit abstrahendo à resistentia aëris, quæ fortè modica esset; Ex hac perpetua vibrationum serie aliquando explicabimus causas physicas apogæi & perigæi Solis, & aliorum planetarum; adhibe eamdem cautionem, de qua suprà.

Theorema 79.

Si duo plana inclinata faciunt angulum est ferè æqualis ascensus descensui. v. g. descendat per L F dico quod ascendet per F R ad altitudinem ferè æqualem L F, quia licèt in angulo illo L F R fit noua determinatio ad nouam lineam motus, id est quasi reflexio; nihil est tamen quod destruat impetum; nam in reflexione seu noua determinatione non perit aliquid impetus necessariò vt lib. sequenti demonstrabimus.

Theorema 80.

Est tamen alia ratio de motu funependuli quâ euincemus ascensum esse minorem descensu, de qua infrà.

Theorema 81.

Initio ascensus per F N destruuntur gradus impetus producti sub finem descensus, & sub finem ascensus destruuntur producti initio descensus: ratio est clara, quia producti sub finem descensus sunt imperfectiores, cùm plùs recedant à perpendiculari, per Th. 55. similiter initio ascensus longiùs recedit linea à verticali; igitur minùs destruetur impetus, vt sæpè inculcauimus

cauimus; nam idem destruitur in dato puncto ascensus, qui produceretur in eodem puncto descensus.

Dices, gradus productus vltimo instanti descensus non destruitur primo ascensus. Respondeo destrui; hinc eadem causa idem destruit primo instanti ascensus quod produxit vltimo instanti descensus; destruit inquam mediatè.

Hìc obseruabis singulare discrimen, quod intercedit inter causam producentem, & exigentem; nam producens verè agit, exigens verò tantùm exigit; illa consequitur effectum eo instanti quo agit; hæc verò non habet effectum eo instanti, quo exigit, sed pro sequenti; est tamen causa eo instanti, quo exigit, non certè agens, sed exigens: exemplum habes in impetu, qui non habet motum eo instanti quo exigit, sed tantùm sequenti pro quo exigit; igitur est causa motus antequàm sit motus, non agens sed exigens; at verò cum impetus alium impetum producit est tantùm causa illius cum agit.

Theorema 82.

Vltimo instanti ascensus sunt duo gradus impetus, scilicet productus primo instanti descensus cum innato; igitur instanti sequenti erit motus, id est, descensus, quia præualet innatus qui perfectior est, vt constat ex dictis; igitur nullum erit instans quietis; quæ omnia explicari debent eodem modo, quo iam explicuimus in motu violento, lib. 3. est enim eadem ratio, &c. quæ omitto ne multa hìc repetere cogar.

Theorema 83.

Ictus essent ferè æquales in segmentis æqualibus ascensus & descensus, quia motus esset æqualis in illis; igitur ictus æquales, quod facilè est.

Theorema 84.

In planis eiusdem inclinationis idem corpus graue est eiusdem ponderis v. g. [a] sint plana F E. G D. H O eiusdem inclinationis cum communi scilicet perpendiculo O D E A; certè pondus corporis in O est ad pondus eiusdem in H vt A H ad A O per Th. 57. & pondus corporis eiusdem in D est ad pondus eiusdem in G vt A G ad A D, & in E vt A F ad A E; sed A F est ad A E vt A G ad A D, vt A H ad A O; sunt enim triangula proportionalia.

[a] *Fig. 7. Tab. 3.*

Hinc reiice quorumdam recentiorum sententiam, qui volunt corpus, quod propiùs ad centrum terræ accedit, esse minùs graue, & grauius quod longiùs à centro recedit, quod de grauitate corporis absolutè sumpti nullatenus dici potest vt constat, vtrum verò si cum alio in eadem libra statuatur hinc inde, videbimus suo loco.

Diceret fortè aliquis in ipso centro spoliari sua tota grauitate; igitur quo propiùs accedit ad centrum maiori grauitatis portione multatur; sed nego consequentiam; nec enim sequitur priuari parte grauitatis dum abest à centro, licèt tota priuetur cum est in centro sed de hac quæstione plura aliàs; nec enim huius loci est.

Sed

Sed ne hoc fortè excidat [a] si Globus C G L H descendat ex A ad centrum mundi seu grauium E, quæri potest vtrum omnes partes moueantur sua sponte versus L etiam illæ quæ vltra centrum E processerunt, seu quod idem est, vtrum globus C G L H, cuius centrum E est coniunctum cum centro grauium E translatus in I F K B eiusdem sit ponderis, cuius esset in A. v.g. [a] *Fig. 53 Tab. 2.*

Resp. primò globum prædictum, cuius centrum est in E, nullius esse ponderis, vt constat; nec enim potiùs in vnam partem, quàm in aliam inclinat. Respondeo secundò globum eundem, cuius centrum est D extra centrum grauium E grauitare, quia inclinat versus E. Respondeo tertiò non æqualiter grauitare, siue sit in D, siue sit in A; quia grauitat per suam entitatem quatenus coniuncta est cum inclinatione; sed non est eadem entitas in A quæ in D cum eadem inclinatione, igitur nec eadem grauitas; non enim grauitat inde secundum totam suam entitatem; quia scilicet sectio M F N E non potest ampliùs grauitare infrà E, quandoquidem E est locus infimus.

Dices grauitare grauitatione communi. Respondeo ad extra concedo, scilicet ad producendum impetum in corpore quod impedit motum, secus verò grauitatione intrinsecâ; vnde si sustineretur globus in F non sustineretur totus, sed fortè detraheretur de toto pondere, primò sectio M F N E, quæ non grauitat versus F & altera æqualis quæ ab ea sustineretur. v.g. si sectio O C P D immediatè incumberet sectioni M F N E, ita vt corda O P iungeretur cordæ M N; certè vtraque consisteret; dixi fortè, quia non est ita certum, vt videbimus alias. Dices igitur si globus ille esset in centro, minima vi adhibita amoueretur; igitur idem timendum esset de toto terrestri globo; sed noli timere quæso tàm facilè terræ motum; immò si globus ille semel occuparet centrum E, cum non tantùm hemisphærium G L H contra nitatur G C H; verùm etiam C G L, C H L, & infinita alia; certè vt moueatur vbi semel centrum E occupat, debent tot ferè produci gradus impetus, quot produci deberent vt moueretur extra centrum, vt probabimus cum de grauitate scilicet in tractatu sequenti physicæ singulari: Interim dicendum est singulas partes huius globi seorsim grauitare, cum centrum occupat, excepto illo puncto quod in centro est.

Theorema 85.

Potest, corpus graue descendere ad centrum terræ per planum conuexum quadrantis, sit [b] enim globus terræ G B C K, centrum A; describatur ex K semidiametro K A quadrans K L A. Dico quòd corpus graue descendet per conuexum arcum L V A, non tamen per concauum. Probatur prima pars, quia à puncto L per arcum L V A semper accedit propiùs ad centrum A; igitur per illam descendet, quia nulla est alia linea minor dextrorsum; si enim esset aliqua, esset L C A; quia possunt tantùm dùci duæ illæ rectæ breuissimæ, quæ terminentur ad puncta L C vt patet; sed L C A est maior arcu L V A: Probatur secunda pars, quia ab L in A in- [b] *Fig. 10 Tab. 3.*

trorsum potest duci linea L A breuior arcu L V A; igitur per concauum L V A non descenderet mobile.

Theorema 86.

Motus puncti L initio esset minor motu puncti V initio; id est posito quod demittatur ex V versus A; demonstro, quia eodem modo se habet in L, atque si esset in puncto L Tãgentis L C, vt patet; sed motus per L C initio est ad motum per L A vt N D ad N A vel vt L C ad L A per Th. 55. at verò motus in V vel in F initio per F E Tãgentem est ad motum perpendiculi F A vt F E ad F A; sed est maior ratio F E ad F A, quàm L E ad L A, vt constat; igitur motus initio in V est minor quàm in L initio.

Theorema 87.

Hinc est inuersa ratio motus funependuli vulgaris & plani inclinati recti, in quibus motus supremi puncti est maior motu cuiuslibet alterius puncti, vnde inciperet motus, cum tamen hic sit minor: porrò posset esse funependulum K L A dum vel L V A esset orbis durus quem media diuideret rima quasi ecliptica globi penduli ex K fune extenso, & per rimam incerto K L, vel quod faciliùs esset si K L esset prisma durum, quod circa K immobile moueri seu volui posset.

Theorema 88.

Alia via facilior occurrit, quæ mihi videtur non esse omittenda qua proportiones illæ diuersi motus demonstrari possent, sit. v.g. punctum L; assumatur arcus L Q æqualis arcui L A; ducatur recta A Q, in quam ducatur L K perpendicularis: dico motum in L per arcum L V A initio esse ad motum per L A vt K A ad L A: similiter sit punctum V; assumatur V L æqualis arcui V A; & in hanc perpendicularis V X. dico motum in V per arcum V A esse ad motum per ipsum perpendiculum V A vt X A ad rectam V A; idem dico de omnibus aliis: Ratio est, quia Tangens, quæ duceretur in V esset parallela A X; igitur triangula vtrimque essent æqualia. v.g. F E A & F Y A: item motus in P est ad motum per ipsum perpendiculum, vt Tangens P M ad P A, vt constat ex dictis.

Theorema 89.

Hinc totus motus per L A perpendiculum est ad totum motum per arcum L V A, vt omnes chordæ ductæ ab A ad omnia puncta quadrantis A V L simul sumptæ ad totidem subduplas chordarum ductarum ab A ad alterna puncta totius semicirculi A L Q vel ad totidem Tãgentes simul sumptas: cum enim motus in L per arcum L V A sit ad motum in L per ipsum perpendiculum L A vt subdupla A Q ad L A, & motus in V per arcum in A sit ad motum in V per rectam V A, vt subdupla chordæ A L ad rectam V A, atque ita deinceps per Th. 88. certè omnia antecedentis simul sumpta habent illam rationem ad omnia consequentia simul sumpta, vt constat; igitur totus motus, &c.

Theorema

Theorema 90.

Globus descendens B per conuexum arcum L V A in quo A est centrum terræ ascenderet denuò per quadrantem oppositum A F S; patet, quia totus impetus non destrueretur in centro A, qui scilicet esset intensior propter accelerationem descensus, quàm vt in momento destruatur; quod probatur ex aliis funependulis, & reflexis.

Theorema 91.

Non ascenderet per totum arcum A F S; hoc Theorema probabitur cum de motu funependuli, est enim eadem pro vtroque ratio; quæ in eo posita est, quòd in ascensu aliquid impetus destruatur.

Theorema 92.

Velociùs descenderet per arcum maiorem L V A quam per minorem X A; velociùs, inquam, pro rata; nam arcum X A citiùs percurreret; ratio est, quia modicus X A est magis curuus, vt patet; igitur determinationis mutatio maior est: adde quod maior arcus accedit propiùs ad rectam.

Theorema 93.

Non modo per quadrantem circuli descendere potest in centrum terræ, sed etiam per semicirculum; vt videre est in eadem figura, nam si globus statueretur iuxta Q tantulùm, scilicet, extra perpendiculum A Q dextrorsum, v.g. versùs P; certè descenderet vsque ad A per conuexum semicirculi Q L A; per conuexum, inquam, non per concauum, vt dictum est de quadrante L V A. Ratio est, quia accederet semper propiùs ad centrum A; igitur esset planum inclinatum per Th. 2. igitur per illud descenderet, nec vlla esset difficultas; quod autem accedat semper propiùs ad A per semicirculum Q L A, certum est; quia P A minor est Q A; nam diameter est maxima subtensarum in circulo. Immò per alium semicirculum A S Q ascenderet denuóque descenderet repetitis pluribus vibrationibus; nunquam tamen ascenderet vsque ad punctum Q propter eamdem rationem, quam in Theoremate 92. adduximus.

Obseruabis præterea non tantùm corpus graue posse descendere per semicirculum, qui secet centrum mundi A, sed etiam per plures alios. v. g. per semicirculum R O B, quia scilicet ab R versùs B O & ab O versus B semper descendit, ascenditque propiùs ad A, cùm nulla linea inter A O B duci possit ad punctum A, quæ non sit maior B A, vt constat.

Vt autem habeas istos circulos; accipe centrum suprà A versus K, modo radius seu semidiameter descendat infrà A. v.g. I B vel K B, &c.

Theorema 94.

Hinc potest aliquis dimidium globum terrestrem percurrere, licèt semper descendat; vt si conficiat semicirculum R O B, & licèt semper ascendat,

vt si conficiat semicirculum B H R; hæc ita clara sunt, vt oculis tantùm indigeant.

Theorema 59.

Hinc potest esse mons per quem aliquis ascendat, licèt sub planum horizontale descendat. v.g. sit Tangens in puncto B; haud dubiè qui ex B versus H procederet per arcum B H, haud dubiè ascenderet, quia recederet semper à centro mundi A; descenderet tamen infra Tangentem in B; igitur mons esset infra horizontale planum; montem enim appello tractum arduum, in quo dum aliquis ambulat, ascendit, hoc est recedit à terræ centro.

Theorema 96.

Diuersæ essent rationes motus in descensu per semicirculum Q L A; scilicet in iis punctis, quæ propiùs accedunt ad A motus esset velocior initio scilicet; potest autem haberi hæc proportio ductis Tangenttibus, vt sæpè iam dixi; at verò in semicirculo ROB in puncto T esset velocissimus motus initio, quia angulus I T A est maximus eorum omnium, qui possunt fieri ductis duabus rectis ab A & I coëuntibus in semicirculo ROB; igitur & illi oppositus; igitur perpendiculum A T accedit propiùs ad Tangentem; igitur planum inclinatius est; igitur in puncto T est velocior motus initio quàm in aliis; igitur acceleratur motus ab R in T per crementa semper maiora, & ab ipso T ad B per crementa minora.

Theorema 97.

Potest descendere corpus graue v.g. globus vsque ad centrum terræ per Helicem; sit enim [a] globus terræ A E Q O, centrum K; diuidatur Q K in 4. partes æquales Q R. R P. P S. S K; assumatur E H æqualis Q R, & A C æqualis Q P, & O M æqualis Q S; tùm per signata puncta describatur helix Q H C Z M K: dico quod per eius conuexum globus descenderet ex Q, ad centrum terræ; quia semper accedit propiùs ad centrum; immò per plura volumina descendere potest; sit enim Q K diuisa in 8. partes æquales Q T T R, &c. tùm assumatur E F æqualis Q T, A B æqualis Q R, O N æqualis Q V tùm Q R in ipsa Q K, & æqualis Q Y, E D, æqualis Q S, & O L æqualis Q X; & per puncta assignata describatur Helix Q F B N P I D L K, per eam descenderet globus ad centrum terræ K post duas circumuolutiones.

[a] Fig. 5. Tab. 3.

Per aliam quoque spiralem compositam ex semicirculis descendere potest ad centrum terræ B; sit [b] enim centrum terræ F & globus terræ A C M D; accipiantur duo puncta hinc inde H K ad libitum; tunc ex H fiat semicirculus M B; haud dubiè globus positus in M descendet in B per conuexum semicirculi in B; quia B inter omnia illius puncta accedit proximè ad F; tùm ex K ducatur semicirculus B I; certè ex B descenderet in I propter eamdem rationem, tùm ex H describatur semicirculus I F; certè ex I descendet in F, quæ omnia patent ex dictis; possunt autem multiplicari istæ spiræ in infinitum: Hinc licèt globus singulis horis 100000. leucas conficeret in descensu, non tamen attingeret centrum nisi post 1000. annos, immò plures secundùm numerum spirarum.

[b] Fig. 13 Tab. 3.

Denique

Denique potest descendere [a] per plura plana inclinata A K L M N O P Q R S T, siue ducantur perpendiculariter, scilicet AK in BC, K L in B D, atque ita deinceps; siue non perpendiculariter, modò DL sit maior C K, E M maior DL, atque ita deinceps; attamen vltimum planum TB non erit inclinatum, sed perpendiculum, vt patet. [a] *Fig.* 14. *Tab.* 3.

Theorema 98.

Possunt esse infinita plana inter orbem terræ, & horizontale per quæ globus seu corpus graue non descendet; sit [b] enim centrum terræ C, ex quo describatur arcus Q M H ducta diametro M C A in M; ducatur Tangens N M L; hæc erit horizontale planum, vt constat; tùm ex aliquo puncto infra C putà ex A describatur arcus S M K; cercè si ponatur globus in M non descendet per arcum M G, quia potiùs ascenderet; immò si ponatur in T descendet in M, immò faciliùs pelleretur corpus graue per arcum M T, quàm per horizontalem MN, vt patet; igitur potentia illa, quæ per horizontalem pellit non est omnium minima, quæ per arcum M Q pellit; quia in eo nullo modo globus ascendit, sed semper à centro C æquidistat. Si verò assumas quæcumque centra supra B putà D, & E, & ducas arcus TM GP O MF; certè globus descendet per MQ, & MP, vt manifestum est ex dictis, & hoc fortè ludicrum cuiquam videbitur; si enim collocetur globus in T, descendit versus M; si verò in Y descendet versus P; licèt V & T non distêt pollice; possunt enim accipi minima illa spatia versus M, vbi est angulus contingentiæ; nulla tamen potest duci recta ab M infra MN, per quam globus non descendat velociùs initio, quàm per vllum arcum, siue M P, siue MO, siue quemcnmque alium quamtumuis maximè incuruatum vel inclinatum; quia scilicet recta illa ducta ex M infra M N secat omnes illos arcus, vt patet; igitur initio facit planum inclinatius: dixi initio, quia deinde in arcu multùm inualescit motus, cum semper deficiat in recta, vt diximus abundè suprà. [b] *Fig.* 15 *Tab.* 3.

Theorema 99.

Si quadrans ita distet à centro mundi, vt tùm alter eius radius, tùm Tangens ipsi parallela censeantur perpendiculares, globus descendet ex eius vertice per arcum: Sit enim [c] quadrans ATE erectus supra horizontem, ita vt AE sit horizontalis, & tùm TA, tùm 3. A perpendiculares; certè descendet globus per eius conuexum VBA in eadem proportione, in qua descendit per semicirculum, de quo suprà; Igitur motus per quadrantem T B E est ad motum per ipsum perpendiculum in eadem ratione, in qua est ad motum per semicirculum; quippe motus in T nullus est per arcum TE; 5. verò motus per arcum 5. E, initio scilicet, vt sæpè dictum est, est ad motum per ipsam perpendicularem vt A 7. ad A 5. in 4. vt A 7. ad A 4. in B vt A ♂ ad A B, in D vt AH ad AD in X. vt AF ad AX, in E, vt AE ad A E; vides autem transire motum hunc ferè per omnes gradus tarditatis: dico ferè, quia reuerâ non transit per omnes; quippe si fieret maior quadrans tangens istum in T, motus esset iuxta initium præsertim tardior. [c] *Fig.* 12. *Tab.* 3.

dior.

Obseruasti iam vt puto motum per Arcum T B E esse inuersum vulgaris funependuli; quippe in illo motuum incrementa initio sunt minora, & semper crescunt; at verò in hoc initio sunt maiora, & semper decrescunt.

Theorema 100.

Possunt determinari vires, quæ sustinere possunt datum pondus collocatum
a Fig. 12. Taq. 3. a *in arcu erecto A T E* : quippe ad sustinendum pondus in T nullæ vires requiruntur, ad sustinendum in E æqualis potentia ponderi requiritur; at verò potentia, quæ sustinet in 5. se habet ad æqualem vt A 7. ad A E, in 4. vt A Z. ad AE, in B vt A♪ ad AE, in D vt AH ad AE, in X vt AF ad AE; denique in E vt A E ad A E; ratio est, quia potentia debet esse proportionata momento ponderis, seu motus, sed motus in B. v. g. per BE est ad motum qui fit per perpendicularem vt A♪ ad A B vel AE, igitur potentia quæ impedit hunc motum, id est quæ sustinet pondus in B est ad illam quæ sustinet in E vt A ♪ ad AE.

Debet autem sustineri pondus vel per Tangentem ductam ad punctum B vel ipsi parallelam in certo dumtaxat funiculo, vt fit in trochleis; vnde si semicirculus A 2. E sit trochlea, & pondus pendeat ex E, adhibeaturq; potentia trahens in A, debet esse æqualis ponderi, sed de trochleis fusè lib. 11.

Hinc etiam facilè determinari potest quomodo destruatur impetus, si proiiciatur globus per arcum EBT sursum; nam in eadem proportione destruetur in ascendendo, qua acceleratur descendendo; neque est hîc singularis difficultas; quemadmodum enim in descensu semper acceleratur per incrementa inæqualia iuxta rationem explicatam; ita in ascensu semper retardatur per detractiones inæquales; in descensu quidem per incrementa initio minora, & maiora sub finem; in ascensu è contrario per detractiones initio maiores sub finem minores.

Hinc denique determinari potest quantùm corpus grauitet in toto arcu TBE; in E nihil grauitat, in T totum grauitat; igitur grauitatio in T, seu tota est ad grauitationem in E, vt TA ad nihil, in 5. verò vt A T ad AT, in 4. vt A T ad A A, in B vt A T ad AS, atque ita deinceps, quæ constant ex dictis.

Iusuper obserua corpus graue incumbens arcui TBE, per varias lineas posse pelli, vel trahi, de quibus idem prorsus dicendum est, quod dictum est in Th. 5. & Sch. Th. 16.

Adde quod omisimus, sed facilè ex dictis lib. 1. intelligi potest, impetum qui producitur in acceleratione motus per planum inclinatum esse imperfectiorem ex duplici capite; primò ratione minoris temporis, quo producitur ex ratione maioris vel minoris inclinationis, seu longi-
b Fig. 54 Tab. 2. tudinis. v. g. b sit planum inclinatum A C; certè cum post motum per A E, & per A B sit æqualis ictus vel impetus; & cùm tempus quo descendit per AE sit duplum temporis, quo descendit per AB; certè singulis instantibus, quibus durat motus per A C, producitur impetus subduplus tantùm

tùm in perfectione illius,qui producitur per AB; si enim æqualis perfectionis;igitur impetus post descensum per AC esset duplus illius qui habetur in B post descensum per A B; si autem esset minor subduplo;igitur in C,vel impetus esset minor quam in B contra hypothesim;igitur debet subduplus;igitur duplò plures sunt gradus impetus in C quàm in B, cùm scilicet singuli gradus impetus in B æquiualeant duobus impetus in A: his adde aliqua breuia Corollaria, quæ quisque ex dictis facilè colligere poterit.

Corollarium 1.

Ex his primò vides perfectam analogiam impetus in omni motu, qui reuera explicari non potest,nisi detur impetus alio imperfectior: Porrò multa hîc desiderantur,quæ ad motum in planis inclinatis pertinent,quę in Tomum sequentem remittimus;quia potiori iure ad Mathematicam spectant, quàm ad Physicam.

Corollarium 2.

Secundò, impetus posse in infinitum decrescere perfectionem quod primò constat ex eo, quòd infra horizontalem possint duci lineæ minùs & minùs inclinatæ:secundò ex eo,quòd possint inter quamlibet inclinatam deorsum rectam , & superficiem orbis terræ describi infiniti orbes, quorum centrum sit supra centrum terræ, quorum arcus initio faciunt minorem,& minorem inclinationem.

Corollarium 3.

Tertiò, hinc colliges impetum a qui producitur in primo puncto descensus illorum arcuum esse prorsus alogum cum illo, qui producitur in primo puncto descensus cuiuslibet rectæ inclinatæ, & illum qui à proximo puncto versus punctum contactus in Tangente producitur esse etiam alogum cum illo , qui in proximo puncto versus idem punctum contactus producitur in circumferentia circuli , cuius centrum sit infra centrum terræ, id est cuius radius sit longior radio orbis terræ. a *Fig* 15. *Tab.* 3.

Corollarium. 4.

Quartò, quid mirabilius quam ad idem punctum contactus posse duci infinitos circulos quorum arcus omnes in easdem partes incuruantur,licèt sint infiniti ? quia sumpto termino in eodem puncto contactus omninò ascendant scilicet ij,qui maiores sunt orbe terræ,& infiniti,qui descendunt,ij scilicet qui minores sunt; & vnicus tantùm medius , qui nec ascendat nec descendat,qui est orbis terræ.

Corollarium 5.

Quintò, non posse faciliùs globum moueri, quàm in superficie terræ, si probè læuigata esset; nullum enim est planum supra siue rectum , siue curuum,quod non ascendat;nullum infrà quod non descendat:hinc motus esset æquabilis.

Corollarium 6.

Sextò, cum globus rotatur in plano inclinato mouetur motu mixto, scilicet ex motu orbis & centri, moueturque velociùs quàm cubus eiusdem ponderis; quia pauciores partes plani fricantur à globo; sed hæc ratio non valet, nisi supponatur planum non esse perfectè læuigatum; igitur est alia ratio: an quia cubus mouetur motu centri? globus verò motu centri & orbis; sed motus orbis iuuat motum centri; sed hæc ratio nulla est, quia tantumdem pars superior globi addit motui centri quantùm inferior detrahit; igitur alia ratio est, scilicet non tantùm globum descendere in plano inclinato per grauitatem absolutam, sed etiam per respectiuam, estque veluti potentia Mechanica admota, scilicet vectis, cujus quasi vicem gerit semidiameter circuli: porrò vectis centrum est punctum contactus; dixi semidiametrum, non verò diametrum; quia totum pondus globi non est appensum extremæ diametro, sed extremæ semidiametro in hoc casu; illa autem extremitas est centrum grauitatis globi.

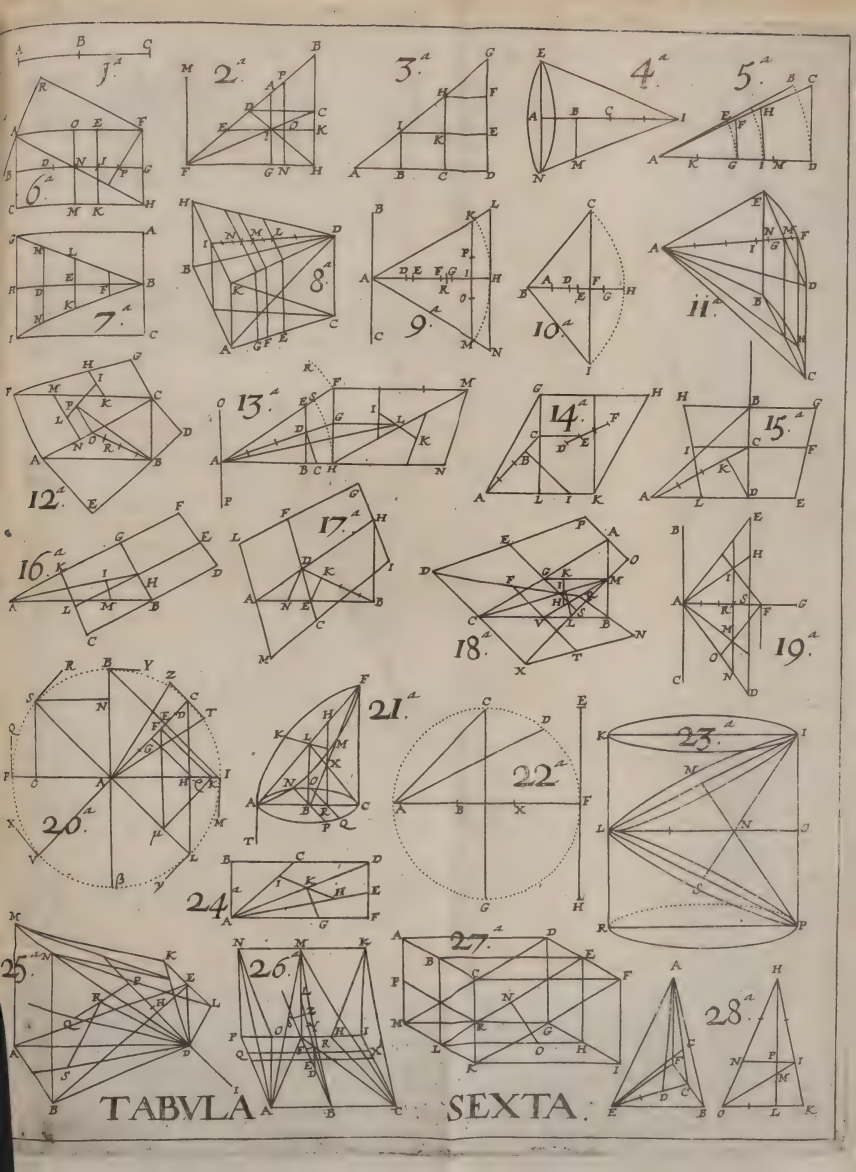
Corollarium 7.

Septimò, hinc etiam apparet analogia impetus imperfectioris, qui producitur versus centrum vectis, & illius, qui producitur in mobili per planum inclinatum; nam ideo est imperfectior, qui producitur versus centrum vectis, quia temporibus æqualibus partes mobiles vectis, quæ sunt versus centrum acquirunt spatia inæqualia scilicet, minora, & minora in infinitum; ita prorsus in planis inclinatis cum acquirantur temporibus æqualibus spatia inæqualia; minora certè in longioribus, supposita dumtaxat eadem perpendiculi altitudine debet produci impetus imperfectior; nam ex imperfectione effectus id est motus, benè colligitur imperfectio causæ id est impetus.

Collorarium 8.

Octauò denique, mirabile est, quî fieri possit, vt eadem potentia quæ totas suas vires exerens globum proiicit per lineam verticalem ad altitudinem vnius pollicis, id est quæ proiicere tantùm potest per spatium digitale, per omnes tamen inclinatas, quæ ad extremitatem huius perpendiculi duci possunt, cuiuscunque sint longitudinis, non auctis viribus proiiciat; quis hoc crederet? nisi manifesta cogeret demonstratio, quam habes in Th. 20. 27. &c.

LIBER


1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.
21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.
TABVLA SEXTA.

LIBER SEXTVS,

DE MOTV REFLEXO.

DE motu reflexo agendum esse videtur hoc loco; præmittenduſque est motui circulari, qui fortè sine motu reflexo nunquam fit, vt dicemus infrà.

DEFINITIO 1.

Motus reflexus est reditus mobilis ratione corporis impedientis primam lineam motus.

Hæc definitio est clara; dicitur reditus, quia reuerâ mobile, quod repercutitur, seu reflectitur, quasi redit, seu retrò agitur; siue id fiat per eandem lineam, quâ appulsum fuit; siue per aliam: sic pila in murum impacta reflecti dicitur, ita vt eius linea frangatur in ipsa muri superficie, quod duobus tantùm modis fieri potest: primò sine angulo, vt cum redit mobile per eandem lineam, per quam priùs accesserat, sicque linea reflexionis opponi videtur ex diametro lineæ incidentiæ. Secundò cum angulo, quòd scilicet in puncto reflexionis linea reflexionis cum linea incidentiæ faciat angulum.

Definitio 2.

Corpus reflectens est, quod motum liberum alterius corporis impacti non permittit vlteriùs per eandem lineam propagari, sed illius lineam frangit, & inflectit, &c. huius corporis conditiones in sequentibus Theorematis definiemus.

Definitio 3.

Punctum reflexionis est punctum illud plani reflectentis, in quo linea reflexionis, & linea incidentiæ coëunt.

Definitio 4.

Linea incidentiæ est illa linea motus. per quam mobile ante reflexionem appellitur ad planum reflectens.

Definitio 5.

Linea reflexionis est illa linea motus, per quam mobile post reflexionem recedit à plano inclinato; hinc vides punctum reflexionis esse terminum ad quem illius lineæ, & terminum à quo huius.

Definitio 6.

Angulus incidentiæ est, quem facit cum plano reflectente linea incidentiæ.

Definitio 7.

Angulus reflexionis est, quem facit linea reflexionis cum eodem plano.

Definitio 8.

Cathetus est linea perpendiculariter cadens in planum reflectens ducta ab aliquo puncto lineæ incidentiæ; & tunc dicitur Cathetus incidentiæ; vel ab aliquo lineæ reflexionis, & tunc dicitur Cathetus reflexionis; hæc omnia sunt facilia, quæ in gratiam Tyronum breuiter in figura propono.

[a] *Fig.21 Tab.3.* Sit F B linea plani reflectentis [a]; sit D punctum reflexionis; sit A D linea incidentiæ, D H linea reflexionis, A B Cathetus incidentiæ, H F Cathetus reflexionis, A D B angulus incidentiæ, E D F oppositus, H D F angulus reflexionis, C D B oppositus, A D H angulus aperturæ vel pyramidis reflexionis, E D C oppositus, A D E angulus supplementi anguli incidentiæ, H D G angulus complementi anguli reflexionis, rectangulum B H superficies reflexionis, B F sectio plani reflectentis, & prædictæ superficiei.

Hypothesis 1.

Aliquod corpus in aliud cum impetu impactum reflectitur, hæc hypothesis certa est.

Hypothesis 2.

Corpus reflexum in aliud impactum aliquando illud mouet; sic pila ab aliquo corpore reflexa in aliam incidens mouet illam.

Hypothesis 3.

Quò motus directus, scilicet qui fit per lineam incidentiæ, est maior, maior est quoque motus reflexus; si enim maiore vi pila appellitur in parietem, maiore vi etiam retorquetur.

Axioma 1.

Idem impetus ad plures lineas determinari potest seorsim; hoc Axioma certum est; probatum est in libro 1. Th. 113. 114. &c. dixi seorsim, nam plures simul lineas habere non potest per Th. 115. l. 1.

Axioma 2.

Vbi est effectus, ibi est causa, effectus inquam formalis, v. g. vbi est album, ibi est id, quod exigit motum, seu præstat illum motum in mobili; id est impetus:

impetus : quippe omnis motus est ab impetu, quod sæpiùs in toto libro primo demonstratum est.

Axioma 3.

Impetus destruitur tantùm ne sit frustra per Sch. Theor. 152. *& alia multa libro primo*, si enim impetus suum posset habere effectum reuerâ non destrueretur.

Axioma 4.

Tunc dici non potest tota causa destructa (causa inquam formalis) cum totus effectus non est destructus ; seu tunc non debet dici destructus totus impetus cum totus motus non est destructus.

Theorema 1.

Datur motus reflexus ; nemo dubitat : quippe aliquod corpus in aliud impactum reflectitur per Ax. primum sed si corpus reflectitur est motus reflexus ; igitur certum est de motu reflexo quod sit ; infrà verò videbimus propter quid sit.

Theorema 2.

In motu reflexo est impetus ; probatur, quia vbi est motus, ibi est impetus per Axioma 2.

Theorema 3.

Hinc causa motus reflexi est impetus qui inest corpori reflexo ; nec enim est quidquam aliud applicatum cum mobile separatum tùm à corpore reflectente, tùm à manu proiicientis etiam moueatur ; igitur nihil extrinsecum potest esse causa huius motus ; igitur aliquod intrinsecum, voco impetum ; hîc diutiùs non hæreo, quia simile argumentum habes in tertio libro, in quo fusè probaui requiri impetum ad motum violentum ; atqui nullus motus reflexus est naturalis ; igitur violentus vel mixtus ; igitur requirit necessariò impetum.

Theorema 4.

Ille impetus vel producitur nouus, vel conseruatur præuius ; clarum est, nec aliud excogitari potest.

Theorema 5.

Ille impetus non producitur à corpore reflectente : probatur primò, quia omnis impetus producitur ad extra ab alio impetu per Theor. 42. lib. 1. Secundò probatur, quia corpus reflectens semper produceret impetum in alio corpore applicato ; esset enim causa necessaria ; igitur necessariò ageret per Ax. 12. lib. 1. nec est quod dicas agere tantùm posita tali conditione : hoc est posito motu præuio, quod satis ridiculum est, vt iam aliàs monui ; quia conditio nihil aliud præstat in causa quàm applicationem subiecti apti, in quo agat, & subtractionem omnis impedimenti ; atqui cum proximè pila parieti adhæret, est omninò applicata, & abest omne impedimentum : præterea si corpus reflectens ageret ; haud dubiè

si maius est maiorem impetum produceret; nec enim agit tantùm pars, quæ tangitur; alioqui globus qui tangit tantùm in puncto minimè reflecteretur; quid enim punctum agere potest? Igitur si tantùm agit, quo maius est plùs agit; quæ omnia sunt perabsurda; Igitur non producitur ille impetus à corpore reflectente. Vide Th. 40. lib. 1. &c.

Theorema 6.

Non producitur ab vllo alio extrinseco; non ab aëre, qui motui obsistit; sed nihil est aliud extrinsecum applicatum; Igitur non producitur ab vlla causa extrinseca: adde si vis rationem euidentissimam, quæ Theorema superiùs mirificè confirmat; quia scilicet maximè applicatur mobile corpori reflectenti per lineam perpendicularem; igitur per illam maximè deberet agere: quippè per lineam obliquam quasi tantùm allambitur corpus reflectens; atqui linea reflexionis perpendicularis minima est omnium quamuis per accidens, vt constat experientiâ, & nos infrà demonstrabimus; cùm tamen deberet esse maxima; igitur impetus non producitur in mobili reflexo, nec ab ipso corpore reflectente, nec ab vllo alio extrinseco; quia nihil prorsus aliud applicatum est, à quo produci possit. Respondent aliqui produci à generante; sed quodnam est illud generans? non causa secunda, vt patet; an verò prima? sed quis dicat moueri tantùm à Deo pilam à muro repercussam? sed quidquid mouetur, inquies, ab alio mouetur, vt vult Philosophus. Respondeo mediatè scilicet, vel immediatè; quippe illa pila à se ipsa non mouetur, sed ab impulsore mediante, scilicet, impetu impresso; sed hæc alibi iam indicauimus.

Theorema 7.

Non producitur ille impetus ab ipso mobili, vt constat nec enim exigit moueri illo motu; adde quod est causa necessaria; igitur nulla esset ratio, cur modò maiorem, modò minorem effectum, hoc est impetum produceret; quod tamen accidit; sed hæc sunt facilia.

Theorema 8.

Non producitur nouus impetus in reflectione pura: probatur, quia produceretur ab aliqua causa: illa autem esset vel extrinseca, vel intrinseca; non producitur ab vlla causâ extrinsecâ per Theor. 6. nec ab vlla intrinsecâ per Th. 7. igitur à nulla; igitur nullus producitur; dixi in reflexione purâ, quia præter reflexionem fieri potest, vt corpus reflectens mobile impellat; vt cum duo globi mutuò colliduntur, vel vt sit aliqua compressio, quâ positâ nouus impetus producetur; non est tamen quòd aliquis dicat motum reflexum esse tantùm à compressione; quia quò corpus durius est; & minùs redit, meliùs reflectitur; sic marmor à marmore facilè reflectitur.

Theorema 9.

Hinc impetus ille, qui est causa motus reflexi, est idem cum prauio conser-

uato;

sato; quia vel est productus de nouo, vel præuius, per Th. 4. non primum per Th.8.igitur est præuius.

Theorema 10.

Hinc potentia motrix,quæ priùs impegit mobile in corpus reflectens est causa huius motus reflexi; quia scilicet est causa impetus, vi cuius mobile mouetur etiam motu reflexo; hinc qui ludit pilâ, verè dicitur causa reflexionis pilæ, causa inquam, sed mouens.

Theorema 11.

Corpus reflectens dici potest aliquo modo causa reflexionis, id est, causa nouæ determinationis lineæ motus; nisi enim occurreret paries. v.g. non reflecteretur pila; quamquam dici debet potiùs occasio, immò impedimentum prioris lineæ, ex quo necessariò sequitur noua linea, vt dicam infrà.

Theorema 12.

Hinc habetur verissima causa reflexionis; cum enim impetus non conseruetur à causa primò producente, vt sæpè dictum est suprà,nec destrui possit saltem totus à corpore reflectente; certè debet suum motum vlteriùs propagare; igitur per aliquam lineam; quomodo verò determinetur linea reflexionis, dicemus infrà.

Theorema 13.

Hinc non destruitur totus impetus in puncto reflexionis. Probatur primò, quia motus reflexus est ab impetu per Th. 3. sed non producitur nouus impetus per Theorema 8. igitur est impetus, qui erat ante reflexionem per Th.9. igitur non destruitur totus, saltem per se, in puncto reflexionis. Probatur secundò à priori; quia nunquam destruitur impetus, nisi quando est frustrà per Ax.3.sed corpus reflectens non facit,vt sit frustrà, quia non impedit omnem lineam motus; igitur si ad aliquam determinari potest, impetus non erit frustrà : ad quam autem determinari debeat, dicemus infrà.

Dixi, non destruitur totus impetus; quia fortè aliqua pars illius destruitur in reflexione vt demonstrabo,scilicet per accidens:dixi præterea per se,quia per accidens potest accidere vt totus impetus destruatur propter mollitiem vel corporis reflexi, vel propter aliam causam, de quo aliàs.

Theorema 14.

Ex hoc etiam habetur impetum non esse successiuum sed qualitatem permanentem eamque durare,licèt à causa primò producente non conseruetur sed ab alia; vt iam alias demonstrauimus.

Theorema 15.

In omni reflexione determinatur noua linea motus; clarum est, quia non est motus sine linea determinata, vt patet; sed non remanet prior linea;

linea; igitur est noua, igitur illa determinatur; cur enim potiùs, quàm alia, nisi determinaretur vna.

Theorema 16.

Non determinatur à puncto contactus tantùm; quia ab eodem puncto plures lineæ reflexionis procedere possunt; non à linea incidentiæ tantùm; quia si tantillùm inclinetur planum eadem linea incidentiæ potest habere diuersas lineas reflexionis; non determinatur deniq; ab ipso plano inclinato quod diuersas lineas reflectit; non determinatur, inquam, ab his omnibus seorsum sumptis, vt patet, sed ab omnibus coniunctim: quippe ab his determinatur linea motus, ex quibus positis, & applicatis necessariò sequitur; sed ex applicatione istorum omnium seorsim non sequitur talis linea; quæ tamen sequitur ex applicatione omnium coniunctim, vt patet; igitur ab his coniunctim sumptis determinatur linea.

Dices, linea incidentiæ non est ampliùs, quando linea reflexionis determinatur; igitur non potest illam determinare. Respondeo determinationem in eo esse positam tantùm, quòd impetus posito tali angulo incidentiæ non possit aliam inire lineam, præter illam vnicam; cùm enim impetus ex se sit indifferens ad omnes lineas, eo ipso determinatur ad vnam, quo impeditur ne per alias motus propagetur; atqui angulus incidentiæ non modò dicit lineam incidentiæ, sed lineam plani, atque adeo apicem anguli qui est in puncto contactus; igitur posito illo angulo incidentiæ impetus determinatur ad lineam reflexionis.

Porrò quod impediatur omnis alia linea, patet ex eo, quod primo ipsa linea incidentiæ impeditur ne vlteriùs producatur ab impenetrabilitate; & duritie plani reflectentis; immò & omnes aliæ impediuntur, quæ per ipsum planum duci possunt.

Secundò, quod spectat ad alias, quæ citra planum reflectens à puncto contactus duci quoque possunt, omnes præter vnam impediuntur, quæ scilicet facit angulum cum plano æqualem angulo incidentiæ, vt demonstrabimus infrà.

Theorema 17.

Ideo determinatur impetus ad omnem lineam, quia impeditur prior linea; clarum est; nisi enim impediretur prior; certè non determinaretur ad nouam, quod certum est: adde quod planum reflectens perinde se habet, que si mobile impelleret cum eo impetus gradu, quem ipsum mobile iam habet; impelleret autem per lineam perpendicularem in puncto contactus erectam; sed propter priorem determinationem fit noua linea mixta, de qua infrà.

Theorema 18.

Corpus reflectens impedit motum; quia est impenetrabile, durum, densum; sed de his infrà, quando considerabimus impedimenta ratione materiæ.

Theorema

Theorema 19.

Corpus reflectens plùs, vel minùs impedit motum ratione diuersæ appulsionis: probatur, quia motus reflexus aliquando est maior, aliquando est minor, de quo infrà.

Theorema 20.

Si corpus reflectens impingeretur in mobile, cui nullus prius ineffet impetus, punctum contactus determinaret lineam motus; vt demonstrauimus lib. 10. moueretque globum, v.g. per lineam perpendicularem ductam à puncto contactus per centrum globi per Th. 120. & 121. lib. 1.

Theorema 21.

Quò maiorem ictum infligit mobile per lineam incidentiæ corpori reflectenti, est maius impedimentum; cum enim impetus agat tantùm ad extra, vt tollat impedimentum; certè quò maior est ictus, plùs agit impetus; igitur quò maior est ictus, est maius impedimentum, & viciſſim quò maius est impedimentum est maior ictus; & contrà, quò minor est ictus, est minus impedimentum, & viciſſim ſuppoſita ſcilicet eadem potentiâ impellente, vt demonstratum est libro primo.

Theorema 22.

Quando linea incidentiæ cadit perpendiculariter in planum reflectens est maximum impedimentum; quia ſcilicet est maximus ictus, vt probauimus lib. 1.

Theorema 23.

Quò linea incidentiæ cadit obliquiùs in planũ, est minùs impedimentũ, quia est minor ictus. v.g. in fig. [a] Definitione. 8. ictus per lineam G D est ad ictum per lineam A D, vt A D ad A B; nec in his immoror, quæ lib. 1. & aliis ſufficienter demonstrata ſunt; præſertim cum de planis inclinatis; nam perinde ſe habet inflictus ictus, atque grauitatio in ipſum planum; est enim grauitatio in planum inclinatum, vt ſuprà fusè dictum est in Th. 16. lib. 5. ad grauitationem in horizontale, vt Tangens horizontales ad ſecantem, id est, vt A B ad A D; nam B D est quaſi perpendicularis; igitur ictus ſunt, vt ſinus anguli incidentiæ ad ſinum totum. v. g. vt A B, ad A D hinc per lineam, A D, est minùs impedimentum quàm per G D immò eadem est ratio impedimentorum & ictuum; igitur impedimentum in linea, G D est ad impedimentum per lineam, A D, vt A D, ad A B.

[a] *Fig.* 11 *Tab.* 3.

Theorema 24.

Hinc plùs, vel minùs determinat nouam lineam motus planum reflectens; cum enim ideo determinetur impetus ad nouam lineam, quia impeditur prior per Theorema 17. certè in eadem proportione determinatur ad nouam, in qua impeditur prior; ſed plùs vel minùs impeditur per Th. 23. igitur plùs vel minùs determinatur impetus; igitur plùs vel minùs determinat planum reflectens: porrò planum B D, determinat mobile

quod reflectit per lineam D G, & nisi esset alia determinatioper. D G reflecteretur mobile, vt reuerâ fit, cum linea incidentiæ est perpendicularis.

Theorema 25.

Hinc planum reflectens maximè determinat impetum ad nouam lineam cum linea incidentiæ est perpendicularis; quia tunc est maximum impedimentum per Th.22.igitur maximè determinat per Th.24. & contrà,quò linea incidentiæ est obliquior, minor est determinatio ad lineam nouam; igitur hæc tria sunt in eadem proportione,scilicet ictus, impedimentum, determinatio noua.

Theorema 26.

Maxima determinatio,quâ planum reflectens possit impetum, mobili impressum,quasi retorquere,est illa, quæ fit per lineam perpendicularem. v.g.per D G; si enim planum ipsum mobile impelleret à puncto contactus D; certè impelleret tantùm per lineam perpendicularem, seu per lineam ductam à puncto D per centrum globi, si v. g. esset globus, vt demonstrauimus in primo lib.1. Igitur maxima determinatio,quæ possit inferri à plano est in ipsa perpendiculari.

Theorema 27.

Hinc, si linea incidentiæ est perpendicularis G D, linea quoque reflexionis est eadem D G; quia huic est maximum impedimentum, quia scilicet est maximus ictus; igitur maxima determinatio per Th. 25. sed maxima est illa, quâ mobile per ipsam perpendicularem D G à puncto contactus D retorquetur per Th.26. Igitur si linea incidentiæ,&c. quod erat probandum. Probatur præterea, quia si linea incidentiæ est perpendicularis G D,non est potior ratio, cur linea reflexionis inclinet dextrorsum versus A, quàm siniſtrorsum versus H; igitur debet esse perpendicularis.

Theorema 28.

Si linea incidentiæ cadat obliquè in planum,linea reflexionis non erit perpendicularis v. g. sit linea incidentia A D,linea reflexionis non est perpendicularis D G; quia tunc non est maximus ictus, nec maximum impedimentum per Th.23.igitur nec maxima determinatio per Theor.24. igitur nonfit per ipsam perpendicularem D G per Th. 26.

Theorema 29.

Hinc linea reflexionis, quæ sequitur lineam incidentiæ obliquè cadentem in planum non tantùm determinatur à plano reflectente sed participat aliquid de priori determinatione. v. g. sit linea incidentiæ A D, linea reflexionis D H;non tantùm determinatur hæc linea à plano F B,alioqui esset D G, nec est eadem cum prima; alioqui esset D E, sed partim determinatur à plano F B per D G partimque reti netaliquid primæ determinationis,& ex vtraque fit D H,vt constat, quia quò linea incidentiæ est obliquior, planum minùs determinat per Th. 25.

Theorema

Theorema 30.

Hinc quâ proportione planum minùs confert ad nouam determinationem, plùs remanet prioris determinationis; quò verò plùs illud confert, huius minùs restat; hinc, cum planum totam confert nouã determinationẽ vt in perpendiculari D D, nihil prioris remanet; hinc si linea incidentiæ sit parallela plano B F nulla fiet noua determinatio, tota priore intacta; si verò sit perpendicularis G D, tota determinatio est noua, & nihil prioris remanet; si demum lineæ incidentiæ sint aliæ, confert vtrumque ad nouam determinationem pro rata.

Theorema 31.

Si pellatur mobile per A D in planum F B, determinatio lineæ reflexionis erit quasi mixta sinistrorsum; si enim ex D propagaretur motus in E rectè sinistrorsum acquireret D F in linea B F, vt patet; igitur si sit linea incidentiæ A D, noua determinatio per D H constabit partim ex eo, quòd planum reflectens confert partim ex eo, quod remanet prioris determinationis, quod respondet D F, & ex eo quod confert planum F B, quod respondet D P; quia ictus per A D est ad ictum per G D, vt P D ad D P vel D G; sed est eadem ratio impedimenti eademque determinationis per Theoremata superiora; atqui ex D P D F fit D H G O. igitur determinatio lineæ reflexæ est mixta, quod erat probandum.

Theorema 32.

Hinc decrescit determinatio, quam confert planum iuxta rationem sinuum versorum in G D. v. g. si sit linea incidentiæ A D; ducatur A P H parallela F B, determinatio quam confert planum, decrescit sinu verso P G; si verò sit linea incidentiæ I D, decrescit sinu verso L G; atque ita deinceps; at verò crescit portio prioris determinationis lineæ incidentiæ iuxta rationem sinuum rectorum in D B v. g. si sit linea incidentiæ A D, crescit sinu recto A P æquali B D si sit I L crescit sinu recto I L vel R D.

Theorema 33.

Hinc angulus reflexionis est æqualis angulo incidentiæ, & hoc est principium positiuum huius æqualitatis angulorum. sit enim linea incidentiæ A D, ducatur A P H, A B, H F; certè D F & D B sunt æquales A P P H; itemque A B P D H F sunt æquales; atqui determinatio lineæ reflexionis est mixta ex D F H; igitur erit D H; sed triangula D F H, D A B sunt æqualia & anguli H D F A D B sunt æquales: similiter sit linea incidentiæ I D, ducatur I N parallela A H I R N M; certè duo anguli I D R, N D M sunt æquales; idem dico de omnibus aliis lineis incidentiæ, & hæc est vera ratio positiua à priori, de qua plura infrà; non deest etiam negatiua, quia scilicet posita linea incidentiæ A D cùm sinistrorsum sint infiniti anguli inæquales angulo incidentiæ; non est potior ratio, cur per vnum fiat quàm per alium, & cum sit tantùm vnus æqualis H D M in eodem scilicet plano; certè per illum fieri debet; quippe quod vnum est, determinatum est, vt sæpè diximus aliàs; nec est quòd aliqui delica-

tioris sthomachi rationem hanc negatiuam, cum tanta nausea respuant, cum optima sit; nec vlli fallaciæ subiiciatur, non tamen solitariam esse oportuit; quippe effectus positiuus per principium positiuum ad suam causam reducendus est.

Theorema 34.

Hinc vides esse semper quatuor angulos æquales, scilicet, angulum incidentiæ, angulum reflexionis & duos his oppositos; alios verò quatuor etiam inter se æquales, scilicet duos angulos complementi & duos his oppositos.

Theorema 35.

Hinc quoque reiicies illos, qui nolunt in reflexione impetum produci in mobili à plano reflectente; quod reuerà, si fieret nulla esset ratio æqualitatis angulorum incidentiæ, & reflexionis, reiicies quoque aliquos apud Mersennum in phænom. Ballist. prop. 24. qui ponunt duo qualitatum genera, quarum aliæ mobile firmiter affigant plano, aliæ à plano remoueant, quod plusquàm ridiculum est; itemque alios ibidem, qui nolunt circa punctum reflexionis ab impressione mobilis fossulam fieri, sed non sine compressione, cuius deinde vi repellitur idem mobile; sed in duro marmore nullum omninò apparet vestigium huius fossulæ, adde quod si hoc esset, semper reflexio fieret per ipsam perpendicularem; quod vero pertinet ad illas qualitates magneticas, quarum aliæ retinent, aliæ repellunt mobile, pœnitus in hoc casu insulsæ sunt; alioqui etiam sine motu præuio repellerent: vtrum verò in magnete admittendæ sint, fusè disputabimus suo loco.

Theorema 36.

Ex hac angulorum æqualitate tùm Captotrica infinita ferè Theoremata demonstrat in radiis visilibus, in speculis vstoriis, tùm Echometria in reflexione sonorum. Et verò noua Catoptrica potest esse in motu, quæ eadem prorsus demonstrabit, tùm in speculis parabolicis, à quibus omnia missilia projecta per parallelas axi Parabolæ in idem punctum reflectentur; vel Ellipticis, à quibus omnia missilia projecta à dato puncto per omnes lineas ad idem punctum reflectentur; vel Hyperbolicis, à quibus missilia projecta per plures lineas ad idem punctum ad aliud punctum omnes reflectuntur; vel Sphæricis concauis, à quibus missilia projecta per plures lineas decussatas in eodem puncto ad idem punctum reflectuntur; vel Sphæricis conuexis, à quibus missile proiectum à quolibet puncto dato ad quodlibet aliud datum reflectitur. Ratio est, quia in circulo sunt omnia plana; quælibet enim Tangens planum est; siue denique in Cylindricis, Conicis, &c. quæ omnia ex principiis Catoptricis demonstrari possunt: adde si vis in hac Catoptrica versatos esse debere, qui pilâ ludunt, quos nunquam falleret ictus, si hanc rationem angulorum non modò perfectè callerent, verùm etiam ad praxim reducerent: immò posset esse aliqua portio muri talis figuræ, vt semper inde reflexa pila per datum cuniculum rectà traiiceretur.

Theorema 37.

In reflexione destruitur aliquid impetus, si talis sit vtriusque determinationis pugna, vt aliquid impetus sit frustrà; vt constat ex his, quæ diximus libro primo; constat autem in reflexione esse determinationum pugnam per Th 31. & 32. pugnat enim suo modo prior determinatio per G D cum secunda opposita per D G; igitur aliquid impetus destruitur, si ex tali pugna aliquid sit frustrà. Obseruabis autem eundem impetum in eodem mobili cum duplici determinatione perinde se habere in ordine ad nouam, vt patet, lineam, atque si essent duo impetus in ratione determinationum: vtrùm autem aliquid impetus sit frustrà per se, determinabimus infrà.

Theorema 38.

Si totus impetus destrueretur nulla esset reflexio; quod maximè esset absurdum & incommodum toti naturæ; si verò nullus impetus destrueretur, seu per se, seu per accidens, daretur motus perpetuus; quippe mobile ad eandem altitudinem ascenderet post reflexionem, iterumque descendens ad eamdem ascenderet atque ita deinceps; igitur motus esset perpetuus, & nunquam corpus illud quiesceret, quod est contra institutum naturæ.

Scholium.

Obserua primò ex hypothesi certa haberi, dari motum reflexum, ex qua colligo totum impetum non destrui. Secundò ex hypothesi certa haberi, motum reflexum esse minorem directo vlteriùs propagato, vt constat experientiâ, ex qua colligo aliquam portionem impetus destrui, saltem per accidens propter compressionem, & allisionem partium.

Theorema 39.

Maior est determinatio, quæ confertur à plano mobili per lineam perpendicularem incidenti, quàm prior, quæ inerat mobili; probatur, quia nec est minor, nec æqualis, non minor; alioquin prior vinceret; non æqualis, quia neutra præualeret; igitur est maior; si vtraque determinatio esset æqualis totus impetus destrui deberet; igitur eadem est proportio impetus remanentis, quæ est mixtæ determinationis ex priori, & noua; nullus enim impetus esse potest sine determinatione; igitur si tota perit determinatio, totus etiam perit impetus, qui illi respondet; & si remanet aliquid determinationis mixtæ, aliquid etiam impetus remanet, qui est ad priorem impetum, vt hæc determinatio residua ad priorem determinationem; quantum verò remaneat prioris impetus, dicam infrà.

Theorema 40.

Determinatio per D G à plano est dupla determinationis prioris per lineam incidentiæ G D; quod sic demonstro; sit linea incidentiæ I D, linea reflexionis erit D N, scilicet ad angulos æquales, per Th. 33. sit autem angulus N D M 30. graduum, & N D G 60. ducatur N O parallela G D;

tùm I D producatur in O, denique ducatur N G: prima determinatio lineæ incidentiæ I D, est per D O, determinatio plani est per D G; sed D O est æqualis D G; nam D O N, D N G sunt æquilatera æqualia; hinc determinatio mixta est per D N, diuidens angulum G D O bifariam; igitur si sit linea incidentiæ I D & angulus I D B. 30. graduum, æqualis est determinatio plani determinationi prioris lineæ; hinc angulus diuiditur æqualiter bifariam; sit verò linea incidentiæ A D producta vsque ad E, linea reflexionis D H; ducatur H E; assumatur D T æqualis E H: dico determinationem plani esse ad determinationem prioris lineæ A D vel D E, vt D T ad D E; cum enim determinatio mixta sit per D H; certè D H accedit propiùs A D D G, quàm ad D E; igitur determinatio per D G est ad determinationem, per D E vt D T æqualis H E ad D E; nam perinde se habent, atque si essent duo impetus determinati ad duas lineas, de quibus hoc ipsum demonstrauimus tùm libro 1. Th. 137. 138. 139. &c. tùm lib. 4. à Th. 1. ad Th. 14. quippe linea determinationis mixtæ est diagonalis, vt sæpè probauimus: deinde sit linea incidentiæ per K Đ; sit D X linea reflexionis; sit X Q, ipsique æqualis D Z, dico determinationem per D G esse ad determinationem per D Q vt D Z ad D Q, sed X Q est minor G S, vt constat; igitur quò linea incidentiæ accedit propiùs ad perpendicularem G D, determinatio plani est maior, estque vt chordæ N O, H E, X Q; igitur si tandem linea incidentiæ sit perpendicularis G D, determinatio plani est ad determinationem lineæ incidentiæ, vt D Y æqualis G S ad D G: sed cum ex Th. 4. multa lux reliquis consequentibus immò & antecedentibus affulgere possit, paulò fusiùs explicandum, & demonstrandum esse videtur: itaque duobus modis, primò ex hypothesi anguli reflexionis æqualis angulo incidentiæ, quod iam reuerà præstitum est; sed cum ex hoc Theoremate prædicta æqualitas angulorum reflexionis tanquam per principium immediatum positiuum demonstrari possit, ne sit aliqua circuli species, quo determinatio noua dupla prioris posita linea incidentiæ perpendiculari per æqualitatem anguli reflexionis, & hæc æqualitas per illam eandem determinationem duplam demonstretur, aliam viam inire oportet, vnde intima totius reflexionis principia eruantur, quod vt fiat.

Primò certum est, corpus reflectens in perpendiculari, (quæ est cum linea incidentiæ terminata ad punctum contactus ducitur per centrum grauitatis globi reflexi) certum est inquam corpus reflectens in prædicta linea aliquando cedere, aliquando non cedere; cedere autem dicitur cùm vel amouetur à corpore impacto, vel saltem concutitur: tunc autem nullo modo cedere dicitur, cum ab ictu nullo modo mouetur.

Secundò, cessio, & resistentia ita possunt comparari, vt vel cessio sit æqualis resistentiæ, vel cessio sine resistentia, vel resistentia sine cessione: porrò tunc est cessio tota, cum nulla est resistentia, quod tantum accideret, si corpus moueretur in vacuo; quippe nullum est medium quamtumuis

uis rarum,& tenue,quod aliquantulum non resistat, vt clarum est; tunc quoque est resistentia sine cessione, seu tota resistentia, cum ipsum corpus resistens nullo modo cedit;id est nullo modo mouetur ab ictu;neque enim excogitari potest maior resistentia; denique tunc est æqualis cessio resistentiæ, cum ipsum corpus, in quod aliud impingitur (vocetur reflectens) tantùm cedit quantum resistit; cedit autem per motum; igitur si reflectenti imprimitur æqualis motus ab impacto reflectens æqualiter cedit,& resistit, si minor minùs cedit, & plùs resistit, si nullus nullo modo cedit,sed tantùm resistit; si maior plùs cedit, & minùs resistit, scilicet in infinitum, donec tandem in vacuo sit tantum cessio, nulla resistentia.

Tertiò,tunc impactum motum æqualem imprimit reflectenti, cum impactum æquale est reflectenti, tùm mole, tùm pondere v.g. globus A impactus in globum B eiusdem materiæ, & diametri, modo nullus fiat attritus partium, seu compressio, sitque linea directionis connectens centra per punctum contactus,quod in primo libro iam demonstratum est; cum enim totus impetus globi A agat,& quantum potest;certè producit æqualem; nec enim aliunde determinari potest æqualitas effectus quàm ab æqualitate causæ positis iisdem circumstantiis, & cum impetus in B impressus distribuatur tot partibus quot producens æqualis in A, vterque impetus est æquè intensus; igitur æquè velox motus per se;cum per accidens aliquando secus accidat; si verò reflectens sit minor, idem impetus paucioribus partibus distribuitur; igitur intensior est; igitur velocior motus,secus verò cum maior est,donec tandem tanta sit moles, vt plura sint puncta in reflectente, quàm sint in impacto puncta impetus; tunc enim nullus imprimitur impetus, vt constat ex dictis lib. 1.

Quartò,quod autem sit æqualis resistentia, & cessio globi B æqualis globo A etiam certum est; tùm quia,si æqualiter mouetur,æqualiter cedit, vt iam dixi si æqualiter cedit,æqualiter resistit; nam quâ proportione minùs cedit,plùs resistit; igitur qua proportione cessio augetur, resistentia imminuitur: præterea cum resistat per suam entitatem impenetrabilem, duram &c. certè si est æqualis entitas,est æqualis resistentia; quod etiam videmus in corporibus immersis eiusdem grauitatis cum medio, ita vt tot sint partes impellentes, quot impulsæ; denique illud experimentum quo videmus globum A impactum in B æqualem per lineam connectentem centra immobilem sistere,rem istam euincit; nam ideo sistit,quia est æqualis determinatio noua priori; nam vt se habet resistentia reflectentis, ita se habet noua determinatio, quam suo modo confert impacto, vt suprà demonstratum est: & cùm sint ad lineas oppositas ex diametro hæ duæ determinationes, neutra prævalere potest; igitur necesse est sistere globum impactum.

Quintò,certum est determinationem nouam esse iuxta proportionem resistentiæ, & hanc iuxta proportionem minoris cessionis; vnde cum nulla est resistentia, sed tantùm cessio,nulla prorsus est noua determinatio igitur à termino nullius resistentiæ, & totius cessionis ad terminum

æqualis

æqualis ceſſionis, & reſiſtentiæ, acquiritur tantùm noua determinatio æqualis priori: ſimiliter à termino nullius ceſſionis, & totius reſiſtentiæ ad terminum æqualis reſiſtentiæ, & ceſſionis, acquiritur tantùm æqualis ceſſio; ſed qua proportione creſcit ceſſio, imminuitur reſiſtentia, & viciſsim; igitur cum æqualis ceſsio, & reſiſtentia ſint in communi medio; tantùm enim eſt ab æquali reſiſtentia & æquali ceſsione ad totam ceſſionem, & nullam reſiſtentiam, quantùm eſt ab æquali reſiſtentia & ceſſione æquali ad totam reſiſtentiam, & nullam ceſsionem; & cum à nulla reſiſtentia ad æqualem acquiritur noua determinatio æqualis priori; certè ab æquali ad totam acquiretur tantumdem determinationis nouæ; igitur tunc erit dupla prioris, quod erat demonſtrandum.

Sextò, præterea globus A impactus ſine acceſsione noui impetus non poteſt velociùs moueri, quàm antè moueretur; ſed per reflexionem non acquirit maiorem impetum, vt conſtat; igitur velociùs, quàm antè non mouetur; igitur ſi conſideretur globus A impactus; ſi eſt æqualis reſiſtentia, nullo modo mouetur; ſi eſt maior reſiſtentia, ſed non tota; mouetur quidem motu reflexo; ſed inæquali priori, ſi adhuc maior mouetur etiam, ſed velociore motu, donec tandem in tota reſiſtentia toto priore motu moueatur per ſe, vt dicemus paulò pòſt; ſi verò ſit minor reſiſtentia ceſsione, mouetur quidem per eandem lineam, ſed tardiore motu, ſi adhuc minor mouetur quoque, ſed velociore motu, donec tandem in nulla reſiſtentia ſit totus prior motus; ſi verò conſideretur globus reflectens, ſi eſt æqualis reſiſtentia mouetur æquali motu; ſi maior minore; ſi tota nullo; ſi vero ſit minor reſiſtentia mouetur motu velociore, atque ita deinceps; ſi nulla quaſi infinito: dico quaſi, quia ſi vacuum moueri poſſet per impoſsibile, certè cum non reſiſtat, infinitè cederet; igitur infinito motu quaſi moueretur.

Septimò, vnde vides ab illo communi medio verſus vtrumque extremum creſcere ſemper motum globi impacti; donec tandem in vtroque extremo æquali motu moueatur, quo iam priùs mouebatur in linea incidentiæ; at verò globi reflectentis verſus extremum nullius ceſsionis imminui motum, donec tandem in illo extremo nullus ſit; creſcere vero verſus aliud extremum, donec tandem in illo infinitus ſit, eo modo, quo diximus, id eſt infinita ceſsio, quam accipio ad inſtar motus infinitæ velocitatis; quemadmodum accipi poteſt nulla ceſsio, ſeu tota reſiſtentia ad inſtar motus infinitæ tarditatis.

Octauò, globus impactus imprimit ſemper æqualem impetum reflectenti, qui pro diuerſa huius mole diuerſum modum præſtat; ſi reflectens æqualis eſt æqualem, ſi maior minorem, ſi minor maiorem; quippe idem impetus in paucioribus partibus facit maiorem motum, in totidem æqualem, in pluribus minorem, donec tandem ſi plures ſint partes ſubiecti quàm partes impetus, nullus ſit motus; igitur nullus impetus, vt conſtat ex his, quæ diximus lib. 1.

Nonò, hinc motus reflexus in perpendiculari minor eſt ea parte motus, quæ reflectenti imprimitur; vel enim imprimitur motus æqualis,

vel

vel inæqualis, si æqualis, certè toto motu multatur globus impactus; si inæqualis, vel minor, vel maior; si minor, certè est aliquis motus reflexus æqualis priori minùs ea parte, quæ reflectenti imprimitur, donec tandem nullus imprimatur motus; tunc enim reflexus est priori æqualis; si verò maior imprimitur, fortè nullus est reflexus posito scilicet radio incidentiæ perpendiculari, minor tamen erit idem motus globi impacti vlteriùs per eandem lineam propagati. v.g. si sit duplus detrahitur priori motui $\frac{1}{2}$, si triplus $\frac{1}{3}$, si quadruplus $\frac{1}{4}$, atque ita deinceps; si denique infinities velocior ex suppositione impossibili detrahitur aliquid, quod habet ad priorem motum proportionem minoris inæqualitatis infinitam.

Decimò, ex his rectè concludi potest non produci infinita puncta impetus, nec esse infinitas partes subjecti actu; alioqui punctum moueretur motu infinito, qui repugnat: præterea nullum esset corpus quamtumuis magnum, cui modico ictu non imprimatur impetus, si impetus constat infinitis partibus; quare in vtraque progressione sistendum est; primò in nulla cessione & tota resistentia, cum scilicet plura sunt puncta subjecti, quàm impetus. Secundò cum reflectens tantùm constat vnico puncto, in quo scilicet impetus finitus impressus præstat velocissimum motum quem præstare potest; licèt enim dato quocunque motu possit dari velocior, non tamen cum dato impetu finito determinato sine accessione alterius; sed iam interruptam nostrorum Theorematum seriem prosequamur.

Theorema 41.

Determinatio noua cuiuslibet alterius anguli incidentiæ obliqui, vel acuti, est ad priorem, vt duplum sinus recti eiusdem anguli ad sinum totum. v. g. [a] sit radius incidentiæ A D in planũ immobile B D F: dico nouam determinationem esse ad priorem, vt duplum A B, id est B C ad D A. Demonstro; cum enim ictus per A D obliquam sit ad ictum per A B perpendicularem, vt A B ad A D, vt constat ex dictis, tùm supra, tùm in lib. de planis inclinatis; ictus enim habent eam proportionem, quam habent grauitationes; sed grauitatio in inclinatam A D est ad grauitationem in horizontalem D B, vt D B ad D A; igitur ictus inflictus plano D B per inclinatam A D est ad inflictum per ipsam perpendicularem G D vt P R æqualem A B ad D A; nam ictus in planum A D per G D idem est cum ictu in D B per A D: similiter sit incidens K D, sitque angulus I D R æqualis K D G, ictus in I D per G D est æqualis ictui in D R per K D; sunt enim G D I, K D R æquales; sed ictus in I D est, vt grauitatio in eandem I D; hæc autem in inclinatam D I, ad aliam in horizontalem D R vt D R ad D I; igitur ictus in D I per G D est ad ictum in D R per G D, vt D R vel L I ad I D; sed K β est æqualis I L; nam arcus K G & I R sunt æquales; igitur ictus per G D in D R est ad ictum in D R per K D est, vt D K ad K β; sed impedimentum est vt ictus, resistentia vt impedimentum, determinatio noua, vt resistentia; igitur

[a] *Fig. 21. Tab. 3.*

determinatio noua in linea incidentiæ G D est ad nouam in linea incidentiæ K D, vt G D vel K D ad K β, & in linea incidentiæ A D vt A D ad A B; igitur vt sinus totus ad sinum rectum dati anguli incidentiæ; sed in linea incidentiæ perpendiculari G D, determinatio noua est ad priorem in ratione dupla; igitur vt G ♪ ad G D; ergo noua per K D est ad nouam per D G, vt K θ, ad G ♪; nam vt est K β ad G D ita K θ ad G ♪; ergo noua per K D est ad priorem vt K θ ad K D, & noua per A D, vt A C ad A D, atque ita deinceps; ergo determinatio noua per lineam incidentiæ obliquam est ad priorem, vt duplum sinus recti anguli incidentiæ ad sinum totum, quod erat demonstrandum.

Theorema 42.

Hinc in ipso angulo 60. *determinatio noua est æqualis priori, id est in angulo incidentiæ* 30. sit enim prædictus angulus I D R; certè R I est subdupla I D, vt constat; sed determinatio noua per I D est ad priorem, vt dupla I R ad I D; ergo vt æqualis ad æqualem.

Theorema 43.

Hinc supra angulum 30. *vsque ad* 90. *noua determinatio est maior priore*, donec tandem in ipsa G D vel in ipso angulo G D R 90. sit dupla prioris, infrà verò angulum 30. est minor priore, donec tandem in ipsa sectione plani F D B nulla sit noua.

Theorema 44.

Ex his demonstratur accuratissimè æqualitas anguli reflexionis cum suo angulo incidentiæ; sit enim linea incidentiæ K D v. g. determinatio noua per D G est ad priorem per D Q, vt K θ vel X Q æqualis ad D Q; igitur vt D Z æqualis Q X ad D X; sed quotiescumque sunt duæ determinationes, sit mixta per diagonalem Parallelogrammatis; sed Q Z est parallelogramma, & D X diagonalis; igitur determinatio mixta ex vtraque est per D X; sed angulus X D G est æqualis K D G, vt patet, nam X D G est æqualis D X Q, & hic D Q X, & hic Q D ♪, & hic Q D K; igitur K D R, qui est angulus incidentiæ est æqualis angulo X D F, qui est angulus reflexionis: idem dico de omni alio.

Obseruasti iam ni fallor primò determinationes nouas esse vt chordas arcus subdupli incidentiæ. Secundò planum reflectens quasi repellere omnes ictus per D G, id est per lineam, quæ à puncto contactus ducitur per centrum grauitatis, vt demonstratum est lib. 1. Th. 120. 121.

Theorema 45.

Nullus impetus destruitur per se in pura reflexione; nam per accidens vt plurimùm destruitur, vt dicemus infrà: dixi in pura reflexione; quia cum fit aliqua compressio, vel repellitur corpus impactus nisu positiuo, etiam destruitur impetus; demonstratur Th. quia nihil impetus est frustrà; igitur nihil destruitur: consequentia patet ex dictis; probatur antecedens, quia linea determinationis mixtæ est semper æqualis lineæ prioris determinationis, si remoto obice fuisset propagata, v.g. sit linea incidentiæ

tiæ A D, quæ vlteriùs producta ſine reflexione ſit, vt D E; certè determinatio, ſeu motus eſt vt D E, vt patet: iam reflectatur in D à plano B F; noua determinatio per D G eſt ad priorem, vt D T æqualis H E ad D E; igitur determinatio mixta per D H eſt vt D H, ſed D H eſt æqualis D E; igitur determinatio mixta eſt æqualis priori; igitur nihil impetus eſt fruſtrà; igitur nihil illius deſtruitur, quod erat demonſtrandum: Idem demonſtrari poteſt in quacunque lineâ; in perpendiculo verò G D; cùm noua per D G ſit dupla prioris per D ♌, id eſt, vt D Y æqualis G D, ad D A; certè mixta erit D G æqualis D A.

Theorema 46.

Hinc omnes lineæ reflexæ per ſe ſunt æquales, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli; dico per ſe; nam per accidens ſecùs accidit; hinc malè dicitur reflexam perpendicularem eſſe omnium reflexarum breuiſſimam per ſe; quod licèt ita eſſe videatur, illud reuerâ eſt per accidens.

Obiiceret fortè aliquis pilâ reflexam nunquam ad eam aſcendere ſublimitatẽ ex qua priùs demiſſa fuerat. Reſp. hoc veriſſimũ eſſe ſed per accidens hoc ita fieri certum eſt propter diuiſionem, attritum, compreſſionem, ceſſionemque partium; vnde pila eò altiùs aſcendit, quò durior, & leuigatior eſt illa materia, ex qua conſtat, planumque ipſum leuigatius, durius & ad libellam acuratius ita compoſitum, vt ſit omninò horizonti parallelum: adde quod planum debet eſſe prorſus immobile; ſi enim mobile ſit, multus impetus deſtruitur.

Theorema 47.

Hinc licèt non poſſit eſſe motus mixtus ex duplici impetu ad diuerſas lineas determinato, niſi aliquid impetus deſtruatur, vt conſtat ex dictis; poteſt tamen eſſe linea motus quaſi mixta ex duabus cum eodem ſcilicet impetu licèt nihil impetus deſtruatur; eſt enim maximum diſcrimen vtriuſque, vt patet.

Theorema 48.

Ideo perpendicularis reflexa eſt reflexarum minima, non quidem per ſe, ſed per accidens; quia cum perpendicularis maximum ictum infligat, fit maior compreſſio partium, attritus, diuiſio; ex quibus neceſſariò ſequitur plùs impetus deſtrui.

Theorema 49.

Motus reflexus non eſt mixtus ex motu plani pellentis & alio; quia reuerâ planum nullum imprimit impetum, quod etiam ex dictis neceſſariò ſequitur; ſed eſt veluti occaſio, ex qua reſultat noua determinatio mixta, ratione ſcilicet impedimenti, eo modo, quo diximus; ſi enim planum ipſum nouum impetum imprimeret mobili, non eſſet pura reflexio, de qua modo agimus, ſed alia, de qua infrà.

Theorema 50.

Non datur quies vlla in puncto reflexionis; appello puram reflexionem

in qua nullus fit attritus nec cõpreſſio, vel in mobili impacto, vel in plano reflectente; prob. quia mobile vno tantùm inſtanti tangit planũ; igitur nullo inſtanti quieſcit; antecedens certum eſt, quia eo inſtanti, quo primò tangit, habet impetũ; nec enim deſtruitur totus per Th. 38. igitur inſtanti ſequenti habebit ſuum effectum, ergo motum; ergo vno tantùm inſtanti tangit; nec dicas impetum illum impediri; nam ideo impediretur motus pro ſequenti inſtanti, quia tangitur planum primo inſtanti; igitur ſimiliter, non moueretur tertio inſtanti, quia priori, id eſt ſecundo planum tangeretur; idem dico de quarto, quinto &c. ergo mobile omninò quieſceret, nec reflecteretur, quod eſt contra Th. 1. igitur vno tantùm inſtanti tangit mobile planum, quod erat antecedens propoſitum: Iam verò probatur conſequentia; ſi quieſcit in puncto reflexionis mobile; igitur eo inſtanti, quo tangit illud punctum; ſed eo inſtanti non quieſcit, quo reuerâ mouetur; atqui eo inſtanti quo tangit reuerâ mouetur; quia moueri, eſt nouum locum primò acquirere per def. 1. l. 1.

Obiicies primo inſtanti contactus mobile tangit planum quieſcens, ergo non mouetur. Reſpondeo negando conſequens, nam reuerâ poteſt mobile in plano immobili moueri.

Obiicies ſecundò, mobile in puncto non mouetur; igitur in puncto reflexionis non mouetur. Reſpondeo primò negando antecedens; qui enim admittunt puncta phyſica, dicent acquiri poſſe motu punctum phyſicum ſpatij. Reſpondeo ſecundò eandem eſſe difficultatem pro motu ſequentis inſtantis, quidquid ſit, ſiue dentur puncta ſiue non, cuius diſcuſſio pertinet ad Metaphyſicam, nemo negabit motum reuerâ eſſe, cum primo nouus locus acquiritur, in quo non eſt difficultas.

Obiicies tertiò, in puncto nulla eſt ſucceſſio; igitur neque motus. Reſpondeo primò, nulla eſt ſucceſsio actu, concedo, potentiâ, nego; Reſpondeo ſecundò, concedo antecedens, diſtinguo conſequens; nullus eſt motus ſucceſsiuus, concedo; inſtantaneus, nego.

Obiicies quartò, nullus datur motus inſtantaneus. Reſpondeo, nullus datur inſtantaneus actu nego, potentiâ concedo; quia quocunque dato motu poteſt dari minor.

Obiicies quintò, igitur motus in eo puncto non poteſt eſſe tardior, & velocior. Reſpondeo primo negando; nam vno motu inſtantaneo actu poteſt dari velocior, vel tardior, quæ omnia facilè in Metaphyſicis explicantur, & demonſtrantur, ex quibus certè res iſta phyſica minimè dependet.

Obiicies ſextò, authoritatem Ariſtotelis. Reſpondeo Ariſtotelem intelligendum eſſe de corpore projecto ſurſum motu violento, quod antequam deſcendat vno inſtanti quieſcit; quod etiam demonſtraui lib. 3. Immò plerique ſunt inter Peripateticos qui tenent in puncto reflexionis non dari quietem, in hoc ſcilicet reflexionis genere, de quo hîc agimus, qui fusè hanc quæſtionem diſcutiunt, nos breuiore methodo vſi rem ipſam, ni fallor ex noſtris principiis demonſtrauimus.

Scho

Scholium.

Obſerua primò, ſi planum reflectens cedit, vel mobile ipſum, rem aliter eſſe explicandam.

Secundò tribus modis planũ cedere, primò per diuiſionẽ partium ſi frangantur; 2° per diuiſionem ſine fractione propriè ſumpta, ſed cũ ceſsione. Tertiò, ſine diuiſione, ſed non ſine compreſsione.

Exẽplum primi generis habes in charta, ſeu vitro, quæ dũ reflectit frangitur: exemplũ ſecundi in cera molli, vel pingui terrâ; tertii deniq; in mẽbrana tenſa, vel fune tenſo: ſimiliter mobile ipſum tribus modis cedere poteſt 1° cũ diuiſione partium, & fractione, ſic dũ vitrũ à marmore reflectitur in mille partes abit. 2° ſine fractione, ſed non ſine depreſsione; ſic plumbum deprimitur in corpus durum impactum, aut cera mollis. 3° ſine diuiſione, ſed nõ ſine aliqua compreſsione, ſic veſicca inflata reflectitur.

Itaque duo ſunt planorum genera. Primum eſt eorum, quæ non cedunt præ duritie. Secundum eorum, quæ cedunt vel per fractionem, vel per depreſsionem, vel per compreſsionem: per fractionem dupliciter; primò ſi alterantur tantùm aliquæ partes minutiores, vt fit in molliori lapide; Secundò ſi per fractionem corpus diuidatur in partes notabiles, vt fit in vitro, glacie; adde totidem genera mobilium.

Obſerua tertiò eſſe tres alias combinationes; vel enim mobile reflectitur à mobili, ſed non pellitur à plano, & hæc eſt pura reflexio; vel pellitur à plano ſine motu præuio, vel ſimul reflectitur, & pellitur à plano, quod ſimul mouetur. Obſerua 4° cũ mouetur corpus reflectens à mobili impacto tres eſſe quoque cõbinationes, vel enim cum mouetur corpus reflectens, reflectitur, ſeu retroagitur mobile impactum, vel cõſiſtit, ſeu quieſcit, vel non retroagitur, ſed idem iter proſequitur. Obſerua 5° cũ ſint quinque veluti ſtatus corporis reflectentis; nam vel eſt molle, vel preſsibile, vel durum vel fragile, vel friabile, & totidem ſtatus mobilis, eſſe 25. combinationes, vt patet ex regula combinationum, in quo non eſt difficultas; igitur deinceps conſiderabo reflexionem ratione potiùs materiæ corporis, tùm reflexi, tùm reflectentis, ſit ergo.

Theorema 51.

Deſtruitur impetus in reflexione ex multis capitibus: primò, ratione diuerſæ determinationis, ſi talis eſt vt aliquid impetus ſit fruſtrà, ſuppoſita etiam perfecta duritie mobilis, & plani & figura apta. Secundò, ratione diuiſionis partium vel plani, vel mobilis, vel vtriuſque; ſi enim alterantur partes, fit quaſi foſſula, quam ſenſim ſubit mobile, cumque ſingulis inſtantibus ſit noua difficultas ſuperanda, ſemper inde imminuitur impetus: adde quod minor eſt determinatio plani quod cadit; igitur minor eſt motus reflexus; igitur plùs impetus eſt fruſtrà; igitur plùs deſtruitur; ſi autem planum vel ipſum mobile propter fragilitatem in partes diſſiliat, etiam deſtruitur aliquid impetus; Tertio ratione impreſsionis; Quarto ratione compreſsionis; Quintò ratione repulſionis; Sextò ratione liberioris ceſsionis; ſed hæc omnia minutiùs videntur eſſe explicanda.

Theorema 52.

Deſtruitur impetus cum ſcilicet mobili impacto in planum atteruntur partes vel plani, vel mobilis, vel vtriuſque, ſic cum ſaxum alliditur molliori lapidi, prima ſuperficies reſiſtit quidem; at certè minùs quàm par ſit, vt ſiſtat mobile; deſtruitur tamen aliquid impetus, quia impeditur tantillùm ſaltem prima illa determinatio; Secunda ſuperficies reſiſtit etiam in maiori ſcilicet proportione, tùm quia impetus euaſit infirmior ex primo quaſi conflictu, tùm quia paulò durior eſt ſecunda ſuperficies quàm prima, quod ſcilicet aliquæ partes quaſi intrudantur in vacuitates interceptas; ſic pila lignea multis ictibus confuſa durior eſt; denique tertia ſuperficies reſiſtit in maiori proportione quàm ſecunda & quarta quàm tertia; atque ita deinceps, donec tandem, vel totus impetus vincatur, vel determinatio prior ſuperetur: hinc ſi alterantur partes plani tantùm, minùs impetus deſtruetur, quàm ſi atterantur partes mobilis; quia impetus partium mobilis attritarum totus deſinit, nec vllam vim ampliùs facit, quod potiori iure dicendum eſt, ſi atterantur partes vtriuſque.

Theorema 53.

Hinc pluribus licèt inſtantibus mobile tangat planum, non tamen vllo quieſcit; alioqui ſemper quieſceret per Th. 50.

Theorema 54.

Hinc cum atteruntur partes plani ab impactione mobilis, minor eſt reflexio; quia minor eſt cauſa, ſcilicet impetus, quæ minor eſt adhuc ſi atterantur partes mobilis, & minor adhuc, ſi partes vtriuſque; quæ omnia conſtant ex dictis.

Theorema 55.

Cum reſiliunt partes mobilis, deſtruitur impetus per ſe, quia ſcilicet illa diuiſio, vel ſolutio continuitatis ſeu plexus reſiſtit; igitur impedit, ſed omne impedimentum detrahit aliquid impetus: dixi per ſe, nam per accidens fieri poteſt, vt aliqua particula reſiliens maiore cum impetu moueatur, vt patet aliquando experientiâ; quia præter priorem impetum, qui cum aliis partibus illi communis erat, additur alius propter nouam alliſionem, ſeu, quod mirabilius eſt, cum aliqua particula ex maiore maſsâ diuellitur, impetus totius mobilis quaſi migrat in particulam illam, perinde quaſi ab eo emitteretur, id eſt cum antè totum mobile velociſſimo motu ferretur, particula auulſa, eodem deinde mouetur.

Theorema 56.

Porrò reſiliunt particulæ mobilis per omnes ferè lineas, quæ determinantur per accidens à forma vel ſectione diuiſionis; quæ enim dextrorſum ſeparantur, dextrorſum eunt; atque ita in omnem partem ſine alia regula; cur verò ab ictu diuellantur partes, non eſt huius loci diſcutere; ſic enim quaſi finditur ſaxum ex colliſione; tùm quia ex illo omnium partium ſuccuſſu ſoluitur illarum nexus; tùm quia intruduntur aliquæ partes,

quaſi

quasi ad instar cunei, quæ aliàs diuidunt; tùm denique, quia est aliqua compressio, cuius vires certè maximæ sunt, vt dicemus alibi: Exemplum habes tùm in corpore duro, quale est vitrum, cuius modicam laminam si duriori pauimento impingas, hinc inde mille particulæ tumultuatim resilient; tùm in corpore liquido, vt in aqua, quæ etiam ad corpus durum allisa in mille guttulas dispergitur, quia eius partes facilè separantur.

Theorema 57.

Si vel mobile est mollius, vel ipsum planum, vel vtrumque, ita vt non atterantur partes, sed tantùm citra compressionem cedant, destruitur etiam multus impetus; sit enim v.g. pila ex molliori cera, haud dubiè ex impactione non comprimitur quidem, sed deprimitur, nec amplius figuram sphæræ, sed portionis habet: in qua reuerâ depressione multus est conflictus, nec sufficienter prima superficies resistit, licèt aliquid impetus destruat, nec etiam secunda, nec tertia, quæ tamen resistunt semper in maiori proportione; donec tandem vel totus ictus quasi extinguatur, vel determinatio prior superetur; ex quo sequitur reflexio, sed minor: porrò minor reflexio resultat ex mollitie mobilis, quam plani, cæteris paribus, & minor adhuc ex mollitie vtriusque; in quo verò consistat mollities corporum, & quomodo deprimantur sine compressione, explicabimus tractatu sequenti.

Theorema 58.

Hinc plumbum ad reflexionem minùs aptum est, quia scilicet eius partes difficiliùs auelluntur, & à maiore ictu, qui ex grauitate maiore resultat, faciliùs deprimuntur; hinc cum in molliorem terram pila alliditur, quasi emoritur eius saltus; hinc, si grauior ictus est, qualis est maioris vel minoris pilæ è tormento explosæ, & mollior terra, qualis est illa quâ vulgò aggeres munitionum farciuntur, pila terram ipsam facto foramine penetrat, cùm facilè cedat materia; nec inde amplius resultat, cuius rei ratio est clarissima quia sensim extinguitur impetus, nec angustiæ foraminis reditum patiuntur.

Hinc multâ lanâ muniuntur latera nauium contra maiora tormenta; quippe globi vis sensim emoritur in lana, quia singuli pili resistunt; & quia facilè cedunt difficiliùs diuiduntur, sed fallenti illa cessione ictum quoque fallunt, in quo non est difficultas.

Theorema 59.

Quando fit aliqua compressio, distribuitur etiam impetus; est enim conflictus, & pugna partium inter se; sit enim vesicca in pauimentum allisa, partes anticæ aëris, quo vesicca inflatur, comprimunt, & quasi posticas repellunt, à quibus mutuò retruduntur; vides pugnam; igitur destruitur impetus: sed restituitur statim à potentia motrice media, quâ scilicet corpus omne compressum plùs æquo, vt sese in pristinum extensionis statum restituat, producit in se impetum: porrò de hac potentiâ

agemus

agemus fusè tractatu sequenti lib. 2. porrò vel comprimitur tantùm mobile, vel tantùm ipsum planum, vel simul vtrumque.

Theorema 60.

Ex hac compressione sequitur aliqua reflexio; siue tantùm mobile comprimatur, vt vesicca inflata vel pila; quippe præter reflexionem puram, id est præter priorem impetum, qui tamen ex parte destruitur, fit accessio noui impetus; igitur maior est motus qui reuerâ impetus maior est, quò maior est compressio, quæ maior est, quò maior est ictus; hinc maximè apta est ad reflexionem pila, & vesicca; si tamen excipias mobile durissimum in planum durissimum impactum; tunc enim maxima est reflexio, experientiâ teste; si verò planum ipsum comprimatur, ex illa quoque compressione sequitur noui impetus accessio: Exemplum habes in fune tenso, vel in membrana timpani bellici, in qua pisa tam facilè subsultant; emoritur tamen ferè totus prior impetus propter cessionem plani; & nisi nouus accederet, haud dubiè vel nulla penitus vel minima fieret reflexio; denique fieri potest compressio tùm in mobili, tùm in plano v.g. si vesicca inflata repercutiatur à membrana tympani maximè tensa, in hoc casu maxima fit noui impetus accessio ex duplici compressione; sed maxima fit etiam prioris impetus imminutio ex duplici etiam capite, nempè ex compressione, eaque duplici, & noua determinatione; sed hæc sunt facilia.

Theorema 61.

Si corpus in aliud impactum repellatur per productionem impetus. v.g. si duo globi mutuò impellantur, destruitur etiam impetus ex hoc capite, vt patet experientia: immò si globus in æqualem globum impingatur destruitur totus impetus prior; vt dictum est alibi, de quo etiam infrà: Ratio huius Theorematis est, quia aliqua impetus portio est frustrà; quia non potest habere suum effectum; igitur destrui debet.

Theorema 62.

Si globus in alium æqualem impingitur, ita vt punctum contactus, & centrum vtriusque sint in eadem linea, multa sequũtur phænomena, quæ iam attigimus lib. 1. à Th. 60. Primò, æqualis impetus in globo, in quem impactus est, producitur per Th. 60. lib. 1. Secundò, æqualis est determinatio noua priori; probatur per Th. 127. lib. 1. Tertiò, destruitur totus impetus prior per Th. 128. hinc quiescit globus impactus; cuius rei non potest esse alia causa; nec enim dicas destrui totum impetum illum (vt reuerâ totus destruitur) ratione resistentiæ, quæ minor est, quàm esset, si in parietem illideretur; igitur tota ratio, cur destruatur totus impetus, duci tantùm potest ex eo, quod sit frustrà; est autem frustrà, quia cum prior determinatio ferat globum impactùm per eandem lineam, & noua per oppositum; vtraque certè æqualis est; igitur neutra prævalet; igitur globus consistit; si quis enim diceret non esse æquales; igitur altera maior est; igitur debet prævalere; igitur si prior est, debet vlteriùs propagari motus

in

in eadem linea; si noua, igitur debet tantillùm reflecti; igitur cum nec vlteriùs producatur motus, nec retrò agatur mobile, vtraque determinatio necessariò æqualis est. Quænam verò sit huius æqualitatis ratio à priori, difficilè dictu est; dico tamen petendam esse ab æqualitate globorum; cum enim determinatio noua sit duplò maior à plano immobili & duro; certè à plano mobili minor est, vt constat, quia cedit; igitur quâ proportione plùs, vel minùs cedit, est minor dupla; sed maior globus minùs cedit, quàm æqualis; quia cessio est minor impulsione; igitur quando cessio est æqualis impulsioni, æquales sunt determinationes; atqui cum producitur æqualis impetus, & imprimitur æqualis motus, æqualis est cessiò impulsioni, id est æquè cedit, ac impellitur; cum tamen, si maior sit globus, non æquè citò cedat, quia tardior motus imprimitur, & hæc est, ni fallor, vera ratio huius æqualitatis determinationum, & hæc vera causa quietis globi impacti, de qua iam suprà Th. 40.

Theorema 63.

Cum verò globus impellitur in globum æqualem per lineam obliquam, numquam quiescit; quod demonstratur, quia semper est determinatio mixta; quod vt meliùs intelligatur, opus est nouâ figurâ [a] sit ergo punctum contactus duorum globorum B, & ipsa C B N sit Tangens communis, seu sectio plani, quæ gerit vicem plani reflectentis; fit autem primò linea incidentiæ connectens centra F B A; nulla fit in ea reflexio per Th. 61. quia scilicet determinatio noua per lineam B F est æqualis priori per F B; sit E B linea incidentiæ faciens angulum E B C cum Tangente N C; determinatio noua est ad determinationem priorem vt B G vel E R ad B E, & si sit linea incidentiæ D B vt B H, vel S D ad B D; denique si sit B V vt T V ad B V, donec tandem linea incidentiæ sit C B, quâ positâ nulla est determinatio noua; vides esse eandem viam proportionum quæ fuit suprà; licèt non sit futura eadem angulorum reflexionis proportio, quia determinationum nouarum rationes non sunt eædem; producatur enim E B L D B M &c. determinatio prior per E B est ad nouam per B F, vt B E ad B G; igitur ducantur E P P L; assumatur L I æqualis B G, & G I, B L æqualis B E; denique ducatur B I: dico B I esse lineam reflexionis seu determinationem mixtam ex B G B L per Th. 137. lib. 1. &c. Similiter si sit linea incidentiæ D B N, ducanturque D O, O M, & assumatur M K æqualis B H, vel S D, dico lineam B K esse determinationem mixtam ex B H B M, ex quibus etiam longitudo omnium reflexarum facilè determinari potest; quippe longitudo est vt linea determinationis mixtæ. v.g. B I, B K; demonstratur autem hæc determinationum progressio, quia determinatio per E B est ad determinationem per F B vt ictus per E B ad ictum per F B, vt iam sæpè dictum est; sed ictus per E B in C N est ad ictum per F B vt E R ad F B vel E B, id est, vt sinus rectus anguli incidentiæ ad sinum totum; sed determinatio noua in perpendiculo F B est ad priorem, vt F B ad B F per Th. 62. igitur noua determinatio per E B est ad priorem vt E R seu sinus rectus anguli E B C

[a] *Fig. 22 Tab. 3.*

ad sinum totum E B, & per D B vt D S ad D B: idem dico de aliis.

Hinc colligo primò, omnes determinationes nouas in hypothesi globorum æqualium esse subduplas in eisdem angulis priorum determinationum in hypothesi corporis reflectentis immobilis.

Colligo secundò, omnes reflexiones fieri necessariò per eandem lineam, quæ scilicet est Tangens puncti contactus globi reflectentis, quod valdè mirificum est, & facilè obseruabunt, qui Tudicula minore ludunt. Colligo sexto, cum angulus incidentiæ est 60. lineam reflexam esse subduplam directæ quæ vlteriùs produceretur; infrà verò sexto esse maiorem, suprà verò esse minorem, est autem longitudo lineæ sinus complementi anguli incidentiæ. v. g. si linea incidentiæ sit E B est E G, si D B est D H, si V B est V X.

Theorema 64.

Si globus minor in maiorem impingatur, qui ab eo tamen moueatur per lineam connectentem centra vtriusque impactus, reflectitur; ratio est, quia maior globus est maius impedimentum, vt iam diximus Th. 131. lib. 1. id est, vt clariùs hic explicetur, quæ ibidem tantùm obiter indicauimus, noua determinatio maior est priore, quia cessio est minor impulsione; sit autem. v. g. globus reflectens duplus impacto; igitur motus est subduplus, quia scilicet impetus distribuitur pluribus partibus subjecti; igitur singulæ minùs habent; igitur impetus est remissior; igitur motus tardior; igitur cessio minor subduplo; igitur determinatio noua est maior æquali $\frac{1}{2}$; hinc debet necessariò reflecti, quia quotiescunque ad lineas oppositas ex diametro determinatur impetus, maior determinatio præualet pro rata per Th. 134. lib. 1. nam perinde se habet, atque si esset duplex impetus; quanta porrò esse debeat linea reflexa, determinari potest; si enim determinatio noua esset solilaria mobile cum eo impetu, quem habet cõficeret v. g. B A vel B F; diuidatur B F in duas partes æquales in υ, determinatio noua est ad priorem vt 3. ad 2. assumatur F β æqualis B υ; igitur propter determinationem priorem oppositam scilicet B A detrahi debent duæ partes toti B β scilicet β υ æqualis B A; igitur linea reflexa erit B υ dupla totius B F; sit etiam globus reflectens, qui mouetur ab impacto, quadruplus, determinatio noua erit ad priorem vt 7. ad 4. fit B δ ad B A vt 7. ad 4. ex B δ detrahatur D H æqualis B A, supereft H B id est $\frac{3}{4}$ totius B F; non potest autem esse maior determinatio noua priore quàm in ratione dupla, vt diximus suprà. Ratio est, quia eò minor est determinatio noua, quò maior est motus impressus globo maiori reflectenti; igitur tantum detrahitur duplæ, quantum additur motus; si motus est æqualis, detrahitur duplæ æqualis priori; igitur supereft æqualis; si motus est subduplus, detrahitur duplæ subdupla prioris; igitur supereft $\frac{1}{2}$ si subquadruplus detrahitur duplæ subquadrupla prioris, igitur supereft $1\frac{3}{4}$ si sit duplus motus, determinatio noua est subdupla; igitur priori detrahitur $\frac{1}{2}$ de quo infrà; quod autem spectat ad longitudines linearum non est difficultas; quippe determinatio minor detrahi debet maiori.

Theorema

Theorema 65.

Si globus minor in maiorem impingatur per lineam obliquam incidentiæ, semper reflectitur; quippè fit determinatio mixta ex priore, & noua, quæ determinari potest, si aliquid à nouæ figuræ describatur; sit circulus F Q C D; sint diametri Q D, F C; sit A I dupla A F, sitque determinatio prior vt F A, si secunda sit vt A I, erit dupla prioris; igitur corpus reflectens erit immobile; igitur si linea incidentiæ sit E A, reflexa erit A T, ita vt anguli T A F, E A F sint æquales; si autem determinatio noua sit ad priorem vt A H ad A F, id est, v. g. vt 3. ad 2. posità scilicet lineâ incidentiæ perpendiculari F A in planum reflectens Q D, quod certè mouebitur per Th. 64. aliter procedendum est vt inueniatur linea reflexa respondens lineæ incidentiæ obliquæ; diuidatur F A M K ita vt K N sit ad A F vt 3. ad 2. ac proinde A H sit diuisa bifariam in K; describatur circulus K M N R, sit linea quælibet incidentiæ obliqua E A; producatur in B; ducantur O X B T parallelæ A H; assumatur A G æqualis O X, & G S æqualis A B; certè B S erit æqualis O X vel A G; ducatur A S, hæc erit reflexa quæsita: idem dico de omnibus aliis lineis incidentiæ; demonstratur eodem modo quo suprà in Th. 30. 31. 32. quæ consule, ne hic repetere cogar.

Theorema 66.

Si globus maior impingatur in minorem, per lineam incidentiæ connectentem centra nullo modo reflectitur sed per eandem lineam primum motum propagat licèt tardiùs per Th. 132. lib. 1. in qua verò proportione retardetur motus non ita facilè dictu est; dici tamen potest & explicari in fig. Th. 63. [a] si enim globi sunt æquales, cessio æqualis est impulsioni; si globus impactus sit maior, cessio est maior impulsione, vt constat; igitur, si globus est ad globum vt F B ad F B; determinatio noua erit ad priorem vt F B ad F B, igitur quiescet globus impactus per Th. 62. si verò globus impactus sit ad alium vt E B ad E R; determinatio noua erit ad priorem, vt B G ad B F; igitur motus retardatus globi impacti est ad non retardatum vt F G ad F B; quod si globus impactus est ad alium vt D B ad D S, determinatio noua est ad priorem vt B H ad B F; si sit vt T V, ad V B, determinatio noua erit ad priorem vt B X ad B F, donec tandem nullus sit globus resistens; neque res aliter esse potest.

[a] *Fig.* 22 *Tab.* 3.

Hinc vides duos terminos oppositos, qui sunt, nulla resistentia, & infinita resistentia; nulla est resistentia, cum globus impactus in nullum incidit, sed est veluti infinita cessio; cum verò globus in corpus immobile impingitur, est veluti infinita resistentia ratione huius motus; cum verò globus in alium globum, quem mouet, impingitur, si vterque æqualis est; est etiam æqualis cessio resistentiæ; igitur globus impactus quiescit, & hoc est iustum medium extremorum prædictorum, id est, inter nullam cessionem, & infinitam cessionem; media est æqualis cessio; & inter nullam resistentiam & infinitam resistentiam media est æqualis resistentia;

resistentia autem consideratur in globo impacto, cuius resistitur motui; cessio verò in alio, qui motui cedit; appello autem infinitam resistentiam cui nulla respondet cessio; nihil enim aliud præstaret infinita; porrò cum nulla est cessio, determinatio noua est dupla prioris, vt demonstratum est suprà; igitur nihil prioris remanet; cùm verò nulla est resistentia, tota prior remanet, & nulla est noua: denique cum cessio æqualis est resistentiæ, tantùm remanet prioris quantùm est nouæ; igitur vtraque æqualis est: Vnde vides, ni fallor, perfectam analogiam, &c. Obseruasti ni fallor, quod in hac re potissimum est. Primò, tunc esse infinitam resistentiam, cum nulla est cessio, vt in corpore reflectente prorsus immobili. Secundò, tunc esse infinitam cessionem, cum nulla est resistentia vt in vacuo. Tertiò, æqualitatem cessionis, & resistentiæ æqualiter ab vtroque distare; tantùm enim est inter æqualitatem illam, & infinitam cessionem quantum inter eandem æqualitatem, & infinitam resistentiam. Quartò ab infinita cessione ad æqualitatem accedere nouam determinationem æqualem priori. Quintò, ab eadem æqualitate ad infinitam resistentiam tantumdem accedere, ac proinde nouam determinationem esse duplam prioris; ex quo etiam probatur æqualitas angulorum incidentiæ, & reflexionis.

Theorema 67.

Si globus maior impingatur in minorem per lineam obliquam semper reflectitur, licèt aliquando insensibiliter, quia fit determinatio mixta ex noua & priore, cuius proportio determinari potest; sit enim determinatio noua ad priorem in linea incidentiæ perpendiculari vt C ♂ ad C A fig. Th. 65.
a *Fig.* 23 *Tab.* 3. a vel vt A Z ad A F, sit linea incidentiæ obliqua E A producta in B; certè si determinatio noua per lineam incidentiæ obliquam E A est ad priorem, vt A Z ad A F; sumatur B υ æqualis A Y; ducantur Y υ A υ dico A υ esse lineam reflexionis, quia est mixta ex A Y & A B, vt constat ex dictis; Idem dico de aliis incidentiæ.

Theorema 68.

Si globus in æqualem globum impingatur, qui æquali impetu in eum etiam impingitur per lineam connectentem centra; vterque retro agitur æquali pœnitus motu, quo suam lineam vlteriùs propagasset, si in alterum globum non incidisset per Th. 137. lib. 1. si autem inæquali impetu moueantur, non est determinatum suprà; potest autem fit determinari, fig. 1. Tab. 1. sit globus A impactus in alium B motu vt 4. eodem tempore, quo globus B impingitur in A motu vt 2. certè globus B retrò agetur motu vt 4. quippè siue moueatur æquali motu, siue minori, siue etiam quiescat, semper æquali motu à globo A impelletur; quod certè mirabile est; primum constat per Th. 135. lib. tertium constat per Theor. 128. lib. 1. Igitur secundum constat, si enim impellitur motu vt 4. dum in contrariam partem mouetur vt 4. multò magis si tantùm mouetur vt 2. & si tantùm impellitur motu vt 4. dum quiescit multò magis motu vt 4. dum in

con

contrariam partem mouetur motu vt 2. at verò globus A non retroagetur: motu vt 4. sed tantùm motu vt 2. vt patet; quippe omninò consisteret, si globus B nullum præuium impetum habuisset; si verò habuisset motum vt 4. tùm etiam A retroageretur motu vt 4. igitur motu vt duo, si B impressit impetum vt duo.

Theorema 69.

Si globus A inæqualem globum impingatur per lineam obliquam, ita vt alter in alterum impetu mutuo impingatur, determinari potest motus vtriusque vterque reflectetur; certum est, fit enim determinatio mixta ex noua, & priore; igitur est motus, quod duobus modis fieri potest; primò si æqualis vtriusque sit motus, sit linea incidentiæ E B producta in L fig. Th. 63. [a] per quam globus A ab E proiicitur in globum B; estque L B linea incidentiæ, per quam globus proiicitur in globum A, ita vt punctum contactus sit B, & linea connectens centra A B F; si globus B consisteret in puncto B globus A reflecteretur per lineam B I, vt demonstratum est in Theoremate 63. quia determinatio prior est, vt B L, noua vt B G; igitur ex vtraque fit B I; at verò si globus B imprimat impetum in globo A æqualem quidem, si linea incidentiæ esset perpendicularis, minorem tamen, quia est obliqua qui est ad æqualem vt B G ad B F; certè determinatio noua est dupla B G; quippe ratione reflexionis est vt B G, ratione impulsionis vt B G; igitur composita ex vtraque vt B ♪ dupla B G; assumatur L P æqualis; haud dubiè B ♪, & P ♪ B L; certè determinatio mixta ex B ♪, B L erit B P, quæ erit linea reflexionis. Hinc egregium Corollarium deduco quod scilicet reflectatur globus A per angulos æquales, quotiescunque globo æquali impetu contranitente repellitur; quippe angulus P B F est æqualis angulo E B F: alterum etiam deduco, omnes lineas reflexionis ad quoscunque angulos siue rectos, siue obliquos dum vterque globus mutuo impetu ab æquali potentia in sese inuicem impinguntur, esse æquales, quod certè mirabile est. Secundò, si non sit æqualis vtriusque motus, sed motus globi D B sit ad motum globi A vt A Z ad A F fig. Th. 65. [b] res ferè eodem modo determinari potest; quippè motus impressus à globo B per lineam perpendicularem est ad motum impressum A [c] per inclinatam E A vt A Z ad A Y; sit autem linea incidentiæ D B fig. Th. 63. eiusdem incidentiæ cum E A fig. Th. 65. igitur globus A incidat per D B, & globus B per M B, ita vt punctum contactus sit B, & linea connectens centra F A; determinatio noua ratione incidentiæ est vt B H, cui addatur H F æqualis A Y fig. alterius ratione motus impressi à globo B; tota determinatio erit B F; assumatur M T æqualis B F: dico nouam lineam quæsitam esse B θ mixtam scilicet ex B F B M, quod probatur vt suprà.

[a] *Fig.* 22 *Tab.* 3.

[b] *Fig.* 23 *Tab.* 3.

[c] *Fig.* 22 *Tab.* 3.

Theorema 70.

Si duo globi inæquales inuicem impingantur per lineam connectentem centra diuersimodè posiũt reflecti; Primò, si motus vtriusque est æqualis, minor globus retroagetur; accipit enim totum impetum maioris globi, id est,

impetum æqualem;igitur retro agitur velociore motu in eadem proportione qua alter globus maior eſt altero,v.g. ſi maior eſt duplus, retroagetur motu duplo illius,quo ſuum iter proſequeretur, niſi maior globus occurreret; at verò globus maior duplus ſcilicet alterius non retroagetur; quippè ſi minor globus conſiſteret in puncto contactus,maior globus ſuum iter proſequeretur motu ſubduplo; quippe determinatio noua eſſet ſubdupla prioris,vt patet ex Th.66. ſed accipit etiam impetum ſubduplum illius,quem habet, igitur determinatio noua eſt compoſita ex duabus ſubduplis;igitur eſt æqualis priori;igitur nõ retroagetur,ſed conſiſtet ſi duplus eſt;ſi verò maior duplo ſuum iter proſequetur ſed minore motu pro rata,ſi minor duplo retroagetur.Hinc egregium effatum,ſi duo globi in ſe ſe inuicem allidantur æquali motu, ſi maior duplus eſt,conſiſtet ad punctum contactus;ſi maior duplo ſuum iter proſequetur; ſi minor reflectetur; quod ſi motu inæquali mouentur, vel maior mouetur maiori motu,vel minor;ſi maior,minor retroagetur, maior verò vel retroagetur,vel conſiſtet,vel eadem via mouebitur;retroagetur quidem, ſi noua determinatio compoſita ſcilicet ex impetu impreſſo à minore globo,& determinatione reflexionis quam conferet globus minor, etiamſi quieſceret;ſi noua inquam determinatio ſit maior priore;conſiſtet verò, ſi ſit æqualis;ſuum denique iter proſequetur,ſi ſit minor: quæ omnia ex dictis facilè determinari poſſunt.

Theorema 71.

Si verò duo globi inæquales in ſeſe inuicem impingantur per lineas obliquas, ſunt quoque tres combinationes;vel enim vterque impingitur motu æquali, vel maior globus maiore motu,vel minor; vt autem habeatur linea, ſeu determinatio cuiuſlibet globi,ſupponi debet primò linea incidentiæ alterius v.g.maioris. Secũdò ſupponi debet minor quieſcere.Tertiò,inueniri noua determinatio,quæ confertur maiori à minore quieſcente,quæ facilè inueniri poteſt cognita determinatione noua, quam conferret ſi linea incidentiæ eſſet perpendicularis; Quartò, debet inueniri determinatio noua quæ confertur à minore maiori ratione impetus, quæ facilè inueniri poteſt cognita determinatione huius impetus per lineam perpendicularem. Quintò,debet componi determinatio noua ex vtraque. Sextò denique,ex his habebitur determinatio mixta ex hac compoſita,& linea incidentiæ producta,quod facilè ex dictis intelligitur; ſimiliter, vt habeatur reflexo minoris,debent eadem præſupponi in maiore.

Obiiceret hic fortè aliquis mirari ſe quamobrem duo globi æquales in ſeſe inuicem æquali motu impinguntur vterque retroagatur, cùm potiùs vterque conſiſtere deberet: quemadmodum quieſcit globus cui imprimuntur duo impetus contrarij, hoc eſt ad lineas oppoſitas determinati. Reſpondeo cum eodem inſtanti eidem globo duplex ille impetus imprimitur,non videri vllam rationem,cur alter præualeat; at verò vbi iam impetus eſt productus, poteſt ad aliam lineam determinari,vt patet; igitur ratione determinationis nouæ,quæ eſt æqualis priori deſtruitur;

igitur,

igitur, si nihil aliud esset, globus quiesceret; at verò ratione impetus noui producti ab alio globo, vel eius impetu, retroagitur.

Theorema 72.

Potest globus retroagi, licèt in aliud corpus non incidat: hoc est vulgare, mirificum tamen experimentum, [a] sit enim globus E C B L incubans plano horizontali M L G, in quem descendat planum, quod nisi globi resisteret materies, resecaret sectionem D H E. Dico quod ab isto ictu globus determinabitur ad duos motus, alterum centri K versus A, alterum orbis puncti D scilicet, vel C versus E, ita vt initio motus centri prævaleat versus A, qui citò destruitur propter affrictum partium plani; vnde remanet tantùm motus orbis, quo scilicet globus rotatur versus F; nec est alia ratio huius experimenti, in quo habetur quædam reflexio sine corpore reflectente: pro quo obserua fore vt experimentum meliùs succedat, si cadat ictus propiùs ad punctum C, quia diutiùs voluitur orbis.

[a] *Fig.* 24 *Tab.* 3.

Theorema 73.

Hinc etiam ratio euidentissima alterius experimenti, quod valdè familiare est iis, qui breuioribus globulis ludunt; si enim ita proiiciatur per medium aëra globulus, vt eius hemisphærium superiùs moueatur contrario motu motui centri, vel vt Astronomi loquuntur in Antecedentia, vbi globulus terræ planum attingit, vel illico consistit, vel retroagitur, nisi aliqua portio plani inæqualis aliò reflectat; cuius rei ratio est duplex ille motus, quorum si determinatio æqualis est, consistit globus; si verò determinatio motus orbis sit maior, quod semper accidit in breuiore ictu; certè cum prævaleat, globum retroire necesse est.

Theorema 74.

Globulus eburneus in alium impactus consistit quidem si centrum respicias; at verò sæpè accidit globulum circa centrum suum immobile motu circulari & horizontali ad instar vorticis conuolui; cuius effectus ratio est, quia cùm prior impetus ideo tantùm destruatur, quia est frustrà, & frustrà est, quia æqualis est determinatio vtraque per lineas oppositas, determinatio inquam motus centri; si tamen globi deficiat æquilibrium, vt semper reuerâ tantillùm deficit, in partem illam globus voluitur, vt videmus in corpore oblongo, cuius dum vna extremitas pellitur circa centrum aliquod voluitur; sed de motu circulari infrà; sed tantisper sphæristerium ingredi placuit, vt alios effectus motus reflexi demonstremus.

Theorema 75.

Cum pila coniicitur in parietem ad latus, resilit in pauimentum, vnde iterum repercutitur fallente saltu; ratio est clara, quia quadruplici quasi motu mouetur pila in vltimo saltu; Primus est motus centri bis reflexus;

Secundus

Secundus primus motus orbis, quo scilicet primum in parietem illisa est. Tertius motus orbis mixtus, quo ex pariete resistit; Quartus denique motus orbis, quo mouetur post quàm à pauimento repercussa est; exemplum habes in pila rotata per planum horizontale, quæ obliquè in aduersum planum impingitur; statim enim obseruas nouum motum orbis mixtum ex priori & nouo, in quo est quidem maxima difficultas; sed de his motibus mixtis agemus infrà lib. 9.

Theorema 76.

Cum pila emittitur rotato sursum pilari reticulo saltus vt plurimùm fallit, secus verò si emittatur reticulo deorsum acto; ratio est, quia in primo casu motus orbis pilæ est contrarius motui centri, vt patet; inde fraus saltus, secus verò in secundo casu.

Theorema 77.

Cum pila velocissimè ita emittitur, vt linea incidentiæ faciat angulum acutissimum cum pauimento, nullus ferè est saltus; quia cum parùm valeat vis reflexiua ad angulum acutissimum; quia prior determinatio ferè prævalet, & remanet tota, non quidem intacta, sed vix saucia; determinatio motus orbis, qui promouet motum centri, iuuat priorem determinationem motus centri; igitur vel nullus, vel modicus, isque celerrimus fit saltus.

Theorema 78.

Cum pila cadit obliqua linea in pauimentum non longo à pariete interuallo, in quem linea sursum inclinata post saltum statim impingitur longè altiùs ascendit pilæ saltus, ratio petitur à noua reflexione, quod facilè est.

Theorema 79.

Cum pila obliquè cadit in iuncturam parietis & pauimenti, non reflectitur, & tunc maximè fallit saltus; ratio est, quia est duplex punctum contactus; igitur determinationum nouarum conflictus; quippè paries versus pauimentum; hoc verò versus parietem repellit; igitur tantùm supereſt, vt in pauimento rotetur sine saltu, quod accidit ad omnem angulum incidentiæ obliquum, vt patet experientiâ, cuius ratio communis est.

Theorema 80.

Cum leuiore affrictu pilæ funis perstringitur vel, vt aiunt, crispatur, saltus etiam ludentis manum frustratur; quia motus orbis mutatur in illo funis incussu, vt patet.

Theorema 81.

Denique, cum reticulo motus orbis ita intorquetur, vt vel circulo horizontali, vel alteri inclinato sit parallelus, saltus pilæ fallaciæ subest; quippe à priori determinatione motus orbis tuebatur; omitto inæqualitatem pauimenti, quæ saltum pilæ sæpissimè à sua linea detorquet; sed fortè satis lusum est.

Theorema

Theorema 82.

Cum planus lapis per lineam incidentiæ valdè obliquam in superficiem aquæ proijcitur, quasi repit lapis in ipsa superficie seu plurimo saltu discurrit; quia scilicet modica resistentia sufficit ad reflexionem, cum angulus incidentiæ est obliquior, vt constat ex dictis; vt tamen longiorem tractum percurrat lapis, ita proiiciendus est, vt eius horizonti planior superficies sit parallela; immò tantillùm portio anthica attollatur: cur autem, & quomodo resistat superficies aquæ, dicemus suo loco.

Theorema 83.

Immò sæpiùs accidit maiorum tormentorum pilas ab aqua reflecti aliquoties, vt multis experimentis comprobatum est; nec enim ab interiore maris fundo reflecti possunt, sed lineam incidentiæ valdè obliquam esse necesse est]; habes egregium experimentum apud Mercennum in phœn. Balliſt propositione 25. ab illustri viro petro Petito obseruatum, quo duntaxat asserit pilam è tormento ferreo 10 pedes longo, & horizontali parallelo emissam, quinquies à superficie Oceani reflexam fuisse; sed de hoc paulò pòst.

Theorema 84.

Addo vnum, quod sæpiùs obseruatum est in illo iactu planorum lapidum, quòd scilicet sub finem iactus quasi in orbem dextrorsum reflectantur; cuius ratio manifesta est motus orbis horizontali parallelus, qui præter motum centri lapidi impressus est; quia faciliùs destruitur motus centri, quàm motus orbis; vnde sub finem hic illum in suas partes trahit, dextrorsum scilicet, si dextra proiiciatur lapis; quia duobus primis digitis posterior lapidis portio siniſtrorsum inflectitur; igitur anterior dextrorsum, in quo non est difficultas.

Theorema 85.

Cum proiicitur globus in aquam per lineam incidentiæ obliquam, si non reflectitur ab ipsa superficie aquæ; incuruatur eius linea producta per mediam aquam, v.g.[a] sit vas A B D G, solidum aquæ vase contentum C B D F; linea obliqua incidentiæ globi projecti I H, producta H D: dico quod frangetur in H, & quasi refringetur in H E; experientia certissima est; ratio verò est, quia cùm vis reflexiua puncti H sit aliqua, hoc est, cùm sit aliquid determinationis nouæ, quæ haud dubiè minor est priore, debet necessariò mutari linea; quod autem sit aliquid determinationis nouæ in H, patet ex eo quod angulus incidentiæ sit valdè obliquus, reflectitur globus; igitur in altero angulo incidentiæ debet esse aliquid nouæ determinationis. Secundò, quia plùs resistit aqua, quàm aër; igitur frangitur prior determinatio, & hæc est vera ratio huius effectus, quem aliqui obseruarunt; Et fortè dici posset refractio motus, quæ prorsus est contraria refractioni luminis; quippe refractio luminis talis est, vt radius primo medio raro in densum incidens incuruetur ad perpendicularem, cum tamen linea motus obliquè incidens è medio raro in densum incur-

[a] Figura 5 Tab. 3.

uetur à perpendiculari : An fortè etiam ex hoc phænomeno duci poteſt vera menſura,ſeu regula refractionum, quod ingenioſiſſimè excogitauit vir illuſtris Renatus Deſcartes in ſua Dioptrica;ſed diſcrimen maximum eſt, quòd luminis diffuſio ſeu propagatio nullum dicat motum localem, vt ſuo loco demonſtrabimus; quippe lumen qualitas eſt,vt impetus;quod tamen ad rem præſentem nihil prorſus facit.

Theorema 86.

Linea refractionis motus non eſt recta (ſic eam deinceps appellabimus.) Cũ enim ideo deflectat à recta H D,quia planũ in H reſiſtit motui globi; igitur etiam in K deflectet à recta K E,quia etiam medium in K reſiſtit.

Obſeruabis tamen primò, vix hoc diſcerni poſſe , niſi ſit maxima vis motus ; quippe grauitas corporis defert corpus deorſum ; vnde vis illa grauitationis impedit,ne corpus reflectat ſeu reſiliat ſurſum.Secundò,ſi corpus in aquam projectum ſit leuius aqua,non modò hæc refractio ſenſibilis eſt,verùm etiam illa perpetua refractionum ſeries,quia aqua ſemper attollit ſurſum corpus leuius. Tertiò, in corpore oblongo hoc experimentum maximè probatur,quia plures partes aquæ ſimul reflectunt.

Theorema 87.

Linea motus refracti non eſt recta , prob. quia cum in ſingulis punctis aquæ ferè mutetur, curuam eſſe neceſſe eſt.

Theorema 88.

Hinc optima ratio ducitur , cur globus ex tormento excuſſus ad angulum incidentiæ valdè acutum ſuperficiem aquæ penetret ; ex qua denuò emergit quaſi per arcum primum deorſum ; tùm demum ſurſum inflexum immò plures accidunt huiuſmodi repetitæ emerſiones : hinc valdè falluntur, qui credunt ab ipſo fundo maris globum repercuti ; quod pluſquàm ridiculum eſt;hoc quoque experimentũ in projectis ſaxis ſæpiùs obſeruaui.

Theorema 89.

Hinc cum ſaxa planiora ſunt in medio aëre ſimile obſeruari poteſt experimentum ; nam poſt aliquem deſcenſum iterum aſcendit ſaxum ; nec eſt quod aliquis vento flanti cauſam huius effectus tribuat,qui ſemper accidit etiam valdè ſereno cœlo.

Theorema 90.

Hinc cauſa euidens illius aſcenſus ſagittæ quamtumuis per lineam horizonti parallelam emitatur ; quippè ab aëre inferiori quaſi repercutitur , aliquid ſimile coniicio in glandibus ex tormento exploſis;eſt enim aliquis quamuis inſenſibilis aſcenſus ; hinc fortè ratio, cur in ſcopum lineas directionis horizonti parallelæ reſpondentem globus incidat , cùm infra ſcopum cadere deberet , vt reuerâ fit in notabili diſtantia propter motum mixtum ; exemplum huius effectus clariſſimum video in illis auiculis,quæ per ſaltus,vel arcus huiuſmodi volant; primò enim deſcendere videntur, ſed vix aſcendunt.

Theorema 91.

Potest determinari proportio anguli huius refractionis motus, si cognoscatur resistentia, qua medium resistit perpendiculari; v. g. si globus plumbeus ex aëre perpendiculariter cadat in superficiem aquæ, haud dubiè ipsam aquam subit, sed minore motu; quippe frangitur ab ipsa densitate aquæ vis primi impetus, quo scilicet per liberiorem aëra priùs ferebatur: vnde si habeatur proportio resistentiæ aquæ posita linea incidentiæ perpendiculari, non est dubium, quin habeatur etiam resistentia posita linea incidentiæ obliqua; nam eodem modo hoc determinandum est, quo suprà determinatum fuit Th. 66. 67. v. g. in fig. Th. 65. determinatio noua posita perpendiculari [a] sit ad priorem vt A Z ad A F, ita vt per mediam aquam conficiat tantùm spatium A ♪ v. g. eo tempore, quo in libero aëre conficit A C; certè si linea incidentiæ sit inclinata E A, determinatio noua erit ad priorem, vt A Y ad A E, vel A B; igitur fiet mixta ex A Y A B, scilicet A υ; non tamen eo tempore conficiet A υ, quo conficiet A ♪; quia scilicet omnes partes aquæ resistunt, vt constat; igitur conficietur A θ æqualis A ♪; quæ porrò sit proportio resistentiæ, quæ mobile retardat in aqua, & resistentiæ, quæ idem retardat in aëre determinari non potest, nisi primò cognoscatur proportio grauitatis vtriusque. Secundò, nisi sciatur in quo posita sit hæc resistentia: Tertiò, nisi perspectum sit, an maiore nexu partes aquæ inter se copulentur, an minore, vel æquali, de quo alias. Equidem P. Mersennus lib. 1. a. 15. suæ versionis asserit corpus graue per mediam aquam conficere 12. pedes spatij eo tempore, quo 48. percurrit in aëre, id est, tempore duorum secundorum.

[a] *Fig.* 23 *Tab.* 3.

Obseruabis autem hîc tantùm consideratam fuisse lineam A θ rectam sine noua determinatione, quæ scilicet insensibilis est, quando linea incidentiæ non est tam obliqua, nec impetus tantarum virium. Denique obseruabis cognito vno angulo motus refracti ad datum angulum incidentiæ cognosci facilè quemlibet alium, qui alteri angulo incidentiæ respondeat, vt patet ex dictis: Vtrum verò anguli refractionum motus ex aëre in aquam sint iidem cum angulis refractionum luminis ex aqua in aëra, examinabimus alibi: hæc interim sufficiant de motu refracto; quem tamen adhuc reflexum esse contendo, immò nulla est refractio in motu, quæ non sit reflexio, & nulla reflexio in lumine, quæ non sit refractio, de quo fusè alibi.

Theorema 92.

Aqua, quæ cadit in planum durum resilit in mille partes quoquo versum; non certè, quòd partes inferiores pellantur à superioribus, vt volunt aliqui; sed quòd facilè separentur partes aquæ; vnde non mirum est, si vel modico impetu dispergantur; quippe, vt corpus aliquod reflectatur integrum, id est sine partium dispersione, debet resistentia vnionis partium esse maior tota vi impetus ad nouam lineam determinati; cur verò potiùs vna guttula dextrorsum repercutiatur, quàm sinistrorsum; certè alia ratio esse non potest, nisi primò diuersa figura tùm aquæ impactæ, tùm

plani reflectentis; Secundò aër resiliens; Tertiò sectio ipsa, vt sic loquar, diuisionis, seu conflictus aliarum partium: idem, cæteris paribus, de lapide, cuius mille particulæ resiliunt.

Theorema 93.

Globus reflectens, qui ab ictu alterius mouetur, non mouetur ipso instanti contactus; prob. quia eo primum instanti ab alio globo accipit impetum; sed primo instanti, quo est impetus, non est motus, vt demonstratum est lib. 1. igitur globus reflectens, &c. mouetur tamen. Secundò instans; vnde vno tantùm instanti contactus est.

Theorema 94.

Hinc colligo produci illum impetum ipso instanti contactus, alioqui instanti sequenti non esset motus; immò daretur quies in puncto reflexionis; quippe, si tantùm secundo instanti produceretur, fieret contactus in duobus instantibus; igitur esset quies.

Theorema 95.

Figura corporis impacti variare potest reflexionem; si enim corpus impactum sit parallelipedum v. g. multiplex esse potest reflexionis variatio pro diuerso appulsu, vt consideranti patebit.

Theorema 96.

Si impetus esset tantùm determinatus ad vnam lineam; *nulla daretur reflexio*; patet, quia nulla daretur causa reflexionis, quæ tantùm est impetus prior ad nouam lineam determinatus ratio plani oppositi.

Theorema 97.

Quò angulus incidentiæ est obliquior, faciliùs fit reflexio; quia minor portio impetus destruitur quamuis per accidens; igitur motus propagatur faciliùs; adde quod noua determinatio minùs recedit à priori.

Scholium.

Primò obseruabis causæ reflexionis esse multaplices; scilicet planum reflectens, priorem impetum permanentem, nouam determinationem: in plano verò reflectente considerantur impenetrabilitas, durities, & immobilitas: in priore impetu consideratur capacitas ad nouam lineam motus, & sufficiens intensio ad hoc, vt aliquid impetus ab ictu vel contactu remaneat; denique noua determinatio, si radius incidentiæ sit perpendicularis, debet esse maior priore; alioqui nulla erit reflexio; si verò linea incidentiæ sit obliqua, potest esse maior, vel minor, vel æqualis.

Secundò obseruabis verissimam causam reflexionis positam esse in determinatione noua, ratione cuius potest esse motus; igitur impetus non est frustrà; igitur non debet destrui secundùm illam portionem, quæ non est frustrà.

Tertiò

Tertiò, quod ſpectat ad æqualitatem anguli reflexionis, & anguli incidentiæ, non eſt alia huius æqualitatis ratio præter illam, quam attulimus; nec eſt quod aliqui aliam rationem comminiſcantur, cuius principia theſim ipſam ſupponunt; nam primò ſupponunt omnem virtutem quantumuis impeditam eniti maximè quantum poteſt, vt producat effectum ſecundùm intenſionem agentis; cùm fortè Geometra admitteret hoc principium ſine alia probatione: an fortè virtus ipſa cognoſcit intentionem, agentis, id eſt impetus potentiæ motricis? numquid impetus ipſe determinari debet ab ipſa potentia motrice? numquid eſt determinatio noua à plano reflectente? an fortè potentia motrix intendit motum per aliam lineam, quàm per lineam incidentiæ? cum ipſa linea reflexionis ſemper accidat præter intentionem potentiæ motricis naturalis; denique licèt hoc totum verum eſſet, vnde probatur poſſe impetum ad angulum reflexionis æqualem ſe ipſum determinare? Secundò, ſupponunt impetum eſſe indifferentem ad diuerſas lineas, quod ſanè verum eſt; probare tamen deberent, & diſcernere impetum innatum ab omni aliò, at, eſto id verum ſit; cur potiùs determinatur ad lineam quæ faciat angulum æqualem, quàm inæqualem angulo incidentiæ? ex hoc enim principio non probatur hæc æqualitas.

Tertiò, ſupponunt dextra fieri ſiniſtra in reflexione, & transferri angulos, idque in eodem plano; benè eſt; rem factam ſupponunt, quam nemo negat; ſed propter quid fiat demonſtrandum eſſet; ſi enim quæram, cur in eodem plano ſint radius incidentiæ. radius reflexus, & ſectio communis plani reflectentis? non video quonam modo demonſtrent. Dicent fortè, quia ita fit in lumine; belle! obſcurum per obſcurius; quippe ratio reflexionis clarior eſt in motu, quàm in lumine, vt ſuo loco videbimus; igitur negari poſſet de lumine, licèt verum ſit, donec ſit demonſtratum; immò quamuis probatum eſſet de lumine, quis vnquam deduxit à pari argumentum demonſtratiuum? Dicent non eſſe potiùs rationem, cur fiat per vnum planum ex aliis infinitis, quàm per aliud; benè eſt, iam vtuntur illa negatiua ratione, quam paulò antè reſpuebant, licèt optima ſit, nec quidquam in contrarium afferunt; at ſolitariam eſſe non oportet; quippe vt iam ſuprà monui, effectus poſitiuus per principium poſitiuum ad ſuam cauſam reducendus eſt.

Denique dicent hanc eſſe demonſtrationem *Ariſtotelis in Problematis ſect.* 17. *Probl.* 13. quod vt palam fiat, textum ipſum deſcribo, *quamobrem*, inquit, *corpora, quæ feruntur, vbi alicubi occurrerunt, reſilire in partem contrariam ſolent, nec niſi ad ſimiles angulos, an quod non ſolum eo feruntur impetu, quo pro ſua parte ipſa fieri aptiſſima ſunt, verùm etiam illo, qui à mittente proficiſcitur; ſuus igitur ceſſat cuique impetus, cum ſuum ad locum peruenerint, omnia namque requieſcere ſolent vbi in eam ſedem ſeſe contulerunt, quam ſuapte naturâ deſiderant; ſed externo illo, quem habent, impetu neceſſitas oritur amplius mouendi; quod cùm in partem priorem effici nequeat, quia re prohibetur obiecta, vel in latus, vel in rectum agi neceſſe eſt; omnia autem in angulos reſiliunt ſimiles, quoniam eodem ferri cogantur, quò motus ducat; quem*

is dedit, qui miserit; eo autem vt angulo, vel acuto, vel recto ferantur omnino incidit; vt igitur in speculis extremum lineæ rectæ, &c. ita quæ feruntur, &c. cum angulo tanto retorqueantur, quanto vertex constiterit, &c. Sed quæso, quis vmquam agnoscet demonstrationem in mera comparatione præsertim in problematis quorum rationes Aristoteles, vel alter, vt aliqui volunt, illorum auctor dubitanter tantùm proponit? Igitur vix ausim asserere ab Aristotele hoc ipsum fuisse demonstratum; sed aliam demonstrationem aggrediuntur, pro qua supponunt primò determinationem esse formam, seu formalitatem, seu connotationem; quam parùm hæc physicam sapiunt, & demonstrationem olent! Secundò, vnumquodque per se determinare ad aliud, ad quod est determinatum, & determinationem fieri per id, quod est maximè determinatum; quia propter quod vnumquodque tale est, & illud magis; quam debile fulcrum! Tertiò supponunt, principium determinans effectum secundum genus, & speciem similem sibi reddere in vtroque, etiam Logicè; Quartò, supponunt ex duobus indeterminatis posse fieri determinatum; quid inde? Quintò, supponunt angulum reflexionis determinari ab angulo incidentiæ; sed hæc est thesis. Ex his principiis primò concludunt reflexionem fieri per angulos æquales, idque in eodem plano; scio quidem de re quod sit, sed non video demonstrari propter quid sit ex his principiis, vt considerati patebit; nec est quod vlteriùs in iis refutandis immoremur; præsertim cùm rem hanc accuratissimè demonstrauerimus suprà; sed antequam ab hoc motu reflexo discedam, alia demonstratio reiicienda est, quæ sic propo-

a *Fig. 21 Tab. 3.* nitur [a] sit planum reflectens immobile, M R, sit linea incidentiæ K D; hæc est, vt aiunt, determinatio mixta ex duabus K β, K θ: hoc posito, linea reflexa erit D X, mixta scilicet ex D θ D υ; sed profectò non video, nec sentio vim huius determinationis; primò enim nego motum per K D esse mixtum; est enim tantùm vnicum principium determinationis; igitur vna tantùm est determinatio; nam primò hæc eadem linea K D posset esse mixta ex pluribus aliis; quippè possunt esse infinita Parallelogrammata, quibus hæc diagonalis K D communis esse possit; cur autem potiùs erit diagonalis vnius quàm alterius. Secundò, si cadat deorsum corpus graue impingaturque in planum inclinatum, nunquid est motus simplex, & purus naturalis? quis est qui hoc neget, si terminos ipsos capiat? sed dicunt, si proiiciatur mobile per inclinatam in planum horizontale, est motus mixtus ex naturali accelerato, & impresso; equidem hic motus mixtus est, sed tota linea curua; quæ non est parabolica, vt constat ex dictis suprà lib. 4. non facit lineam directionis, sed vltimum illius segmentum, seu vltima Tangens, quæ tanquam recta assumitur: præterea quis vmquam lineam incidentiæ assumpsit nisi rectum? igitur licèt linea incidentiæ possit esse mixta ex duabus aliis, quod negari non potest; potest tamen esse simplex, quod nemo etiam negabit; igitur hoc ipsum nihil facit ad hanc incidentiæ lineam; igitur illud primum antecedens est falsum, inquo habetur lineam incidentiæ esse mixtam; quia cùm debeat esse vniuersale, vt scilicet vniuersaliter concludat; certè, si

vniuersale

vniuersale est, falsum esse constat; addunt aliqui esse mixtam æquiualenter. Tertiò, cum sit eadem potentia motrix applicata, tùm in K, tùm in A; certè debet esse idem impetus; cum autem duæ lineæ K θ K β repræsentent duos impetus, qui concurrunt ad motum mixtum per K D (nam hoc ipsi dicunt) certè duo A B A P simul sumpti æquales esse deberent duobus K θ K β, quod falsum est; quia K D sit 4. sitque angulus G D K 30. grad. K θ est 2. igitur collecta θ K β est 6. & eius quadratum 36. at verò quadratum A B est 18. ergo quadratum collectæ ex A B A P est 32. igitur illa maior est.

Sed iam ad aliam propositionem venio, in qua dicitur linea reflexionis D X esse mixta ex D θ D υ quod falsum est; nam primò hoc dicis, hoc proba positiuo argumento: Dices, quia non potest aliter explicari æqualitas anguli reflexionis; bellè! nego antecedens; nam licèt nondum verus illius modus explicatus non esset, proba tuum esse verum. Secundò vel aliquid prioris determinationis manet, vel nihil; non primum, vt ipsi volunt; alioqui D X esset mixta ex tribus scilicet D Q, D θ, D υ, quod absurdum est; quod si nihil remaneat prioris determinationis; ergo nihil prioris impetus, quod etiam concedunt; igitur producitur nouus, scilicet propter compressionem aëris, corporis reflexi, & reflectentis; sed profectò, licèt hoc totum verum esset, cùm illa compressio fieret in linea quæ per centrum globi producitur, scilicet à puncto contactus, scilicet in linea D G; certè per illam fieret repercussio; Tertiò tunc maxima est percussio, cum linea incidentiæ est perpendicularis; igitur tunc esse debet maxima vis compressionis; igitur maxima vis repercussionis, sed est tantùm vt D G; at verò, si linea incidentiæ sit A D, vis repercussionis erit, vt collecta ex D F D P quæ maior est priore. Quartò, cur D X erit potiùs mixta ex duabus D θ, D υ, quàm ex duabus aliis? Quintò, perinde se habet planum reflectens, atque si globum ipsum pelleret, cùm nihil determinationis prioris remaneat, vt ipsi volunt, sed pelleret per ipsam D G. Sextò, proba argumento positiuo esse mixtam D X ex D υ, D θ; nam hoc reuerâ fingis sine ratione. Septimò, præterea si corpus esset durissimum minùs reflecti posset à plano durissimo, si nulla fieret compressio. Octauò proba mihi impetum priorem destrui per se; nam cùm sit indifferens ad omnes lineas, nunquam destruitur, nisi sit frustrà; hic autem frustrà non est: Itaque manifestum efficitur, non modò ex his principiis non demonstrari æqualitatem anguli reflexionis, sed ne argumento quidem probabili comprobari; quia tamen in nostra demonstratione multa sunt, quæ ipsis non probantur, breuiter recenseo.

Suppono primò, planum reflectens esse principium nouæ determinationis, quod nemo inficiabitur. Secundò, esse tantùm principium vnius determinationis quia vnum principium est. Tertiò, per quamcunque lineam incidat globus in punctum D plani scilicet immobilis, est semper idem punctum contactus & eadem Tãgens. Quartò, à puncto contactus globi duci tantùm posse vnicam lineam ad centrum. Quintò, cum determinationis terminus à quo sit illud punctum contactus, per illam tantum

tum lineam fieri potest; nam perinde se habet globus ille, atque si repelleretur à plano; nec alia esse potest linea directionis globi, vt fusè probauimus, cum de impetu; nec in hoc est vlla difficultas, quia centrum grauitatis dirigit lineam motus; hoc posito.

Si nulla esset determinatio præter hanc, haud dubiè globus per D G moueretur, vt reuerâ fit cum linea incidentiæ est perpendicularis; quia duæ lineæ oppositæ non faciunt determinationem mixtam; secus verò omnes alias; cum igitur globus prædictus reflectatur per D X, illud fit necessariò per determinationem mixtam, quod etiam fatentur omnes: mixta esse non potest nisi ex duabus sit, vnica tantùm à plano reflectente est, scilicet per D G; igitur altera esse debet, eáque prior per K D Q; cùm enim prior determinatio supponatur, vt K D vel vt D Q: est enim semper eadem, & cùm noua sit per D G, posita diagonali D X, quis non videt esse mixtam ex D Q & D Z æquali Q X? nam perinde se habet globus in D, atque si pelleretur hinc per D Q, hinc per D Z, ita vt impetus essent vt lineæ D Z D Q.

Ex his concludo determinationem nouam esse ad priorem positâ lineâ incidentiæ K D, vt D Z vel Q X ad D Q; positâ verò lineâ incidentiæ A D, vt E H ad D E; denique in perpendiculari G D, vt ♂ G ad D G, id est, in ratione dupla; & nemo est meo iudicio, qui rem istam attentè considerans non concedat vltrò de re quod sit, ex hypothesi æqualitatis angulorum reflexionis cum aliis incidentiæ; vt autem demonstretur propter quid fit, aliud principium adhibendum est, quod fusè præstitimus suprà. Sed obiiciunt istam determinationem nouam quæ fit à plano esse fictitiam, & chymericam; sed meo iudicio chymeram facit, qui rem tam claram non capit; cum enim non negent nouam determinationem esse in motu reflexo, nam impetus est indifferens, vt suprà probatum est abundè, & ex motu funependuli euincitur; certè si noua est, à plano est: sed à plano est per ipsam perpendicularem vt demonstratum est suprà; igitur hæc noua determinatio fictitia non est.

Sed dicunt ab eodem plano esse non posse determinationem inæqualem; quia idem principium eundem effectum habet. Resp. negando antecedens; cùm enim pro diuersa resistentia diuersa sit determinatio, & cùm planum prædictum modò plùs, modò minùs resistat; quid mirum si diuersa sit etiam determinatio?

Instant, lineam determinationis eiusdem impetus esse semper æqualem. Resp. negando; quia idem impetus ad duas lineas potest determinari simul, quæ faciant determinationem mixtam; vnde licèt idem impetus habeat eandem lineam spatij, non tamen eandem lineam determinationis. v.g. quando dico determinationem nouam in perpendiculari esse ad priorem vt D Y ad D G; non dico propterea D Y esse lineam spatij; sed cùm duæ determinationes comparantur, assumi possunt lineæ, quæ designent proportionem seu rationem determinationum, quid facilius?

Quæres, quid sit illa determinatio: facilis quæstio. Resp. esse ipsum impetum

impetum cum habitudine actuali ad talem vel talem lineam ; quod autem possit esse plùs vel minùs determinatus ad vnam,quàm ad aliam,dubium esse non potest, nec in dubium reuocari , & benè distinguitur linea quanta in ratione determinationis, & quanta in ratione spatij:immò hoc ipsi supponunt ; nam si K D est mixta ex K β & K θ , quis non videt esse eundem impetum cum determinatione duplici inæquali ? præterea,quis neget globum impactum perpendiculariter in alium æqualem quiescere ? cur verò quiescit , nisi quia impetus est frustrà; cur autem est frustrà , nisi quia cum determinatio noua sit æqualis priori ? sed de his satis.

LIBER SEPTIMVS,

DE MOTV CIRCVLARI.

CVM in naturaminimè desideretur motus circularis, eius affectiones breuiter in hoc libro demonstrantur.

DEFINITIO 1.

MOtus circularis est, cuius linea æqualiter in omnibus suis punctis à communi centro distat. v. g. si punctum in peripheria circuli moueretur.

Definitio 2.

Radius motus est linea recta ducta ab illo communi centro ad peripheriam.

Definitio 3.

Arcus est pars peripheriæ maior, vel minor.

Definitio 4.

Tangens est linea, quæ tangit peripheriam in vnico puncto, quam tamen non secat; hæc omnia clara sunt, immò vulgaria.

Hypothesis 1.

Si dum rota vertitur imponatur eius summæ superficiei aliquod mobile, proijcitur à rota, seu potiùs amouetur; res clara est in molari lapide, in funda, &c.

Axioma 1.

Illa mouentur æqualiter, quæ temporibus æqualibus æqualia spatia percurrunt; *inæqualiter verò quæ inæqualia*; *quæ maiora, celeriùs*; *tardiùs, quæ minora.*

Axioma 2.

Quæ simul incipiunt moueri, & desinunt, æquali tempore mouentur.

Theorema

Theorema 1.

Datur motus circularis. Probatur infinitis ferè experimentis; primò in libra cuius brachia motu tantùm circulari descendunt. Secundò in vecte, qui etiam mouetur circulari motu; Tertiò in turbine, rota molari, liquore contento intra vas sphæricum; Quartò in funependulo vibrato. Probatur secundò; quia potest imprimi impetus vtrique extremitati cilindri in partes oppositas, sit [a] enim cilindrus, vel parallelipedum L C, cuius extremitati imprimatur impetus, per lineam C P, itemque extremitati L æqualis per lineam L G oppositam C P. Dico, quod mouebitur circulariter circa centrum K, ita vt extremitas L conficiat arcum L B & C arcum C E; nec enim C moueri potest per C P neque L per L M; quippe cùm sit æqualis impetus, neutra extremitas præualere potest: non vtraque, quia M P est maior L C; nec dici potest neutram moueri, cum moueri possit L per arcum L T, & C per arcum C S; quippe impetus est indifferens ad omnem lineam; & hæc est ratio à priori circularis motus de qua fusè infrà. [a] *Fig. 24 Tab. 3.*

Obseruabis motum circularem ab iis negari, qui ex punctis mathematicis continuum componunt; quia ex eo sequeretur non posse dari motum continuum velociorem, vel tardiorem, quod ridiculum est; si enim punctum Q æquali tempore moueatur cum puncto C certè arcus Q R quem percurrit eo tempore, quo C percurrit arcum C S, esset æqualis arcui C S, quod est absurdum; quod certè ne admittere cogantur, motum circularem negant, quod æquè absurdum est; præsertim eum ad vitandum motum circularem infinita quoque absurda deglutiant, manifestis experimentis contradicant, oculos ipsos intuentium præstigiis illudi asserant, ferreum vectem dum mouetur in mille partes diffringi etiam iurent; sed hæc omitto.

Theorema 2.

Nisi impediretur impetus determinatio per lineam rectam, non daretur motus circularis saltem in sublunaribus. v. g. nisi impediretur determinatio impetus, qui inest puncto L per lineam L M; haud dubiè non moueretur per arcum L B, sed per rectam L M; igitur ille motus non esset circularis.

Theorema 3.

Hinc motus circularis oritur ex recto impedito in singulis punctis: dixi in singulis punctis; quia licèt in puncto L impediretur, non tamen in sequenti; esset quidem noua linea determinationis, non tamen curua; si tamen in singulis punctis impediatur æquali semper radio, haud dubiè est circularis.

Obseruabis dictum esse supra in sublunaribus quia corpora cœlestia mouentur motu circulari non habita vlla ratione motus recti, de quo suo loco.

Theorema 4.

Hinc ſingulis inſtantibus punctum dum mouetur circa centrum K *determinatur ad nouam lineam*; quia ſcilicet ſingulis inſtantibus impeditur; igitur ſingulis inſtantibus nouam determinationem accipit; eſt enim eadem ratio pro ſecundo inſtanti, quæ eſt pro primo, itemque pro tertio, quarto, &c.

Theorema 5.

Hinc tot ſunt determinationes ſingulis inſtantibus reſpondentes, quot ſunt Tangentes in circulo; quippè in ſingulis punctis determinatur ad Tangentem; ſed impeditur denuò pro ſequenti inſtanti; igitur ad nouam Tangentem determinatur; eſt autem hæc veriſſima motus circularis ratio; quod ſcilicet cum ſingulis inſtantibus æqualiter impediatur motus rectus; quia altera mobilis extremitas accedere non poteſt, ſingulis quoque inſtantibus ad nouam Tangentem determinatur æquali ſemper radio; vnde neceſſariò ſequitur motus circularis.

Theorema 6.

Hinc reiicies aliquem recentiorem, qui vult motum circularem eſſe mixtum ex duobus rectis, quorum alter ſit vt ſinus recti, alter verò vt ſinus verſi, ſit enim quadrans K C E; ſit impetus per E K, & per E O, vel duplex, vel idem determinatus ad duas iſtas lineas, ita vt determinatio per E K ſit ad determinationem E O, vt ſinus verſi ad rectos. v. g. aſſumpto arcu E M, vt E N ad N M; certè hoc poſito debet moueri punctum E per lineam circularem E M C. Equidem ſi eſſet duplex impetus, vel vnus tantùm cum duplici illa determinatione, ex eo ſequeretur motus circularis mixtus ex duobus rectis; ſicut rectus poteſt ex duobus circularibus oriri, vt dicemus aliàs; non tamen inde ſequitur omnem motum circularem eſſe mixtum ex duobus rectis, quod nemo non videt: quippe poſito quòd radius K E ſit affixus immobiliter centro K, licèt pellatur tantùm, per Tangentem E O etiam cum valido impetu, nihilo tamen minus motu circulari mouebitur: Adde quod difficile eſſet duos impetus ita attemperare, vt creſceret vnus in ratione ſinuum verſorum, & alter in ratione ſinuum rectorum; nec enim motus illi recti, ex quibus circularis quaſi naſceretur, æquales eſſe poſſunt; igitur ſufficit vnius impetus ad vnam tantùm lineam primo inſtanti determinatus v. g. ad Tangentem E O, quí ratione impedimenti in K ſuum effectum habere non poteſt, ſed reducitur continuò verſus K æquali ſemper diſtantia; ex quo ſequitur neceſſariò motus circularis, ſcilicet ex illa quaſi funis adductione; ſi enim ex puncto K laxaretur habena ſegmentis æqualibus; differentiæ ſinus totius & ſecantis v. g. ſegmento V O in arcu E P; certè E moueretur per rectam E O.

Theorema 7.

Hinc optimè intelligitur ratio hypotheſeos primæ; ſi enim punctum E ſepararetur

retur à recta E K eo instanti, quo imprimitur impetus; haud dubiè per rectam E O moueretur; quia scilicet impetus puncti E determinatus est in puncto E ad motum per Tangentem E O; & si nullum esset impedimentum per rectam E O, moueretur; atqui si separetur punctum E, cessat impedimentum, vt patet; nec enim amplius retinetur ex puncto K; igitur cessat ratio motus circularis; igitur motu recto per rectam E O mouebitur; sic lapis impositus rotæ dum maximo cum impetu vertitur, per Tangentem proiicitur; sic gutta aquæ, quæ cadit in volubilem trochum etiam dispergitur; sic rota ipsa, cuius aliqua pars præ nimia vi motus diffringitur, illam quasi proiicit per rectam; hinc ratio vnica proiectionis quæ fit operâ fundarum; sit enim funda K E vel K L, quæ moueatur per arcum L E; certè, si lapis demittatur in puncto E, lapis proiicietur per rectam L O; nec enim ad aliam lineam lapis, dum est in puncto E, est determinatus, nisi ad Tangentem E O, ad quam dumtaxat impetus puncti E A est determinatus; in hoc igitur Fundibularij tantùm insistit industria, quâ scilicet saxum in funda rotatum scopum cui destinatur, attingat, vt illam Tangentem inueniat quæ à prædicto scopo in circulum, quem suo motu describit, funda ducitur. v.g. sit radius fundæ K L hypomoclium K, circulus quem describit funda L E C; sit scopus O, ducatur tangens E O; certè, si vbi funda peruenit in E, dimittat lapidem, prædictum scopum non illicò feriet; hinc etiam ratio, cur in naui dum motu recto mouetur facilè consistamus; cum tamen (quod in longioribus illis nauiculis facilè contingere potest) si circa centrum suum nauis vertatur, quod accidit cum vtraque extremitas in partes oppositas, vel remo, vel pertica pellitur, nec in ea consistamus.

Theorema 8.

Si rota plana in circulo horizontali voluatur, sitque pondus plano rotæ incubans, in eo producetur impetus; vt certum est; an verò pondus retroagi debeat, præsertim si sit globus, vel aqua; an verò per Tangentem proiici, dubium esse potest; videntur enim pro vtraque hypothesi facere experientiæ; pro prima quidem, si rotetur rota concaua seu scutella plena aqua; aqua enim in partem contrariam volui videbitur; &, si plano quod in circulo horizontali voluitur imponatur globus leuigatissimus, certè in partem oppositam ibit. Secundæ hypothesi alia videntur fauere experimenta; si enim trochus volubilis, vel aqua, vel puluere aspergatur, statim aqua resilit per Tangentem, idem dico de puluere, si funda in circulo horizontali voluatur, lapis demissus per Tangentem ibit: sed hæc omnia, quæ ad proiectiones pertinent, licèt illæ sequantur ex motu circulari, examinabimus & demonstrabimus lib. 10. cum de proiectis.

Theorema 9.

Causa motus circularis est ea, quæ cum tali impedimento coniuncta est; ex quo accidit diametrum mobilis in aliquo sui puncto retineri immobilem; sunt autem varij modi huius applicationis. Primus est ille, quem indicauimus suprà Th. 1. cum scilicet vtraque extremitas cylindri æquali

impetu in partes oppositas pellitur.v.g. C per C P,L per L G. Secundus est, cum affigitur altera extremitas.v.g.punctum K affigitur,ita vt tamen propter flexibilitatem radij K L, idem radius moueri possit circa centrum K, vt videmus in funependulis. Tertius est, si diameter fulcro K inseratur,vt in obelis ferri, vel magnetica acu: huc reuoca rotas omnes, quæ in circulo horizontali,& verticali voluuntur. Quartus, si cum aliqua explosione digitorum motus imprimatur,vel globo, vel trocho, vel iis cubis, quibus inscripti numeri post girationem sortem indicant. Quintus, si cum flagello trochus agatur; cum enim implicetur flagellum trocho, vbi retrahitur, in gyros agitur trochus;huc reuoca funem illum plicatilem, quibus armatus ferro trochus voluitur: adde his reflexionem variam ex qua sæpè oritur hæc turbinatio; tùm etiam figuram vasis; sic aqua intra vas sphæricum voluitur; sic in vorticibus voluitur aqua propter præruptum descensum aluei; sic etiam turbinatim descendit aqua per tubum infundibuli; cætera omitto, quæ ex his facilè intelligi possunt.

Theorema 10.

Datur impetus in motu circulari; probatur facilè, quia etiam absente potentia motrice durat motus; igitur adesse debet illius causa; igitur impetus, clarum est; debet autem esse hic impetus ita determinatus, vt determinatio vnius puncti impediat determinationem alteriùs;sed aliam permittat, alioqui destrueretur totus impetus, & hæc vicissim illam.

Theorema 11.

Subjectum huius impetus est omne mobile; non est difficultas pro mobili corporeo, quod pluribus partibus constat; quippe impetus vnius partis potest impedire impetum alterius; at difficilius est dictu, an punctum, si detur, moueri possit circulariter: de puncto physico loquor? cui certè non repugnat motus circularis; quippè licèt careat partibus actu,non tamen caret partibus potentiâ. Dices,non mutat locum; igitur non mouetur:antecedens constare videtur,quia semper remanet in eodem loco: consequentia etiam videtur esse clara per Def. 1. lib. 1. Respondeo primò mutare locum respectiuum;quippe licèt punctum physicum non habeat partes,habet tamen facies; vnde facies conuertuntur per motum circularem; igitur non habent ampliùs eundem respectum; igitur nec eundem locum respectiuum. Respondeo secundò,punctum physicum habere partes potentiâ, non actu; vnde mutat locum, dum voluitur; quia quælibet pars potentiâ diuersæ parti spatij potentiâ respondet; sed hîc non discutio quæstionem illam, an dentur puncta physica; sed tantùm assero, ex suppositione quòd detur punctum physicum moueri posse motu circulari: Idem de Angelo dici potest, non tamen de puncto mathematico, cuius motus concipi non potest; vnde optimè negat Aristoteles punctum mathematicum moueri posse;immò nos aliquando repugnare dari punctum mathematicum ostendemus; igitur ex dictis patet, omne

mobile

mobile, quod scilicet moueri potest motu recto; motu circulari etiam moueri posse.

Theorema 12.

Finis huius motus varius est in naturâ, & multiplex vsus; primò enim ex motu circulari fit, vt impetus qui est ad omnem lineam indifferens habeat suum effectum, cum omnes lineæ impediuntur præter vnam, & hoc est vera ratio à priori huius motus. Secundò nulla libratio, seu vibratio esse posset, nisi motus circularis esset; hinc nullus libræ vsus, vectis, trochleæ, aliorumque organorum mechanicorum quorum opera inutilis esset sine motu circulari. Tertiò, omitto gyros, & spiras, turbinum, rotarum, lapidum molarium, immò & syderum orbitas, fundarum librationes; immò & ipsorum brachiorum; digitorum, tybiarum vsum; immò ausim dicere motum circularem non minùs toti naturæ vtilem esse, quàm rectum.

Theorema 13.

Motus circularis potest appellari simplex; quia ex pluribus mixtus non est omnis motus circularis, licèt aliquis motus circularis possit esse mixtus ex duobus rectis, vt dictum est suprà; non minùs quàm rectus potest esse mixtus ex duobus circularibus; non est tamen propterea dicendum omnem circularem esse mixtum; cum scilicet in mobili, quod circulari motu mouetur, non fit duplex impetus; quis autem dicat motum funependuli sursum vibrati esse mixtum? equidem in sublunaribus nullus est motus circularis qui ex multiplici determinatione non constet, vt dictum est suprà; Vnde fortè vel eo nomine mixtus dici posset, sed propter eandem rationem motus reflexus mixtus dici posset; quidquid sit, dum rem intelligas, loquere vt voles; dixi in sublunaribus, quia corpora cœlestia ita sunt à natura instituta, vt circulari motu rotari postulent; de quo suo loco: Et verò hæc legitima videtur esse Aristotelis sententia, qui motum naturalem rectum grauibus, & leuibus tribuit, circularem verò cœlestibus; ex quo etiam motu tanquam ex natiua proprietate quintam cœlorum essentiam concludit; denique nulla videtur esse repugnantia, nullumque absurdum, si motus circularis alicui corpori competat. Vtrum verò motus circularis dici possit naturalis, dubium esse non potest, pro cœlestibus illis corporibus, si à principio intrinseco rotantur; pro sublunaribus aliquod fortè dubium esset; sed quæso te cum funependulum sua sponte vibratum descendit, quo nomine motum illum appellas? Nunquid est à principio intrinseco? cur igitur naturalem appellare detrectas? rem intelligis, loquere vt voles.

Theorema 14.

Omnia puncta eiusdem circuli mouentur æquali motu. Probatur quia æqualibus temporibus æquales arcus percurrunt, vt constat; igitur mouentur æquali motu, id est æquè velociter per Axioma 1.

Theorema

Theorema 15.

Puncta diuersorum circulorum mouentur inæquali motu; quia temporibus æqualibus inæquales percurrunt arcus ; igitur inæquali motu per Axio. 1. v.g. puncta L & C quæ distant æqualiter à centro K, mouentur æquali motu, quia æquali tempore conficiunt æquales arcus C S, L T; at verò puncta C Q inæquali motu mouentur, quia æquali tempore arcus inæquales percurrunt, scilicet C S, Q X.

Theorema 16.

Hinc puncta, quæ accedunt propiùs ad centrum mouentur tardiùs, quæ longiùs recedunt, mouentur velociùs. v.g. C velociùs, quia conficit arcum maiorem; C S Q tardiùs, quia æquali tempore conficit arcum minorem Q R sunt autem arcus similes, vt radij, id est Q R est ad C S, vt radius K Q ad Q C, sed motus sunt vt arcus; igitur motus, vt radij, vel distantiæ à centro communi.

Theorema 17.

Ex his constat impetum, qui præstat motum circularem distribui in mobili vniformiter, id est æqualem in eodem circulo, vel in distantia æquali, & difformiter, id est inæqualem in diuersis circulis, vel in diuersa distantia; quia ex inæqualitate motus cognosci tantùm potest inæqualitas impetus; fit autem hæc diffusio, seu propagatio in ratione longitudinum v. g. impetus in Q est ad impetum in C, vt longitudo K Q ad K C, vt constat ex dictis; accipio autem omnes partes impetus, quæ sunt in Q, & comparo omnes illas cum omnibus illis, quæ insunt puncto C ; nam certum est ex his quæ fusè diximus lib. 1. non produci plures partes impetus in C, quã in Q; sed perfectiorem impetum produci in C, quàm in Q: recole quæ diximus lib. 1. à Th. 99. ad Th. 112. in quibus habes totam propagationem impetus determinati ad motum circularem; siue applicetur potentia centro, id est iuxta centrum; siue circumferentiæ.

Theorema 18.

Motus puncti C non est velocior motu puncti Q ratione temporis, sed spatij; quia vtrumque mouetur semper æquali tempore, quia sunt in eodem radio ; recole etiam, quæ diximus alibi, scilicet lib. 2. in comparatione motuum, vel assumi posse spatia æqualia cum temporibus inæqualibus, vel tempora æqualia cum spatiis inæqualibus ; atqui in motu circulari cum omnes partes eiusdem mobilis simul moueantur, id est simul incipiant, & desinant moueri ; certè æquali tempore mouentur ; sed motus est inæqualis ; igitur non ratione temporis, quod æquale est, sed spatij.

Hic fortè aliquis desideraret solutionem illius argumenti, quod vulgò ducitur ex motu circulari contra puncta physica, quod sic breuiter proponi potest. Sit punctum Q, quod acquirat punctum spatij versus R vno instanti; certè punctum C, quod mouetur versus S, acquiret eodem illo

illo instanti plusquam punctum spatij; igitur eodem instanti erit in duobus loris, quod est absurdum; nec potest dici punctum C moueri duobus instantibus, sed minoribus, quæ scilicet respondeant instanti, quo mouetur punctum Q; quia si post primum instans C sisteret, Q moueretur adhuc, quod est absurdum; nam simul incipit, & desinit moueri, cum puncto C. Equidem non potest explicari maior velocitas motus C per instantia minora, vt patet; igitur per spatia maiora. Itaque respondeo si C & Q mouentur in eodem radio conjunctim non posse punctum K acquirere punctum spatij nullo modo participans cum priori, sed participans; licèt enim punctum spatij careat partibus actu, habet tamen partes potentia, vt explicabimus fusè suo loco; sunt enim vbicationes communicantes, & non communicantes, quod explico in Angelo [a] sit enim Angelus coëxtensus quadrato F C, (quam hypothesim nemo negabit;) sit alius æqualis extensionis coëxtensus quadrato H E, qui consistat dum primus Angelus mouetur; certè ita moueri potest, vt primo instanti occupet spatium C K, & coëxtendatur alteri Angelo, vt certum est; quippè vnico instanti locum sibi adæquatum occupare potest; vel ita moueri potest, vt primo instanti occupet spatium G D, & coëxtendatur quidem alteri Angelo sed inadæquatè: his positis, spatium H E comparatum cum spatio F C est non communicans; spatium verò G D communicans, tum cum H E, tum cum H A, possunt autem dari huiusmodi spatia in infinitum plùs vel minùs participantia v. g. L M plus participat de A C quam B D, & B D plusquam N O; igitur non est dubium quin Angelus moueatur eo tardiùs, supposito æquali tempore, quo acquirit spatium plùs participans de priore; vnde quando vno instanti acquirit spatium non communicans H E, non potest velociùs moueri illo instanti, vel æquali; nec potest motus esse velocior ratione spatij, licèt possit esse ratione temporis; quia spatium H E acquirere potest minore instanti. Quod dicitur de Angelo, dicatur de puncto physico; cuius extensio est quidem indiuisibilis actu vt extensio Angeli diuisibilis tamen potentia in infinitum.

[a] *Fig. 27 Tab. 3.*

His positis, motus extremitatis radij dirigit motum aliorum punctorum versus centrum; sed punctum extremitatis radij non potest dato instanti moueri velociùs quàm si punctum spatij non communicans acquirat, quo posito nullum aliud punctum radij acquirit eodem instanti spatium non communicans.

Dices, ponamus punctum extremitatis facta accessione noui segmenti moueri eadem velocitate, quâ priùs mouebatur, cum terminabat radium; igitur acquirit punctum spatij non participans; igitur extremitas noua illo instanti acquirit plusquam punctum. Respondeo, si addatur extremitas noua facta scilicet accessione noui segmenti, posito quod punctum prioris extremitatis moueatur æquè velociter ac priùs; certè noua extremitas velociùs mouebitur priore, vt constat; igitur instanti minore acquiret spatium non communicans; igitur hoc instanti minore prior extremitas acquirit spatium communicans. Ex his vides velocitatem

motus circularis ratione eiusdem radij, vel mobilis explicati per spatia magis, vel minùs communicantia; at verò velocitatem motus recti per instantia maiora, & minora: Sed hæc fusè in Metaphysica explicabimus; neque hîc contendimus dari vel puncta, vel instantia; sed tantùm posito quod dentur, ita solui posse argumentum illud, quod vulgò ducitur ex motu circulari, quo reuerâ puncta Mathematica non tamen physica profligantur: similiter solues argumentum illud vix triobolare, quo dicuntur esse tot puncta in minore circulo, quot in maiore, eo quod iidem radij vtrumque secent, quia si duo radij ad duo puncta immediata maioris terminentur, penetrantur inadæquatè in sectione minoris circuli; sed de hoc aliàs.

Theorema 19.

Motus circularis potest esse velocior, & tardior in infinitum; quia quocunque dato radio potest dari maior, & minor; immò potest compensari motus[a]; sit enim radius E C diuisus bifariam in H; certè si moueatur E C circa centrum E; C mouebitur duplo velociùs quàm H, quia arcus C N est duplus H T; si tamen sit radius A H; certè si potest moueri æquè velociter, si enim assumatur H μ æqualis H T, & percurrat H μ, eo tempore, quo alter radius E C percurrit C N, motus erit æqualis; quia arcus C N & H μ sunt æquales, vt constat: potest etiam vectis longioris extremitas moueri motu æquali cum extremitate minoris; si enim H extremitas H E percurrit H μ, & assumatur vectis duplus E C, diuidatur H μ bifariam in T ducaturque E T N; certè si C conficiat C N eodem tempore, vtraque extremitas C & H æquè velociter mouebitur; si autem duplicetur adhuc longitudo radij, diuidatur H T bifariam in X, ducaturque linea, atque ita deinceps; quæ omnia sunt trita.

[a] *Fig. 26 Tab 3.*

Ex his habes principium motus tardioris, & velocioris in infinitum; si enim punctum H semper æquali tempore conficiat arcum H μ; certè punctum C conficiet arcum C β duplum prioris; quia E C est dupla E H; si verò accipiatur tripla, conficiet triplum, atque ita deinceps; sed potest vectis esse longior, & longior in infinitum; igitur motus velocior, & velocior; si verò punctum C conficiat tantùm arcum C N æqualem H μ; haud dubiè punctum H mouebitur duplò tardiùs, & si accipiatur vectis duplus C E, cuius extremitas percurrat arcum æqualem C N, punctum H mouebitur quadruplò tardiùs, atque ita deinceps.

Theorema 20.

Motus circularis non est naturaliter acceleratus. Probatur, quia in infinitum intenderetur, quod esset absurdum in natura; caret enim termino: non est difficultas pro motu circulari violento quo v. g. vertitur rota in circulo verticali, vel mixto, quo scilicet lapis sphæricus ita descendit, vt circa suum centrum etiam voluatur, vel indifferenti, quo recta vertitur in circulo horizontali; quia nullum est principium accelerationis istorum motuum; igitur est tantùm difficultas pro naturali circulari, quo

fortè

fortè sydera rotantur; qui tamen non est acceleratus per se, propter rationem prædictam.

Obiiceret fortè aliquis; eadem ratio quæ probat motum naturalem deorsum accelerari, eadem probat circularem naturalem etiam intendi: quippè semper adest principium intrinsecum applicatum. Respondeo negandam esse paritatem; quia naturalis motus grauium non acceleratur frustrà; Nunquam enim recedit à suo fine; at verò, si motus circularis syderum acceleraretur, tandem abiret in infinitum, quod reuerâ esset contra finem à natura iustitutum; quippè carerent suo fine, & vsu corpora cœlestia, si longè celeriori motu rotarentur.

Obiiceret alius, motus circularis naturalis non acceleraretur, igitur tardissimus esset, qualis reuerâ motus naturalis grauium deorsum, quod est contra experientiam. Respondeo, vel determinatum impetus gradum, eumque valdè intentum produxisse iuxta institutum suæ naturæ, vel per aliquot minuta sese mouisse motu recto naturaliter accelerato; sed de hoc motu syderum agemus fusè aliquando, cum de causis corporum cœlestium.

Obiicies descensum funependuli, qui est naturaliter acceleratus; sed profectò ille motus est tantùm per accidens circularis.

Scholium.

Obseruabis ex dictis satis constare, quàm temerè mirentur aliqui tantam motuum cœlestium celeritatem, cum motus circularis velocitas in infinitum augeri possit: Obseruabis præterea, si fortè motus rectus corporum cœlestium præcessit per aliquot minuta, motum illum, qui deinde succèssit, non esse perfectè circularem, sed mixtum, quem aliquando explicabimus, & ex eo causas Apogæi, Perigæi, declinationis, &c. omnésque anomalias deducemus suo loco.

Theorema 21.

Rota circulo verticali parallela circa axem mobilis addito minimo impetu per se moueri potest; sit [a] enim A B C D plano verticali parallela circa centrum E volubilis; sitque in perfecto æquilibrio, & accedat minima vis impetus in A v. g. haud dubiè punctum E descendet deorsum, alioquin maneret æquilibrium, & non maneret: dixi per se; nam cùm non possit volui circa centrum E, nisi vel cum mobili axe duobus hinc inde lunatis fulcris sustentato, vel facto foramine circa axem immobilem, vel circa geminos apices conicos immissos iustis apothecis in plano rotæ excauatis, quales videmus in acu magnetica; atqui non potest volui rota siue primo, siue secundo, siue tertio modo voluatur sine multa compressione partium, id est, sine aliquo affrictu, in quo multæ particulæ vnius plani cum particulis alterius quasi pectinatim commissæ, motum & impetunt sistunt.

[a] *Fig.* 26 *Tab.* 3.

Theorema 22.

Rota minor in eodem situ de quo suprà æquè facilè moueri potest, ac maior

per se. Probatur primò, quia vtraque minimo impetu moueri potest per Th. 21. Secundò, quia addita minima vi impetus in F, & minima in A tàm facilè maior rota descendit, quàm minor, quia æqualiter tollitur æquilibrium vtriusque: dixi per se, quia maior rota propter maius pondus maiore affrictu motum impedit.

Theorema 23.

Potest vis aliqua applicata rotæ in A v.g. rotam mouere in eodem situ verticali; licèt nullum impetum producat. Probatur, quia vis minima potest deprimere rotam A B C D. v.g. per Th.21. sed vis minima non potest producere impetum in qualibet rota, vt patet; nec enim producere potest, nisi in tota rota producat per Th.33. lib.primo; sed vis minima impetus tot partes impetus, producere non potest, quot essent necessariæ, vt omnibus partibus rotæ distribuerentur.

Theorema 24.

Hinc egregium paradoxum; potest aliquid mouere rotam, & non agere in rotam; quia vis mouens non potest in rotam agere, nisi impetum in ea producat, vt patet; sed potest illa vis rotam mouere licèt impetum in ea non producat per Th.23. igitur mouere, & non agere: quod quomodo fiat facilè explicari potest; quippè illa vis ponderis v.g. quæ accedit puncto A cum toto pondere semicirculi B A D E, grauitatione communi præualet grauitationi alterius semicirculi rotæ B C D E; quia scilicet maior est; sic pondus vnius scrupuli superpositum ingenti rupi non producit in rupe impetum, sed si fortè appendatur rupes, simul cum illa grauitat, quod facilè concipi potest.

Theorema 25.

Cum descendit deorsum semicirculus B A D E, attollitur sursum semicirculus oppositus; quia scilicet impetus illius producit in isto alium impetum; nec enim corpus graue ascendit sursum sua sponte in medio leuiore; igitur ab extrinseco; sed nulla est alia causa applicata præter impetum semicirculi descendentis; igitur ab eo producitur hic impetus, isque omninò æqualis; quia scilicet vterque mouetur motu æquali.

Theorema 26.

Hinc impetus deorsum producere potest impetum sursum; quippe ad aliam lineam determinare non potest, quod valdè paradoxum est.

Theorema 27.

Hinc impetus vnius partis mobilis continui potest impetum similem producere in alia parte eiusdem mobilis; vt patet ex dictis, quod tantùm locum habet in motu circulari. Diceret aliquis, igitur in motu recto etiam locum habebit. Respondeo negando, alioqui minima potentia quodlibet pondus motu recto moueret etiam nullo adhibito mechanico organo; quia modo produceretur tantulus impetus in aliqua parte, hic produceret alium, & hic alium, immò vterque secundo instanti alium produceret;

ret; esset enim causa necessaria; sed hoc est absurdum: ratio verò disparitatis est, quia mobile, quod motu circulari voluitur circa centrum, quod est in ipso mobili duplicis mobilis vicem gerit, quorum vnum impedit motum alterius, nec moueri possunt, nisi motibus oppositis.

Theorema 28.

Si applicetur pondus in K, *minus erit illius* [a] *momentum, quàm in A, eritque ad momentum in A, vt L E ad A E*; quod sæpiùs iam suprà dictum est; præsertim lib. 4. Inde tamen egregium deduco paradoxum, scilicet minimam vim sufficere ad deprimendum semicirculum B A D E siue sit applicata in A siue in K; faciliùs tamen id præstare in C, quàm in K, id est velociore motu.

Theorema 29.

Potentia in C applicata etiam minima per lineam C N, mouebit semicirculum D E B E sursum; vt patet; nullum tamen producet impetum, si minima sit; ratio est, quia eodem modo se habet, ac si detraheret partem ponderis semicirculi D C B E, qua detracta non est ampliùs æquilibrium; igitur oppositus semicirculus B A D E, præualere debet; vnde ideo ascendit ille, quia descendit iste; qui ideo descendit, quia vel detrahitur aliquid de momento alterius, vel impeditur; atqui impedire tantùm potest, vel per productionem impetus, vel per applicationem potentiæ per C N, quæ actione communi cum toto impetu semicirculi B A D E iuuat eius descensum; nam perinde se habet potentia, siue sit, applicata in A per lineam A O siue in C per C N: quod certè manifestum est.

Theorema 30.

Hinc etiam habes duo paradoxa; primum est, potentiam immediatè concurrere ad motum semicirculi, cui non est applicata, & mediatè tantùm ad motum illius, cui applicata est; nam potentia applicata in C per C N concurrit immediatè ad motum A deorsum, & simul cum A ad motum Cursum. Secundum est, solam negationem esse causam motus, scilicet detractionem partis momenti, quod clarum est.

Theorema 31.

Hinc etiam alia deduco paradoxa. Primum est, faciliùs sustineri maius pondus, quàm minus. Secundum plùs addi ponderis, quò plùs detrahitur. Tertium plùs detrahi, quò plùs additur, v.g. si detrahatur aliqua portio ex semicirculo B C D E, semicirculus rotæ oppositus descendet, nisi sit potentia in C A, qua sustineatur; & quò maior portio detrahetur potentiæ, maius pondus incumbet; quò minor, minus. Sed hæc clara sunt.

Theorema 32.

Impetus productus in rota conseruatur aliquamdiu. Duplex impetus confiderari potest in rota; primus est productus ad intra accedente, scilicet minima vi ponderis alteri semicirculo, putà puncto A, qua posita tolla-

tur æquilibrium, quo sublato sua sponte mouetur rota; hic autem impetus primò durat in toto descensu quadrantis A D; immò acceleratur tantillùm motus, licèt longè minùs, quàm in funependulo propter resistentiam semicirculi oppositi contranitentis; vbi verò A peruenit in D, non acceleratur ampliùs motus, sed tantillùm ascendit versus C &, deinde descendit, tandemque quiescit in D paucis confectis vibrationibus; sed de hoc cursu, & recursu agemus fusè lib. sequenti; alter impetus est productus ab extrinseco, applicata scilicet validâ potentiâ, qui rotam agit velociore motu, vt patet, cùm præter impetum ad intra sit etiam impetus productus ab extrinseca causa; igitur maior est impetus; igitur maior motus: porrò hic impetus aliquandiu conseruatur, vt patet experientiâ; nec est vlla causa sufficiens applicata, à qua tam citò destruatur.

Theorema 33.

Quando voluitur rota ab applicata valida potentia in A. v. g. per A O, non modò producitur impetus in semicirculo B A D E, sed etiam in oppositò; cùm vtrique mediatè vel immediatè sit applicata sufficienter, exemplo vectis.

Theorema 34.

Non destruitur per se impetus productus in rota ab extrinseco. Probatur, quia licèt singulis instantibus mutetur eius determinatio, vt constat ex dictis; nam per se impetus in hoc motu est determinatus ad lineam rectam; nullus tamen impetus est frustrà: quippè illud spatium acquiritur in linea curua, quod in recta percurreretur si nullum esset impedimentum; quemadmodum enim in reflexione, quæ fit à plano immobili, nullus destruitur impetus; ita nullus hîc destruitur; tàm enim centrum illud immobile ad se quasi mobile trahit, quàm planum immobile ad se repellit.

Quæreret fortè aliquis, vtrum in semicirculo ascendente impetus destruatur ab impetu naturali grauitationis. Respondeo negando, quia nunquam ascendit C, nisi descendat A; nunquam verò descendit A, nisi sit maior vis in A quam in C, quod certum est; igitur grauitatio C impedit quidem, ne sit tantus motus in A, nunquam tamen impedit totum motum, cum maius est momentum in A; quod si æquale sit vtrinque momentum; certè totus motus vtrinque impeditur, & hæc est vera ratio æquilibrij, de quo aliàs.

Theorema 35.

Hinc si nullus sit partium affrictus, esset motus ille perpetuus; quia nullus destruitur impetus per Th. 34. igitur ille motus esset perpetuus.

Theorema 36.

In maiore rota est maior affrictus partium, & impetus citiùs destruitur. Secunda pars sequitur ex prima; hæc autem ex maiore ponderis grauitatione, vel in axem, vel in subjectum planum.

Theorema

Theorema 37.

Licèt impetus non destruatur in motu rotæ, & impediatur determinatio prima, vt patet; attamen impedimentum non potest minus excogitari; cùm nulla possit duci linea recta declinans ab A O, per quam noua determinatio fieri possit; fit enim ratione anguli contingentiæ; igitur determinatio noua proximè accedit ad priorem; igitur est minimum impedimentum.

Theorema 38.

Hinc in maiori rota minus est impedimentum; quia scilicet minor est angulus contingentiæ; maius verò in minori rota: porrò minor rota à maiore separata citiùs suos gyros absoluit; quia sunt minores, (suppono æqualem impetum in extremo orbe rotæ vtriusque productum,) idquè pro rata; si enim minor sit subdupla maioris, maior vnum tantum gyrum aget eo tempore, quo minor duos percurret.

Obserua primò, pondus applicatum in A non modò producere impetum in toto radio A E; sed etiam in toto radio opposito E C; ratio est, quia si impetus radij A E producit impetum in radio E C; certè pondus additum radio A E censetur pars eiusdem radij; igitur impetus illius ponderis immediatè producit impetum in radio E C; quia impedit hic radius oppositus motum alterius A E; igitur, vt tollat impedimentum, producit A E impetum in E C; si autem produceretur tantùm impetus in E C ab impetu radij A E; igitur, vel aliquid impetus esset frustrà, vel nunquam radius minor posset attollere maiorem, quacunque accedente potentia; sit enim radius F E, in quo producatur quilibet impetus, sitque radius oppositus maior duplo E C; certè si impetus radij F E producit impetum in radio E C, vel producit æqualem, vel minorem, maiorem enim producere non potest; si minorem, vel æqualem; igitur remissiorem, quia pluribus partibus subjecti distribuitur; igitur vel motus esset remissior radij E C quàm radij F E, quod dici non potest; vel aliquid impetus radij F E esset frustrà, quod etiam dici non potest; itaque potentia applicata in F, mediante scilicet organo, quodcumque tandem illud sit, v.g. pugno, producit impetum in ipso organo, impetus verò organi, seu pugni producit impetum primò in toto radio F E, tùm in toto radio E C, id est totus impetus tùm pugni, tùm radij F C, scilicet innatus producit impetum in alio radio E C; nec enim producitur tantùm ab impetu radij propter rationem suprà allatam, cùm sit maior impetus in radio E C quàm in radio F E; nec tantùm ab impetu pugni, vel organi admoti; quia etiamsi nullus accederet nouus impetus radio A E, sed tantùm minimum pondus; haud dubiè attolleret radium E C: Adde quod radius E C impedit motum radij F E; igitur ab impetu huius producitur etiam in illo impetus; igitur tùm ab impetu pugni, vel organi, tùm ab impetu radij F E producitur impetus in radio E C.

Theorema

Theorema 39.

Hæ inæqualis distributio impetus est verissima causa girationis illius, quam videmus in cylindro projecto per vibrationem siue brachium sursum siue deor-
a Fig. 26 Tab. 3. *sum vibretur*; a quod ab omnibus facilè obseruari potest sit enim cylindrus E D libratus per arcum A D, statimque demittatur; vbi attigit punctum D, est quidem determinatus ad Tangentem D P, & punctum I ad Tangentem I R; quia tamen est minor impetus in I, quàm in D, & minor adhuc in E; certè D debet moueri velociùs quàm I, & I quam E; igitur motu recto moueri non potest prædictus cylindrus E D; moueri motu recto, id est in situ parallelo E D; igitur extremitas D gyros aget, quia retinetur ab aliis punctis, quorum tardior est motus; sed hîc erit motus mixtus, de quo in lib. 9. agemus, & totam rem istam fusè explicabimus; hîc tantùm sufficiat dixisse causam legitimam illius circuitionis esse tantùm inæqualem illam distributionem impetus in cylindro E D; assignauimus autem ibidem lineam, quam suo motu describit extremitas D, & centrum, circa quod suos gyros agit.

Theorema 40.

Diu durat motus impressus rotæ in circulo verticali, si vel modicus sit partium affrictus; Probatur, quia cùm non destruatur impetus aliunde, quàm ab affrictu, dicendum est minimum etiam singulis instantibus destrui impetum; igitur diu durat impetus; igitur diu durat motus: nec est alia ratio vulgaris illius experimenti, quo videmus perforatam acum circa cylindrum leuigatissimum diu rotari.

Theorema 41.

Cum rota voluitur in circulo horizontali, non potest moueri applicata minima potentia; Probatur, quia nullo modo rotatur ad intra, id est non producit in se impetum, vt patet; igitur debet produci impetus in illa à potentia applicata; igitur tot partes impetus, quot sunt saltem in tota rota, cum singulæ partes moueantur.

Theorema 42.

Hinc difficiliùs mouetur in circulo horizontali quàm in verticali; patet, quia in hoc à minima potentia applicata potest moueri per Th. 21. secus verò in illo per Th. 41. igitur in horizontali difficiliùs moueri potest, quàm in verticali. Obseruabis autem tribus modis volui posse huiusmodi rotam. Primò si in plano horizontali leuigatissimo voluatur. Secundò, si circa cylindrum immobilem, qui aperto foramini inseritur. Tertiò, si vno concauo vnius axis ducatur per centrum rotæ, inseratur vnus solidus, quo fulcitus orbis consistat in æquilibrio, difficiliùs voluitur primo modo rota propter affrictum plurimarum partium; secundo faciliùs, sed longè faciliùs tertio sic autem voluitur acus magnetica.

Theorema 43.

Potentia applicata talis esse debet, vt possit imprimere impetum toti rotæ; cum

cu menim non possit moueri vna pars rotæ sine alia; certè, vel impetus imprimitur omnibus, vel nulli per Th. 37. lib. 1. præsertim cùm totus impetus, qui rotæ imprimitur, sit ab extrinseco; nec enim accidit huic rotæ, quod alteri, quæ situm verticalem habet, cuius semicirculus, cui admouetur potentia per lineam deorsum motu naturali ex parte deorsum fertur, vt supra explicatum est. Hinc totus impetus in rota horizontali producitur ab extrinseco; hinc ab ea tantùm potentia volui potest, quæ tot partes impetus potest producere, quot sunt necessariæ, vt omnibus partibus plani illius circularis distribuantur, iuxta propagationem, quæ motui circulari competit.

Theorema 44.

Hinc in vtroque semicirculo plani producitur impetus ab ipsa potentia applicata, non vero ab impetu producto in altero semicirculo producitur impetus in alio, vt constat ex dictis; sit enim rota horizonti parallela A B C D, & applicetur potentia in A per A O, non potest produci impetus in radio A E, nisi tollatur impedimentum; impedit autem radius E C eo primò instanti; igitur debet simul tolli impedimentum, & produci impetus in A E; sed non potest tolli impedimentum, nisi per impetum; igitur non modò producitur impetus in A E, sed etiam in E C; atqui impetus in E C non producitur ab impetu producto in E A; applicetur enim potentia in F; certè minùs impetus producetur in F E, quàm in E C, vt constat; igitur impetus in E C producitur ab ipsa potentia applicata in A, vel in F; si verò rota sit verticalis, ab eadem potentia, & impetu innato radij A E, vel semicirculi D A B E.

Theorema 45.

Hinc facilius mouetur rota motu illo circulari, quàm recto; quia sit diameter A C, vt moueatur motu recto per se debet produci impetus eiusdem perfectionis in omnibus partibus A C, vt constat ex dictis lib. 1. si enim motus omnium partium est æqualis; igitur & impetus; at verò, vt moueatur motu circulari in plano horizontali facto scilicet circulo A B C D, & admota potentia in A; certè impetus qui producitur in A, & in C, est minor impetu producto in F, & in H; igitur si producatur in A impetus eiusdem perfectionis ad motum circularem cum eo, qui produceretur admotum rectum; haud dubiè totus impetus productus in A C ad motum rectum est perfectior toto impetu producto ad circularem; igitur difficiliùs ille, hic faciliùs producitur.

Theorema 46.

Si applicetur potentia in F, difficiliùs mouebit rotam, quàm si applicetur in A; ratio clara est, quia producet in F impetum eiusdem perfectionis, quem produceret in A, vt certum est; igitur maior erit impetus in tota A C; igitur difficiliùs mouebitur rota: adde quod longitudo vectis iuuat motum E C.

Theorema 47.

Facilè cognoſcitur, in qua proportione potentia applicata puncto A faciliùs vertat rotam, quàm applicata puncto F in circulo ſcilicet horizontali; ſit enim ſolus vectis F C, cuius centrum ſit E; certè ſi vertatur in circulo horizontali, potentia applicata extremitati C faciliùs verſabit, quàm applicata puncto F, iuxta proportionem C E ad E F, vel ad H E; igitur potentia applicata puncto H, vectis C F eſt eiuſdem momenti, cuius eſt eadem applicata puncto F, quia æqualem prorſus effectum, ſcilicet impetum, debet producere in vecte C F, vt moueatur in circulo horizontali circa centrum E. Probatur vlteriùs, quia motus, æquabiles ſcilicet, ſunt vt ſpatia, impetus vt motus, vires vt impetus; igitur applicata potentia in C producat impetum in vecte C F, vt vertatur in plano horizontali, & C eo motu acquirat C S ſegmentum C E ſectorem C E S; ſegmentum verò F E ſectorem F E V; applicetur autem eadem potentia in F, vt vertatur, idem vectis F C, & producatur in F impetus æqualis impetui antè producto in C; haud dubiè punctum F percurret arcum F G eo tempore, quo C priore motu percurrebat C S, vt patet; quia arcus C S eſt æqualis quadranti F G; igitur ſegmentum F E quadrantem F E G, & ſegmentum E C quadrantem C E D.

Theorema 48.

Ex his determinantur omnes aliæ proportiones; ſi enim ſit vectis A C (quem ſuppono æqualem in omnibus ſuis partibus & volubilem circa centrum E in plano horizontali) & applicetur potentia in puncto A, in quo producat minimum impetum, quem poteſt immediatè producere ex hypotheſi toties repetita, ita vt dato tempore percurrat A arcum A K, ſi ſit vectis A H, & applicetur potentia in A, mouebit faciliùs, quàm A C iuxta proportionem $\frac{8}{5}$; nam in vecte A C ſpatium eſt compoſitum ex gemino ſectore A E K, C E S, & in vecte A H ſpatium eſt compoſitum ex ſectore A E K & Z E H, qui ſubquadruplus eſt A E K; igitur hoc ſpatium totum confectum hoc vltimo motu eſt ad prius ſpatium vt 5. ad 8. igitur & motus; igitur & impetus; ſed quò minor eſt impetus, eſt maior facilitas; igitur facilitas vltimi motus eſt ad facilitatem primi, vt 8. ad 5. idem dico, ſi applicetur potentia in H.

Si verò retento ſemper eodem vecte A C applicetur potentia tùm in A, tùm in F, facilitas motus potentiæ applicatæ in A eſt ad facilitatem motus potentiæ applicatæ in F, vt A E ad F E, vel vt A B ad A K, vel vt A E B ad A E K, quæ omnia conſtant ex dictis; igitur applicata in F in vecte A C eſt ad applicatam in F in vecte F E vt 5. ad 8. ſed hæc ſunt ſatis clara, nec vlteriore explicatione indigent.

Theorema 49.

Hinc quò propiùs ad centrum applicatur potentia, eò maior eſt difficultas motus; igitur ſi applicetur ipſi centro mathematicè conſiderato eſt infinita difficultas; igitur nulla potentia ſuperare poſſet hanc difficultatem;

hinc

hinc vt artifices suas versent rotas faciliùs, vel maximè cuiuum manubrium adhibent, vel affixo versus circumferentiam in plano rotæ clauo rotam agunt in orbes; quæ omnia clarè sequuntur ex dictis.

Theorema 50.

Minor rota faciliùs vertitur in circulo horizontali; quàm maior. v. g. rota F G H I, quàm A B C D; quia scilicet producitur minùs impetus in minore, quàm in maiore, vt patet; sunt enim pauciores partes in minore, plures in maiore; mouetur autem faciliùs minor, quàm maior iuxta rationem diametrorum, permutando; Probatur, quia producatur impetus in A maioris rotæ, ita vt dato tempore conficiat A K; tùm æqualis impetus in F minoris rotæ; certè eodem tempore conficiet punctum F arcum F G æqualem A K; sed quadrans F E G est ad sectorem A E K, vt F E ad A E, vt constat; igitur facilitas motus minoris rotæ est ad facilitatem motus maioris, vt F E ad A E; igitur & impetus; sed quò minor est impetus, est maior facilitas, &c.

Theorema 51.

Hinc tantæ molis posset esse rota in situ horizontali, vt à potentia etiam vegeta minimè verti posset, vt clarum est; neque hîc vllo modo considero resistentiam, quæ petitur à compressione, & affrictu partium, qui haud dubiè maior est in maiore rota; sed tantùm considero resistentiam negatiuam, hoc est eam, quæ tantùm petitur à maiore numero partium rotæ; quò enim sunt plures subjecti partes, plures etiam partes impetus desiderantur, vt sæpè dictum est; igitur maior potentia.

Theorema 52.

Destruitur impetus productus in hac rota horizontali, sed sensim sine sensu propter affrictum, vt suprà dictum est: hinc esset motus perpetuus, si nullus esset affrictus; minùs impetus destruitur in maiore rota, quàm in minore: hinc gyrus minoris citiùs peragitur, & desinit minor citiùs moueri.

Theorema 53.

Minor rota citiùs suum gyrum absoluit, quàm maior, vt dictum est suprà, siue sit in situ verticali, siue in situ horizontali; sed non est determinata proportio, quàm hîc desideramus; dico enim tempora motuum esse, vt radios. v. g. tempus, quo rota minor F G H I suum gyrum absoluit, esse ad tempus, quo maior A B C D suum perficit, vt est radius F E ad radium A E, quod demonstro; quia sit impetus æqualis impressus puncto A maioris rotæ puncto F minoris, ita vt A & F moueantur æquali motu; minor rota conficit duos orbes eo tempore, quo maior vnum conficit, vt constat ex dictis; quia suppono. v. g. circulum minoris esse subduplum; igitur tempus, quo peragitur maior est ad tempus, quo peragitur minor in ratione dupla; igitur vt radius A E ad radium F E, quod erat demonstrandum.

Theorema 54.

Hinc si tantùm habeatur ratio vectis, maior difficiliùs versatur in plano horizontali, quàm minor. v. g. A E circa centrum E quam F E, producto scilicet æquali motu in extremitate vtriusque A & F; si enim A dato tempore percurrit A K; certè F percurret F G; sed quadrans F E G est subduplus sectoris A E K, vt constat; igitur faciliùs vertitur F E, quàm A E in proportione A E, ad F E: si tamen non consideretur pondus seu resistentia vectis, haud dubiè si pondus sit in Q, faciliùs mouebitur opera maioris vectis A E, quàm minoris F E; quia opera maioris mouetur motu vt Q T; operâ verò minoris motu vt Q Y, igitur difficiliùs opera minoris in proportione Q Y ad Q T; denique si pondus sit in F maioris vectis, & in ♂ minoris, sitque A E ad A F, vt F E ad F ♂, æquale erit momentum vtriusque vectis ad mouendum pondus; quia arcus F V erit æqualis arcui ♂ Y; hîc autem nullomodo consideratur vectis resistentia; si verò producatur tantumdem impetus in toto vecte A E quamtum in F E; certè pro rata singulæ partes F E duplum habent; igitur tempora gyrorum erunt in ratione duplicata radiorum; quia cum F habeat duplum impetum A, certè describit orbem integrum eo tempore, quo A quadrantem; ergo F 4. orbes, dum A vnicum: sed hæc sunt facilia.

Theorema 55.

Si vectis B H ita pellatur in B in plano horizontali, in quo liberè moueri [a] *possit v. g. dum aquæ supernatat, nulli centro immobili affixus, sitque æqualis densitatis in omnibus suis partibus; mouebitur circa aliquod centrum, etiamsi nulli centro affigatur.* Probatur, quia punctum B velociùs mouebitur, quàm A vel H, vt patet experientiâ: ratio est, quia minùs impetus producitur in toto cylindro B H, applicata potentia in B, quàm in A, quod est centrum grauitatis cylindri B A, vt iam ostendimus Th. 68. 69. B B; porrò ratio à priori est, quia cùm impetus producatur tantùm ad extra, vt tollatur impedimentum motus, vt fusè ostendimus lib. 1. certè in tantùm amouetur impedimentum, in quantum amouetur corpus impediens motum alterius; atqui amoueri tantùm potest per motum; igitur eo motu amouetur, quo faciliùs amoueri potest, & minore sumptu, vt ita dicam, id est minore impetu: porrò cum potentia sit determinata ad producendum talem impetum, immediatè scilicet, id est, in ea parte, cui immediatè admouetur; alioqui si posset minorem, & minorem in infinitum producere posset etiam immediatè sine operâ organi mechanici quodlibet pondus mouere, quod est absurdum, de quo iam suprà; sit igitur potentia applicata in A, scilicet in centro grauitatis cylindri B H; certè producit maximum impetum, quem potest producere in cylindro B H (suppono enim esse causam necessariam, & producere perfectissimum impetum, quem producere possit) producit inquam maximum ratione numeri; cùm in toto cylindro B H producat impetum eiusdem perfectionis; igitur mouetur motu recto; igitur æquali in omnibus partibus; igitur æqualis est impetus in omnibus partibus, id est, æquè intensus; sit autem potentia

[a] *Fig. 18 Tab. 3.*

tentia applicata in B, ita vt in puncto B producatur impetus eiusdem perfectionis, de quo suprà: si mouetur motu circulari circa aliquod centrum v. g. circa centrum H, & punctum B conficiat arcum B D æqualem rectæ B I, vel B L quam æquali tempore B vel A antè percurrebant motu recto; certè totus cylindrus B H acquiret tantùm spatium B H D motu circulari circa centrum H; sed motu recto acquisiuit spatium rectanguli B K, quod maius est, vt patet; igitur motus circularis circa H cylindri B H est ad rectum, vt sector B H D ad rectangulum B K; igitur facilitas motus circularis est ad facilitatem motus recti præsentis, vt rectangulum B K ad sectorem B H D; quænam verò sit hæc propprtio patet ex Cyclometria, suppositâ ratione Archimedis periphæriæ ad diametrum; igitur cum cylindrus impulsus in B faciliùs moueri possit motu circulari, quàm recto, vt constat ex dictis; & cùm eo motu moueatur, quo faciliùs moueri potest; modò possit ad illum determinari, non mirum est si eo moueatur, & minor impetus producatur in eodem cylindro B H; debet autem esse aliquod centrum huius motus, quod determinabimus paulò pòst, postquam breuiter exilem quamdam objectionem de impetu refutauerimus.

Itaque obiiciunt aliqui, impetum non produci ad extra ab impetu; quia scilicet impetus habet iam effectum scilicet motum; igitur aliud munus non est illi imponendum; igitur non producit alium effectum; igitur non est causa impetus.

Respondeo primò, calor est causa rarefactionis; igitur non producit alium calorem, quia habet iam vnum effectum; si tuum argumentum concludit, meum quoque concludet. Respondeo secundò, anima producit visionem, ergo auditionem producere non potest, cùm iam habeat vnum effectum: Dices, eandem causam posse habere plures effectus; cur igitur negas de impetu?

Respondeo tertiò directè, motum esse effectum impetus ad intra, quem præstat in suo subjecto; igitur est effectus formalis secundarius; nec alius esse potest, vt lib. 1. demonstrauimus; at verò impetus est effectus alterius impetus ad extra; igitur impetus est causa efficiens impetus, idque ad extra & causa formalis, vel exigitiua motus ad intra; sicut calor est causa formalis, vel exigitiua rarefactionis ad intra, causa verò efficiens alterius caloris ad extra; & verò nullo argumento probabis calorem à calore produci, quo ego non probem impetum ab impetu produci; igitur impetus est causa alterius impetus; quia physicè loquendo illud vocamus causam, ex cuius applicatione sequitur necessariò effectus; atqui applicato corpore solo sine impetu nullus impetus producitur ad extra, vt patet; applicato verò cum impetu, producitur statim alius impetus; igitur ipse impetus est causa: nec dicas requiri, vt conditionem; quia primò, nullum esset munus huius conditionis; nec enim applicaret causam subjecto, nec remoueret vllum impedimentum. Secundò dicam similiter calorem esse conditionem. Tertiò, dicerem etiam esse conditionem ad motum. Quartò, quis dicat corpus graue producere impe-

tum ſurſum immediatè per ſe ; ſed hæc omittamus, quæ leuia ſunt, præſertim cùm demonſtrauerimus luculenter lib. 1. impetum produci ab impetu, vt ſcilicet tollatur impedimentum.

Theorema 56.

Quando pellitur cylindrus innatans [a] *in puncto L non vertitur circa centrum A.* Probatur, quia vertatur circa centrum A. v. g. & percurrat B arcum B C, & totus cylindrus duos ſectores B A C, G A H ; ſit autem B C ſubduplus quadrantis B E, & duo ſectores prædicti æquales quadranti B A E ; hoc poſito, ſpatium totius cylindri erit, vt quadrans; igitur motus; igitur impetus : iam verò vertatur circa centrum H, ita vt B percurrat arcum B D æqualem B C (erit autem B D ſubquadruplus quadrantis B F ;) igitur totus cylindrus circa centrum H percurret ſpatium ſectoris B H D æqualis quadranti B A E ; igitur motus circa centrum H eſt æqualis motui circa centrum A ; igitur eſt eadem difficultas motus; igitur non vertitur potiùs circa centrum A, quàm circa centrum H.

[a] *Fig. 28 Tab. 3.*

Theorema 57.

Poteſt determinari centrum, circa quod vertitur cylindrus B H innatans humido, modo ſupponatur æqualis denſitatis, & craſſitudinis; diuidatur enim A H bifariam in M : Dico vertiginem futuram circa centrum M, quod demonſtro ; quia vertatur circa M, & extremitas B moueatur æquali motu, quo priùs moueri ſupponebatur circa A, vel circa H; certè cùm arcus B R ſit ad arcum B E vt B M ad B A, id eſt vt 3. ad 2. erit B N ſubtripla B R, cùm ſit æqualis B C ſubdupla B E ; totum autem ſpatium confectum hoc motu erit conflatum ex ſectoribus B M N, & H M O, vt patet: porrò ſector B M N eſt ſubtriplus quadrantis B M R, qui quadrans eſt ad priorem B A E, vt 9. ad 4. id eſt, vt quadratum 3. ad quadratum 2. vt conſtat; igitur conflatum ex ſectore B M N, & ſectore H M O eſt ad quadrantem B A E, vel conflatum ex geminis ſectoribus B A C, H A G vt $3\frac{1}{3}$ ad 4. ſi autem accipiatur centrum, vel inter M A, vel M H, maius erit ſpatium, vt conſtat ex Geometria ; igitur circa centrum M eſt minimum ſpatium; igitur minimus motus ; igitur minimus impetus ; igitur maxima facilitas ; igitur ſi pellatur in B, vertetur circa M, quod hactenus non explicatum modò ab aliquo, quod ſciam, verùm etiam ne propoſitum quidem fuit.

Theorema 58.

Hinc facilè dictu eſt, cur naues ita impulſæ ab altera extremitate circa alteram extremitatem non vertantur, vt patet experientiâ ; quia hæc tendit in partem oppoſitam ; nec etiam circa centrum grauitatis nauis, quod etiam manifeſtis experientiis confirmatur, cùm ſcilicet impulſa extremitas maiorem arcum deſcribat, ſed circa medium centrum inter vtrumque, ex quo principio tota remigationis ratio pendet : immò & gubernaculi, quod puppi affigitur, vt conſideranti patebit, quod ſufficiat indicaſſe ; ſi verò pellatur idem cylindrus in T. v. g. mouebitur circa centrum,

trum, quod est inter M H, licèt propiùs accedat ad M, quàm ad H, vt constat ex calculatione; est autem aliquod punctum inter T A, ex quo si pellatur, mouebitur circa punctum H; si verò assumantur alia puncta versus A, ex quibus pellatur, centra motus, erunt extra B H, ac proinde extremitas B pulsa ex B mouetur per arcum B N; pulsa ex A per rectam A L; pulsa denique ex punctis, quæ sunt inter B A, per arcus maiorum circulorum, eò sanè maiorum, quò propiùs punctum, ex quo pellitur, accedit ad A.

Theorema 59.

Si pellatur nauis, vel cylindrus B H in puncto T, difficiliùs mouebitur, etiam ex suppositione, quòd circa centrum M moueatur; quod eodem modo demonstratur, quo suprà; accipiatur T Z æqualis B C; sit autem B T æqualis T A; certè arcus T S erit æqualis arcui B E; igitur sector V M B erit subduplus quadrantis B M R: similiter sector H M X erit subduplus quadrantis H M P; igitur motus erit, vt aggregatum ex his duobus sectoribus; sed cum applicatur potentia in B, motus est vt aggregatum ex duobus sectoribus B M N, H N O; sit autem quadrans B M R, vt 9. & quadrans H M P vt 1. igitur cum applicatur potentia in B, motus est ad motum cum applicatur in T vt $3\frac{1}{3}$ ad 5. igitur & impetus; igitur facilitas primi motus est ad facilitatem secundi, vt 5. ad $3\frac{1}{3}$ igitur in T difficiliùs pellitur, quàm in B.

Theorema 60.

Hinc maxima difficultas est ad minimam, vt rectangulum B K ad aggretum ex duobus sectoribus B M N & H M O, id est vt 6. $\frac{2}{7}$ ad 2. $\frac{11}{21}$: hinc nauis, quæ pellitur è lateris puncto, quod respondet centro A, difficiliùs longè mouetur; suppono enim nauim esse eiusdem latitudinis, & densitatis, nec fabulò adhærere.

Theorema 61.

Si superponatur corpus plano rotæ, quæ voluitur in circulo horizontali, proiicietur per Tangentem extremam. v.g. sit rota A B C D [a] horizontali parallela quæ vertatur ab A versus B celeri motu, sitque planum eius leuigatissimum; imponatur globus etiam leuigatissimus puncto A: dico quod proiicietur per Tangentem A F, quia impetus, qui in illo imprimitur in puncto F est determinatus ad Tangentem A θ; sed non impeditur, quominus habeat suum motum; nec enim globus prædictus ita affigitur plano rotæ, quin liberè seorsim moueri possit: dixi per Tangentem extremam, quia si imponatur globus puncto F; certè non impelletur per Tangentem F υ, vt patebit ex sequenti propositione; quod à nullo hactenus, quod sciam, obseruatum fuit.

[a] *Fig. 26 Tab. 3.*

Theorema 62.

Si imponatur globus puncto F plani horizontalis rotæ A B C D, non proiicietur per Tangentem F υ quod primò manifestis experimentis comprobatum est. Secundò probatur, quia dum globus his punctis, in quibus re-

ct

cta F secat alios maiores circulos concentricos, ab his punctis nouum impetum accipit, ratione cuius debet mutare lineam, quod certum est; cum autem circuli maiores rotæ moueantur velociùs, quàm F G H, potiori iure mutari debet determinatio currentis globi in prædicto plano; quænam verò sit hæc linea motus, difficilè dictu est; dicemus tamen Tomo sequenti, cum de lineis motus.

Scholium.

Obseruabis primò, si sit rota A B C D verticali circulo parallela, proiici corpus ab eius periphæria per lineam minùs distantem ab ipsa periphæria, quò maior est circulus; quia scilicet tunc angulus contingentiæ est maior; hinc si terra moueretur (licèt reuerâ, quiescat) non esset periculum, ne proiicerentur lapides per Tangentem, quæ vix distaret per longum spatij tractum ab ipso arcu terræ, vt obseruat Galileus, & res ipsa facilis est; vnde miror nonnullos Philosophos, alioquin doctissimos, id argumenti contra motum terræ attulisse, cuius nulla penitus vis est, vt nonnemo in elementis Geometricis etiam mediocriter tinctus facilè demonstrabit.

Obserua secundò, ex his peti rationes projectionis fundæ, quæ in quocunque circulo suos gyros habet; est enim eadem ratio.

Obserua tertiò, cum aliquod corpus incubat plano, quod motu recto mouetur, numquam ab eo separari, quamdiu planum ipsum æquabili motu mouetur; quia non mutatur determinatio impetus împressi corpori incubanti; & cùm æqualis sit impetus tùm in plano, tùm in globo, v.g. superimposito, vtrumque æquali motu necessario mouetur; igitur sine projectione; sic dum nauis recto cursu mouetur secundo flumine, omnia quæ naui insunt, æqualiter cum ipsa naui mouentur; at verò si planum mouetur motu circulari, mutatur determinatio singulis instantibus, vnde sequitur projectio, vt dictum est suprà.

Obserua quartò, globum impositum rotæ A B C D initio tardiùs, tùm deinde velociùs moueri, quò scilicet plùs recedit à centro E, quia à punctis plani, in quibus rotatur, & quæ maiore motu vertuntur, maiorem quoque impetus vim accipit.

Obserua quintò, globum in plano A B C D per lineam F V B rotatum moueri velociùs ipsis punctis plani, in quibus rotatur, excepto primo instanti motus; quia accipit à singulis punctis æqualem impetum ipsi impetui, qui ipsis inest; qui cum priori conjunctus diagonalem facit, vt suprà dictum est, cum de motu mixto & lib. 1. cum de determinatione motus.

Obseruabis sextò, moueri motu accelerato maiori & maiori, quod certè mirum est; cum tamen rota in cuius plano horizontali rotatur, motu æquali moueatur; maximè autem crescit ille motus, quia priorem semper impetum seruat, cui nouus semper accedit, exceptis paucis gradibus, qui ob conflictum determinationum, & impetuum excidunt; quia

quia quotieſcunque nouus impetus ad nouam lineam determinatus accedit priori, non eſt dubium, quin deſtruatur aliquid impetus, quia aliquid fruſtrà eſt, vt lib. 1. demonſtratum eſt.

Obſerua ſeptimò, aliud mirabilius, ſcilicet impetum poſſe produci in eo mobili, cui iam ineſt maior impetus, quàm inſit alteri, à quo nouus imprimitur; quod certè nunquam fieri poteſt, cum nouus impetus ad eandem lineam eſt determinatus, ad quam prior impetus, qui mobili ineſt, iam determinatus eſt.

Obſeruabis octauò; quotieſcunque planum, quod mouetur motu recto, vel deſinit illicò moueri, vel tardiùs mouetur, tunc globus incubans mouetur vlteriùs, & quaſi proiicitur; hoc ipſum vidimus in naui: ratio clara eſt; quia prior impetus in globo productus, qui manet intactus, ſuum effectum habet.

Obſeruabis nonò, ſi terra moueretur ex hypotheſi Copernici, quæ tamen falſiſſima eſt, idem Parallelus terreſtris globi inæquali motu moueretur. v. g. idem punctum Æquatoris, dum Soli directè reſpondet de meridie tardiore motu; oppoſitum verò de media nocte velociùs moueretur; ex qua tamen inæqualitate motus aliqui malè ſuſpicantur æſtum maris oriri; quippe licèt fortè aliquis æſtus maris ex illa hypotheſi ſequeretur, longè tamen diuerſus ab eo, qui nunc eſt; nam primò, iis omnibus qui eidem Meridiano ſubſunt eodem tempore accideret æſtus ſcilicet de meridie. Secundò his, qui propiùs accedunt ad polos longè minor æſtus eſſet; vtrumque autem falſum eſſe conſtat. Tertiò, eadem ſemper hora in ſingulis punctis eiuſdem Paralleli ſeorſim ferueret æſtus; ſed de his aliàs plura.

Obſeruabis decimò, quò diutius potentia motrix manet applicata, accedente continenter maiore niſu, maior quoque impetus producitur in rota, quod clarum eſt; vnde diutiùs deinde rota verſatur.

Obſeruabis vndecimò, trochum in gyros actum ita aliquando verſari, vt ſtare prorſus immobilis videatur; quia ferreum fulcrum, cui ligneus conus innititur vel excauato ſibi foramine excurrere vltrà non poteſt, vel motu centri penitus quieſcente ſupereſt tantùm motus orbis.

Obſeruabis duodecimò, antequam quieſcat trochus, inclinata vertigine per aliquod tempus verſari, moxque, vbi decidit, in plano ipſo ad inſtar globi adhuc rotari; ſed quia hæc pertinent ad motum mixtum ex circularibus in libro 9. remitto: & verò multa ſunt in hoc trochi motu, quæſi attentè conſiderentur, maximam admirationem mouere poſſint.

Obſeruabis decimotertiò, ſi ferrum, quo trochus armatur, ita eſſet infixum vt reuerâ centrum grauitatis cum puncto contactus plani connecteret; nulla eſſet inclinata vertigo, antequam impetus extingueretur; cur enim potiùs in vnam partem, quàm in aliam.

Obſeruabis decimoquarto aquam in vorticibus facilè circulari motu conuolui, & aëra, vel halitum in turbinibus; quia ſcilicet vel nullus, vel modicus eſt obex: idem dico de nube, fumo, acu magnetica, trocho, vel ſphæra læuigata in plano læuigato.

Obſeruabis decimoquintò, ſi in eadem parte plani diu vertatur Trochus, quaſi excauat ſibi foramen; arrodit enim plani partes ſuis denticulis; etiam pelitum ferrum: inde etiam impetum deſtrui certum eſt; nec enim ſine reſiſtentia id fieri poteſt.

Obſeruabis decimoſextò, impetum eundem habere poſſe motum circularem, & rectum in ſublunaribus, & per accidens determinari tantùm ad motum circularem, ratione ſcilicet impedimenti, vt conſtat ex dictis.

Obſeruabis decimoſeptimò, motum rectum accelerari, ſed diu non durare; retardari verò violentum, ac æquè diu durare; circularem verò non accelerari, ſed minùs retardari, atque adeo longè diutiùs durare; quia tantùm per accidens retardatur, ſed de his ſatis.

LIBER OCTAVVS,

DE MOTV FVNEPENDVLORVM.

NIHIL inuenio apud antiquos, quod ad hoc genus motus pertineat; sunt tamen plerique recentiores qui fusè de illo disputarunt, quorum haud dubiè principem locum obtinet Galileus, qui sanè mirabiles aliquas huius motus affectiones explicat tùm in gemino Systhemate; tùm in Dialogis, cui accedunt Balianus Mercennus,& nonnulli alij.

Ego verò in hoc libro omnium vibrationum causas inquiram, quæ sunt duplicis generis: Primum est earum,quibus vibrata hinc inde funependula aguntur, quæ titulum huic libro fecerunt;sunt autem tres funependulorum species. Prima est eorum,quæ in altera extremitate fune appensa vibrantur in circulo verticali. Secunda est eorum,quæ ab altera etiam extremitate appensa fune priùs obtorto in circulo horizontali suos agunt gyros. Tertia est chordarum, quarum vtraque extremitas clauo immobili affigitur. Secundum genus vibrationum est earum,quibus aguntur grauia cum à suo centro grauitatis remouentur,vt sese reducant,quarum sunt duæ species; prima est earum,quibus vibratur in circulo verticali corpus aliquod circa alteram extremitatem, vt campana. Secunda est earum, quibus vibrantur grauia circa

punctum proximum suo centro grauitatis, sic v. g. trabs trabi superimposita libratur, & vibratur.

DEFINITIO 1.

Vibratio funependuli primæ speciei est motus circularis, quo ascendit, & descendit funependulum; sunt autem aliæ æquales, aliæ inæquales: æquales sunt, quæ sunt eiusdem radij, inæquales è contrario: aliæ similes, quæ similes arcus complectuntur; dissimiles è contrario: aliæ æquè diuturnæ, quæ temporibus æqualibus perficiuntur: aliæ integræ, quarum descensus integrum quadrantem comprehendit; non integræ è contrario; portio verò vibrationis est arcus; sed hæc omnia in proposito Schemate explicamus; sit[a] enim plumbeus globus E appensus funi E A ex puncto A immobili, A E est radius, vel longitudo funependuli E, N E C est vibratio integra, L E R non integra, L E portio vibrationis N E C, N L & M F portiones similes, M D B, N E C vibrationes inæquales: ex his reliqua facilè intelligi poterunt.

[a] *Fig. 29 Tab. 3.*

Definitio 2.

Momentum est excessus virtutis mouentis supra resistentiam alteriius. v. g. sint brachia vectis inæqualia, momentum est in longiore ea vis, qua descendens deorsum sursum attollit minus seu breuius.

Definitio 3.

Tensio est vis allata ab extrinseco corpore, qua augetur eius extensio; res est clara in tenso fune, quomodocunque id fiat, quod hîc non discutio; compressio verò est vis illata ab extrinseco corpori, qua contrahitur eius extensio v.g. in intorto fune.

Obseruabis autem ad tensionem, & compressionem requiri, vt sublata illa vi extrinseca, vel impedimento admoto corpus tensum, vel compressum ad pristinam extensionem sese reducat; neque disputo de modo, quo id fieri possit, qui alterius loci est.

Hypothesis 1.

Corpus graue funependulum à sua quiete, vel è suo centro grauitatis remotum descendit suâ sponte, iterumque ascendit, id est vibratur; certum est.

Hypothesis 2.

Funependula longiora maiore tempore suam vibrationem conficiunt, breuiora minore; quod etiam certum est.

Hypothesis 3.

Motus naturalis est acceleratus in tempore sensibili in proportione numerorum 1.3.5.7. *&c.* quod multis explicatum est lib. 2. si verò acceleratio assumatur

assumatur in singulis instantibus finitis, est iuxta seriem simplicem numerorum 1. 2. 3. 4. &c.

Hypothesis 4.

Motus in plano inclinato est ad motum in perpendiculari, vt perpendicularis ad inclinatam; quod etiam lib. 5. fusè explicatum est; est autem semper in plano inclinato motus prioris grauis.

Hypothesis 5.

In quadrante incubante perpendiculariter plano horizontali, tot sunt diuersa plana inclinata, quot sunt puncta, seu Tangentes; hoc etiam certum est, & angulus contingentiæ maior est in minore circulo, minor in maiore.

Hypothesis 6.

Nullus arcus circuli est vt linea recta, nec sine errore accipi potest vt recta; contrariam hypothesim aliqui supponunt, quam tamen falsam esse sciunt; licèt enim quoad sensum error subesse non possit; attamen repugnat Geometriæ: hinc suppositio nostra Geometricè vera est; sed de hoc infrà fusè.

Axioma 1.

Tamdiu durat motus, quandiu durat impetus; hic autem tandiu durat, quamdiu non est frustrà.

Axioma 2.

Noua determinatio impetus cum priore facit mixtum si determinatio mixta facit nouam lineam.

Axioma 3.

Quotiescunque fit mixta determinatio per accessionem noui impetus, destruitur aliquid impetus prioris, patet.

Axioma 4.

Impetus innatus non concurrit ad motum sursum.

Axioma 5.

In inclinata minùs destruitur impetus dato tempore, quàm in perpendiculari sursum, plùs verò destruitur, quò propiùs accedit ad verticalem; hæc omnia quæ loco Axiomatum hîc proposui, in superioribus libris, præsertim in Quinto abundè demonstraui.

Theorema 1.

Funependulum descendit motu accelerato; experientia certa est, eius ratio est eadem cum ea, quam attuli lib. 2. de motu naturali, vt eius accelerationem demonstrarem; scilicet impetus nouus singulis instantibus producitur, cùm sit semper eadem causa applicata; corpus enim graue sua sponte descendit; quod autem impetui priori accedat, patet; nec enim destruitur saltem totus alioqui frustrà produceretur, contra Axioma primum, adde quòd in plano inclinato deorsum graue descendit motu

naturaliter accelerato ; igitur in arcu N L E. v. g. qui habet rationem plani inclinati in omnibus suis punctis per hypothesim 5. Præterea ictus est maior, quò maior est arcus vibrationis ; igitur impetus maior ; igitur crescit impetus ; igitur motus est accelleratus ; deinde maior vibratio, & minor eiusdem penduli fiunt ferè temporibus æqualibus ; igitur necessariò acceleratur motus : Denique probatur euidenter non destrui totum priorem impetum ; quia scilicet idem est impedimentum, si quod est ad productionem noui, quod est ad conservationem prioris ; sed illud impedimentum, id est inclinatio plani, non impedit productionem noui, licèt minoris, vt videbimus paulò pòst ; quia scilicet in omni plano inclinato corpus graue mouetur per hypoth. 4. igitur non impedit conseruationem prioris, saltem totam, licèt fortè aliquid destrueretur, de quo paulò pòst ; igitur acceleratur necessariò ille motus : Et hæc est ratio à priori huius effectus, quòd scilicet plùs addatur impetus, quàm tollatur; igitur remanet maior ; igitur velocior motus; in qua verò ratione minùs destruatur quàm producatur, vel nouus sit minor priore, dicemus infrà.

Theorema 2.

In motu funependuli decrescunt semper incrementa motus. Probatur facilè ; quia cùm in singulis punctis descensus arcus N E mutetur ratio plani inclinati diuersa ab ea, quæ est in puncto Q ; sunt enim vt Tangentes; certè Tangentes punctorum, quæ propiùs accedunt ad N, accedunt etiam propiùs ad perpendicularem deorsum, à qua longiùs recedunt Tangentes, quæ accedunt propiùs ad E, vt constat; atqui motus in planis, quæ accedunt propiùs ad horizontalem, minor est ; igitur incrementa motus quæ in descensu N E accedunt, minora sunt versus E, maiora versus N ; igitur decrescunt, quod erat demonstrandum.

Obseruabis iam demonstratum lib. 5. Th. 62. 63. hæc incrementa esse, vt sinus arcus residui, quæ tu consule, ne hic repetere cogar.

Theorema 3.

Hinc semper crescit motus funependuli in descensu arcus N E, sed minoribus sensim incrementis ; quod etiam aliàs obseruatum est ; vnde necessariò concludo minùs accelerari in quadrante N E, quàm in perpendiculari N S, quod demonstratum est, & minus spatium percurri in arcu N E æquali scilicet tempore, quàm in perpendiculari N S, quod necessarium est : Nec est quod aliquis sua experimenta opponat, scilicet quadrantem N E percurri tempore vnius secundi, si radius A E sit tripedalis, cùm alioqui perpendiculum A E graue corpus percurrat eodem tempore, quorum alterum, vel potiùs vtrumque falsum esse necesse est ; nam primò quadrans N E est maior radio A E ; igitur percurrit citiùs A E quàm N E : secundò, minora sunt motus incrementa in quadrante, quia singula puncta illius habent rationem plani inclinati ; quis autem tam accuratè in tripedali pẽdulo iustum tempus obseruare possit? nec accuratæ

illæ

illæ obseruationes esse possunt, quæ sensibiles non sunt, siue aures consulas, quæ sonum excipiunt, siue oculos, qui motum ipsum obseruant. Tertiò, si oculos consulis; num ipsi potiùs vident motum vibrati penduli esse tardiorem, quàm demissi per lineam perpendicularem? nec alius nodus hic soluendus est, nec aër sensibiliter pilæ plumbeæ resistit, nec minùs resistit motui circulari quàm recto. Denique compertum est à me in longiore pendulo motum in arcu esse tardiorem, quàm in perpendiculo: nodus obseruationis facilis est, nam adhibui A E planum durum respondens accuratè perpendiculari, cui aliud planum E β ad angulos rectos affixum erat respõdens Tangenti; tùm demisso ex A globulo plumbeo simulque alio æquali pendulo scilicet circa A ex N per N E; ex quo accidit citiùs auditum esse ictum globi cadentis perpendiculariter, quàm vibrati per arcum N E: quis autem hoc non videat, siue sensum ipsum, siue rationem consulat? fuit meum pendulum 12. pedes longum.

Quæreret aliquis primò quanta fuerit differentia temporum. Secundò, quanto tempore globus pendulus ex N in E peruenerit. Respondeo inutilem esse quæstionem; nec enim minimas illas temporum differentias sensu metiri possumus; si enim affirmarem cum nonnullis corpus graue per medium liberum 12. spatij pedes conficere vno temporis secundo; certè si quis contenderet vel deesse, vel superesse 1000. instantia; quonam argumento, vel experimento contrarium euincere possem? quod certè dictum esse velim, vt vel inde ostendatur in cassum laborare eos, qui hanc scientiam his tantùm experimentis confirmant, quæ circa insensibilia versantur. Equidem magnifacio in rebus physicis experimentum, sine quo nulla hypothesis esse potest; at modo sensibile sit, alioqui certum esse non potest; si autem sensibile est, omnibus commune esse debet, dum sensus applicent; igitur nunquam vir prudens sese accinget ad indagandam rationem alicuius experimenti, quod certum esse non potest: vnde si quis omnes obseruationes, tùm à Plinio, tùm à Cardano, tùm à Fracastorio, tùm à Porta, tùm ab aliis propositas ad principia physica reducere velit, per me stat, non contradico; numquam tamen illa mihi mens erit, cui satis est rationes, & causas physicas illorum tantùm experimentorum explicare, quæ mihi certa sunt, suntque omnibus communia, vel esse possunt.

Theorema 4.

In motu funependuli singulis instantibus est noua determinatio motus. Probatur, quia singulis instantibus est quasi nouum planum; tot sunt enim plana in quadrante N E, quot Tangentes, & tot Tangentes quot puncta, tot denique puncta, quot instantia; atqui in singulis nouis planis mutatur determinatio; igitur in singulis punctis; igitur in singulis instantibus.

Scholium.

Obseruabis esse aliqua Lemmata præmittenda antequam propositiones motus per arcum N E demonstrentur.

Lemma

Lemma 1.

Potest determinari tempus, quo percurruntur duo spatia æqualia motu naturaliter accelerato inæquali. [a] sit v. g. tempus A F; sit velocitas E F acquisita tempore A F motu scilicet naturaliter accelerato minore; sit etiam velocitas F D acquisita alio motu maiore eodem tempore A F; haud dubiè spatium acquisitum primo motu erit ad acquisitum secundo, æquali scilicet tempore, vt triangulum E A F ad triangulum D A F, vt constat ex dictis lib. 2. in controuersia; spatium verò acquisitum tempore A F primo motu, scilicet minore, idque v. g. in ratione subdupla erit ad spatium acquisitum secundo motu maiore tempore subduplo A I, vt triangulum E A F ad triangulum B A I, sed B A I, est subduplum E A F, id est, vt F A ad I A, vt patet: vt autem inueniantur tempora, quæ respondent spatiis inæqualibus; sit A H media proportionalis inter A I & A F; haud dubiè triangulum C H A est subduplum D A F; igitur æquale E A F; igitur velocitas acquisita tempore A F sit F E, motu scilicet minore; acquisita verò tempore A H motu maiore sit H C; certè spatia erunt vt C H A & D A F: sed hæc sunt æqualia; igitur motu maiore conficitur æquale spatium tempore A H & motu minore tempore A F.

[a] *Fig.* 30 *Tab.* 3.

Lemma 2.

Si accipiantur tempora æqualia cum motibus inæqualibus, spatia sunt vt bases triangulorum; sit enim tempus A I, quo motu maiore acquiratur velocitas I B, & minore I K; certè spatia sunt vt triangula B A I, K A I; sed hæc sunt vt bases B I, K I, immò sunt vt rectangula B A K A; nec in his est quidquam difficultatis.

Lemma 3.

Possunt determinari vel spatia inæqualia temporibus æqualibus, vel tempora inæqualia spatiis æqualibus in chordis eiusdem quadrantis, & in perpendiculari, [b] sit tempus D I; sit motus per ipsam perpendicularem A P, vel D I; sit motus etiam per chordam inclinatam D P; velocitas primi est ad velocitatem secundi in tempore D I, vt D P ad D I, vel vt A K ad sinum V K, vel vt I P ad N P, vel vt quadratum I A ad rectangulum N A; sed spatia sunt vt velocitates suppositis temporibus æqualibus; igitur spatium, quod percurritur in ipsa perpendiculari est ad spatium, quod percurritur in inclinata D P temporibus æqualibus, vt quadratum I A ad rectangulum N A, vel vt D P ad D I, vel vt D T ad D P, quæ omnia constant; sit autem motus in inclinata F P; certè spatium acquisitum in perpendiculari est ad spatium acquisitum in F P, vt Q Z P ad Z I, vel F P ad F Y, vel A P ad P R, vel A L ad L X, vel P I ad P M, vel vt quadratum I A, ad rectangulum M A, vel vt F ♪ ad P F, sed F ♪ est æqualis D T, quia cum D P & F P percurrantur temporibus æqualibus, sique eo tempore quo percurritur D P, percurritur D T, & eo quo percurritur F P, percurritur. F ♪; certè D T & F ♪ sunt quales.

[b] *Fig.* 31 *Tab.* 3.

Idem

Idem dico de omnibus aliis chordis, quarum motus, & velocitates, ſpatia temporibus æqualibus acquiſita ſunt ad motus, velocitates, ſpatia acquiſita in perpendiculari, vt ipſarum longitudines ad D T, vel duplam D I, vel vt earum ſubduplæ ſeu ſinus recti ſubdupli ſui arcus ad ſinum totum D I, vel vt rectangula ſub illis ſinubus comprehenſa, & ſinu toto ad quadratum ſinus totius.

Lemma 4.

Si ſint duæ quantitates in data ratione, & aliæ duæ in data, ſed minore; ſi ſit media proportionalis inter duas primas & media inter duas poſteriores, ſitque data noua quantitas ad aliam, vt prima priorum quantitatum ad primam mediam proportionalem, ſit denique eadem quantitas noua ad aliam vt prima poſteriorum quantitatum ad ſecundam mediam proportionalem, certè erit minor ratio nouæ quantitatis ad ſecundam quæſitam, quàm ad primam a v. g. ſit a D E prima quantitas, & L K ſecunda; ſit K R tertia, V Z quarta; ſitque prima ad ſecundam, vt 4. ad 9. & tertia ad quartam, vt 3. ad 12. certè eſt minor ratio tertiæ ad quartam, quàm primæ ad ſecundam; inter primam & ſecundam ſit media proportionalis A C æqualis F H, id eſt σ, & ſit quinta quantitas; ſit etiam alia inter tertiam & quartam; ſit T S æqualis V Y, ſcilicet σ; ſitque ſexta quantitas, & vt prima ad ſecundam, ita ſeptima quantitas v. g. D E ad octauam A C, ſitque vt tertia quantitas V X vel Q R ad ſextam V Y, vel T S, ita eadem ſeptima D E ad nonam A C. Dico eſſe minorem ratione ſeptimæ D E ad nonam A T, quàm eiuſdem ſeptimæ D E ad octauam A C, quia A B vel D E eſt ad A C vt 2. ad 3. & ad X', vt 2. ad 4. quæ omnia conſtant ex Geometria. *Fig. 33 Tab. 3.*

Lemma 5.

Si ſint b *duæ chordæ in quadrante E I B, & producatur B I vſque ad G; ſitque E M perpendicularis, in quam cadat I H, quæ cum E I faciat angulum rectum; ex eodem puncto H ducatur H Q perpendicularis in E B: dico minorem eſſe proportionem E Q ad E B, quàm G I ad G B*; ſit enim I P parallela E G, vt E P eſt ad E B, ſic G I ad G B; igitur E Q habet minorem proportionem ad E B, quam G I ad G B; ſimiliter ſint chordæ E I L, E L; ducatur H K perpendicularis in E L: dico E K habere minorem rationem ad E L, quàm F I ad F L; nam vt E O eſt ad E L, ita F I ad F L; igitur minor eſt ratio E K ad E L, quàm F I ad F L; Idem dico de omnibus aliis chordis. b *Fig. 32 Tab. 3.*

Lemma 6.

Cognito tempore, quo percurritur ſegmentum, lineæ cognoſci poteſt tempus, quo aliud ſegmentum percurretur motu ſcilicet propagato; ſit v. g. c perpendicularis deorſum D I; ſit primum ſegmentum D G decurſum tempore A B; ſit vt D C ad D H, ita D H ad D I; ſitque vt D G ad D H, ita tempus A B ad A C; dico quod ſecundum ſegmentum percurretur tempore B C poſt primum decurſum, patet ex dictis lib. 2. & 5. c *Fig. 31 Tab. 3.*

Lemma 7.

Cognito tempore, quo percurritur chorda cuiuslibet arcus, cognosci potest quantum spatij eodem tempore percurratur in perpẽdiculari & in alia chorda;

a *Fig. 31 Tab. 3.* sit chorda E L; fiat angulus rectus E L M, itemque M D E: dico quod eodem tempore percurretur E L E M E D; similiter fiat angulus rectus E I H, itemque H K E, H Q E: dico quod eodem tempore percurrentur E I, E H, E K, E Q; idem dico de omnibus aliis chordis, quæ omnia constant ex his quæ diximus lib. 2. & 5.

Lemma 8.

Duæ chordæ E L B citiùs percurruntur quàm sola E B; itemque duæ E I B, quàm E B; quia eodem tempore percurruntur E I, E Q; & I B eodem tempore percurritur siue à G incipiat motus siue ab E; nam ab æquali altitudine æqualis acquiritur impetus, sed minor est proportio E Q ad E B, quam G I ad G B per Lemma quintum; igitur si sit media proportionalis inter G I, G B, & secunda inter E Q E B, sitque vt G I ad primam proportionalem; ita tempus, quo percurritur E I ad aliud X, & vt E Q ad secundam proportionalem, ita idem tempus, quo percurritur E I, vel E Q ad aliud Z; certè tempus Z est maius tempore X per Lemma 4. sed E Q B percurritur tempore Z, & E I B tempore X; E Q verò, & E I tempore æquali per Lemma 7. igitur duæ E I B citiùs percurruntur, quàm E B; idem dico de aliis: hoc ipsum etiam demonstrauit Galil. in dialogis.

Lemma 9.

Tres chordæ faciliùs percurruntur, quàm duæ; sint enim tres E I L B; sint duæ E L B. Primò, duæ E I L citiùs percurruntur quàm E L, quia I L eodem tempore percurritur, siue initium motus ducatur ab F, siue ab E; & minor est ratio E K ad E L, quàm F I ad F L per Lem. 5. E I, & E K æquè citò percurruntur per Lem. 7. igitur sit vt F I ad mediam proportionalem inter F I & F L; ita tempus Z ad tempus X, & vt E K ad mediam proportionalem inter E K E L, ita tempus Z ad tempus Y; certè tempus Y erit maius tempore X per Lem. 8. igitur citiùs percurrentur duæ E I L, quàm E L; sed si eodem tempore percurrerentur duæ E I L cum E L; certè L B æquali tempore percurreretur, quia est idem impetus in L, siue ab E per E L, siue ab F per F L incipiat motus, vt constat, & est idem in I, siue ab E, siue ab F incipiat; igitur idem in L siue ab E per E I L, siue ab F per F L, siue ab E per E L; igitur L B æquali tempore percurretur, siue motus sit ab E per E L B, siue ab E per E I, L B, posito quòd E I L & E L æquali tempore percurrantur; sed E I L percurruntur citiùs quàm E L; igitur citiùs E I L B, quàm E L B; igitur cùm E L B percurrantur citiùs, quàm E B, & E I L B, quàm E L B; certè E I L B percurruntur citiùs, quàm E B: Eodem modo demonstrabitur 4. chordas citiùs percurri, quàm 3. 5. quàm 4. atque ita deinceps.

Lemma

Lemma 10.

Velocitas acquisita in duabus chordis E I B est æqualis acquisitæ in E B; quia acquisita in E I est æqualis acquisitæ in G I; sunt enim eiusdem altitudinis; igitur acquisita in E I B æqualis acquisitæ in G B: sed acquisita in G B est æqualis acquisitæ in E I B; igitur acquisita in E B est æqualis acquisitæ in E I B, itemque acquisita in E L B acquisitæ in E B: immò acquisita in tribus E I L B est æqualis acquisitæ in E B; quia acquisita in E I L est æqualis acquisitæ in E L; igitur acquisita in E I L B æqualis acquisitæ in E L B: sed acquisita in E L B est æqualis acquisitæ in E B; igitur acquisita in E B æqualis acquisitæ in E I L B idem dico de 5. chordis, 6. 7. atque ita deinceps.

Quod certè mirabile est, & quasi paradoxon; præsertim cùm duplici motu acquiratur æqualis velocitas in spatiis inæqualibus, quorum maius citiùs percurritur; Equidem in A B, E B acquiritur æqualis velocitas, vel impetus, sed breuius spatium, scilicet A B citius percurritur; at verò in E B, & E L B acquiritur æqualis velocitas; licèt spatium longius E L B percurratur citiùs, quàm E B; similiter E I L B velociùs, quam E L B & E B.

Hinc suprà velocitas acquisita in perpendiculari seu radio quadrantis non est ad velocitatem acquisitam in toto arcu quadrantis vt quadratum sub radio ad ipsum quadrantem, quia scilicet velocitas acquisita per arcum E L B est æqualis acquisitæ per omnes chordas facto initio motus ab E; sed velocitas acquisita in 6. chordis. v. g. est æqualis acquisitæ in 5. 4. 3. 2. 1. igitur velocitas acquisita in E B est æqualis acquisitæ in arcu E L B, & in ipsa perpendiculari E R.

Lemma 11.

Hinc Lemma vniuersalissimum statuitur, scilicet ab eodem puncto altitudinis ad eamdem horizontalem, vel ab eadem horizontali ad idem punctum deorsum, vel ab eadem horizontali ad aliam horizontalem æquales acquiri velocitates, siue plures sint lineæ, siue vnica, siue simplices, siue compositæ, siue rectæ, siue curuæ; quæ omnia ex Lemmate decimo manifesta redduntur.

Lemma 12.

Velocitas acquisita in toto arcu quadrantis E L B non debet assumi in area tota quadrantis A E B, sed in linea recta æquali toti arcui E L B, ductis scilicet lineis rectis transuersis, quæ sint ipsis sinubus rectis æquales, cuius constructionis; sit enim [a] linea A N æqualis arcui quadrantis, & N T radio; igitur totum triangulum mixtum ex rectis A N, N T, & curua T Q H, est velocitas acquisita in toto arcu quadrantis; sit autem A σ æqualis lateri quadrati inscripti qua est ad A N proximè vt 10. ad 11. est enim A B radix quad. 98. sitque A E sinus rectus quad. 45. certè rectangulum N E est velocitas acquisita in chorda A σ, sed hæc est æqualis acquisitæ in toto arcu quadrantis A N; igitur rectangulum N E est æquale triangulo mixto N T Q A, denique velocitas acquisita in radio A 4. æquali A F, est vt quadratum 4 F, sed quadratum 4. F est æquale rectangulo B E, vt constat, nam A σ est dupla A E; igitur rectangulum est subduplum quadrati

[a] *Fig.* 17 *Tab.* 3.

drati sub A σ, sed quadratum sub A σ est duplum quadrati 4 F; igitur quadratum 4 F est æquale rectangulo σ E; igitur & triangulo mixto N T Q A.

Corollarium.

Inde Corollarium cyclometricum deduci potest, scilicet proportio, quam habet triangulum mixtum N T Q A ad quadrantem, cuius arcus æqualis est rectæ A N, & radius rectæ A F. v. g. ad quadrantem A F L, vel I N T, vel L A C; porrò triangulum prædictum est maius quadrante sectione ex curua T Q A, & rectâ A T; aut certè qui inuenerit triangulum mixtum K L Q æquale mixto F Q δ, habebit rectangulum K F æquale quadranti A F L; & vt res ista promoueatur à Geometris: dico quadratum sub radio esse ad semicirculum, vt triangulum mixtum N T Q A ad rectangulum N F; porrò mixtum F T Q A constat ex omnibus sinubus versis collectis; illud verò ex omnibus sinubus rectis; vt autem inueniatur illud collectum, accipi debet motus qui crescat secundum proportionem sinuum versorum v.g. in linea F T, velocitas puncti F est vt F A, in θ, vt θ O in β, vt β P, &c.

Scholium.

Obseruabis autem primò lineas transuersas F A, θ O, β P, δ Q, C R, &c. esse æquales lineis C B [a] $\mu\upsilon$ Z T ϖ S, υ R, &c. quia B C figura [b] quam vocemus figurã primam, est æqualis A F, fig. [c] quam vocemus secundam. O θ secundæ est æqualis H θ, minùs H O; sed H O secundæ est æqualis Q M primæ, vel B D; igitur O θ secundæ est æqualis D C primæ; sed D C est æqualis V A, quia V D est quadratum, sed V μ est æqualis V A; igitur D C; igitur O θ secundæ: præterea I P secundæ est æqualis A D, quæ est subdupla A F; igitur æqualis P β; sed I P est æqualis B T primæ; igitur B T, cui etiam est æqualis T Z; igitur T Z æqualis P β secundæ: idem dico de aliis transuersis: immò demonstrabimus tom. seq. quadratricem quadrantis, cuius radius sit N A terminari ad punctum T, ita vt N T sit basis quadratricis, & N A latus; non tamen propterea hæc linea sinuum est quadratrix, vt demonstrabimus.

[a] *Fig.* 16 *Tab.* 3.
[b] *Fig.* 17 *Tab.* 3.

Lemma 13.

Diuersæ chordæ acquirunt diuersam velocitatem pro diuersa ratione sinuum versorum suorum arcuum. v. g. [c] velocitas acquisita in chorda A M est æqualis acquisitæ in sinu verso A Q, & acquisita in chorda A L æqualis acquisitæ in sinu verso A R, atque ita deinceps; donec acquisita in A C sit æqualis acquisitæ in sinu toto A B.

[c] *Fig.* 16 *Tab.* 3.

Itaque in chorda quæ ducitur ab A, velocitas crescit vt in sinu verso eiusdem. v.g. in A M, A L, A K; in chorda verò, quæ ducitur ab aliquo puncto arcus A C vsque ad C, crescit vt in sinu recto. v. g. velocitas acquisita in chorda L C est æqualis acquisitæ in perpendiculari L E, quæ est sinus rectus arcus L C; item acquiritur æqualis velocitas in duabus atque in vna, dum scilicet communes terminos habeant, v. g. in duabus

A K C

A K C acquiritur æqualis acquisitæ in A C; nam in A K, A ϖ acquiritur æqualis; tùm etiam in K C, ϖ C; Item in tribus acquiritur æqualis acquisitæ in duabus, atque ita deinceps.

Præterea velocitas acquisita in chordis mediis. v.g. in chorda L I est æqualis acquisitæ in L Z, vel R T, vel in sinu toto A B, minùs sinu verso arcus L A, & sinu recto arcus I C; sed hæc sunt satis facilia.

Idem dico de chordis arcus quadrantis funependuli A E B figura Lemma. 4. [a] v. g. de chorda I B, in qua velocitas acquisita est æqualis acquisitæ in R B, vel in duabus I L B, vel in tribus 4. 5. atque ita deinceps: hinc etiam vides in quadrante E B acquiri æqualem velocitatem, sive E A sit perpendicularis deorsum, sive A B. [a] *Fig.* 32 *Tab.* 3.

Lemma 14.

Citiùs descendet corpus per duas E I B, quàm per I B; quia descensus est æquè diuturnus per E B, & I B; sed citiùs descendit per E I B, quàm per E B, vt iam suprà dictum est in Lem. 8. igitur citiùs per E I B, quàm per I B.

Lemma 15.

Citiùs descendet per [b] *duas chordas B H F, quàm per duas B G F, à quiete* B; sint enim duæ B H F, sitque B H. v.g. chorda arcus 30. grad. sc. 51764. earum partium, quarum sinus totus est 100000. sit Tangens B E; sit H D perpendicularis in B H, & H T in B D; certè H T est media proportionalis inter D T, & T B; estque differentia sinus totius, & sinus O H 60. grad. est autem O H 86603. igitur H T 13397. quadretur H T, productum diuidatur per B T 50000. quotiens dabit T D 3589. quæ si addatur B T, habebitur tota B D 53589. quadretur B D; assumatur subduplum quadrati, ex quo extrahatur radix; habebitur K D, vel B K 37893. sit autem L F 200000. ad 141422. æqualem B F, ita B F ad L H 100000. certè tempus per L H est ad tempus per B H, vt L H ad B H; sed tempus per L H est ad tempus per L F, vt L H ad 141422. igitur tempus per B H est ad tempus per H F facto initio motus ex L, vt B H 51764. ad 41422. igitur ad tempus per B H F, vt 51764. ad 93186. porrò B H & B K æquali tempore percurruntur; igitur tempus per B K est B H, id est 51764. cùm autem spatia in eadem linea sint in ratione duplicata temporum; certè spatium B K acquisitum tempore 51764. est ad spatium acquisitum in B F tempore 93186. vt quadratum 51764. ad quadratum 93186. id est, vt 2679511696. ad 8676630576. vnde factâ regulâ trium habeo spatium decursum in B F 122702. tempore 93186. sed tota B F est 141422. igitur citiùs percurruntur duæ B H F, quàm B F. [b] *Fig.* 1. *Tab.* 4.

Præterea sint duæ B G F, B G est 100000. sit perpendicularis G 4. cùm angulus G B 4. sit grad. 30. erit vt 5 G ad G B, ita B G ad B 4. igitur B 4. erit 115469. sit 4. 3. perpendicularis in B F, quadratum B 4. est duplum quadrati B 3. igitur B 3. erit 81655. iam verò F N est secans grad. 75. scilicet 386370. igitur G N est 334606. detracta scilicet F G æquali B H; sit autem N G ad 359557. vt hæc ad N F; certè tempus per B G est ad tem-

pus per N G, vt B G ad N G, & ad tempus per G F, vt B G ad 24951. & ad tempus per B G F, vt B G id est, 100000. ad 124951. porrò tempus per B 3. est B G; ergo vt quadratum temporis per B G ad quadratum temporis per B G F, scilicet vt 10000000000. ad 15614752 41. ita B 3. scilicet 81655. ad aliam, hæc erit 123496. igitur in B F, quæ est partium 141422. percurruntur partes 123496. eo tempore, quo percurruntur B G F; at verò eo tempore, quo percurruntur B H F; percurruntur in B F 122702. igitur pauciores; igitur minore tempore; igitur duæ B H F percurruntur minore tempore, quàm duæ B G F, quod erat demonstrandum.

Similiter descendet citiùs per duas B H F, quàm per duas B Z F: immò quod mirabile est, patetque ex analytica, citiùs per duas B G F, quàm per duas B Z F; (*suppono enim B Z esse arcum grad. 45.*) sit enim Z υ perpendicularis, itemque Z ♌, ♌ B est æqualis B R. igitur 70711. Z ♌ est 29289. igitur ♌ υ 1223. igitur B υ 71924. igitur B β 51858. iam tempus per B Z est ad tempus per Y Z vt B Z ad Y Z. id est, vt 76536. ad 184777. sit autem vt A Y F 261313. ad aliam 219737. ita hæc ad Y Z; certè tempus per B Z est ad tempus per B Z F, vt B Z ad 111496. igitur B β fit tempore B Z; ergo vt quadratum B Z ad quadratum 111496. id est, vt 4857759296. ad 12431358016. ita fit B β, id est 51858. ad 132708. igitur eo tempore, quo percurruntur B Z F, percurruntur in B F 132708. earum partium, quarum B F est 141422. sed pauciores percurruntur eo tempore, quo fit descensus per B H F, vel B G F.

Lemma 16.

Citiùs percurruntur duæ inferiores. v. g. H G F, quàm duæ B H F; est enim P F subdupla secantis N F; igitur 193185. F G est 51764. G P 141421. sit autem P G ad 165285. vt hæc ad P F; certè tempus per H G est ad tempus per P G, vt H G ad P G; igitur tempus per H G est ad tempus per H G F, vt 51764. ad 75628. sed B X est æqualis, eiusdemque inclinationis cum H G; igitur tempus, quo percurritur B X est B X, vel H G; sit autem vt B X ad 75628. ita hæc ad aliam 111092. igitur eo tempore, quo percurruntur H G F, percurruntur in B F 111092. minor B F; igitur citiùs percurruntur H G F quàm B H F, vel B Z F, &c. igitur duæ inferiores citiùs, quàm duæ superiores.

Ex his manifestum est, quænam sint quasi termini progressionis in assumptis duabus chordis; si enim diuidatur arcus B F in 6. arcus æquales, B F tardissimè, B H F velocissimè, &c. post B H F, B G F, tùm singulæ ab H versus Z & versus V respondent singulæ immediatè A G versus Z, & versus θ.

Lemma 17.

Si sint duo pendula inæqualia, tempora descensuum per chordas similes, [a] *sunt in ratione subduplicata earumdem; hæ verò sunt vt radij*; [a] sit enim quadrans A α ρ, cuius radius A α sit subquadruplus radij A B; sint chordæ similes α ρ, B F; hæc est quadrupla illius; igitur cum sit eadem vtriusque

a *Fig. 1. Tab. 4.*

que inclinatio; eo tempore, quo percurretur tota α ρ percurretur tantùm quarta pars B F; igitur supersunt $\frac{3}{4}$ B F; sed secundo tempore sensibili æquali primo percurritur spatium triplum spatij primi temporis; igitur tota B F percurritur tempore duplo, & α ρ subduplo; igitur tempora sunt vt radices 1. & 4. igitur in ratione subduplicata; præterea sint chordæ α X ρ, & aliæ duæ B Z F similes prioribus; certè si prima minoris quadrantis α X percurratur vno tempore. Prima maioris B F, percurritur duobus temporibus; sed in eadem proportione percurrentur duæ X ρ Z F, vt patet; quia vt est ω X ad X ρ, ita X Z ad Z F: idem prorsus dico, si accipiantur tres chordæ, 4.5.6. &c. in vtroque arcu.

Theorema 5.

Vibratio minor eiusdem, vel æqualis funependuli breuiore tempore percurritur. Probatur quia percurruntur citiùs duæ chordæ inferiores H G F, quàm duæ superiores quæcunque per Lem. 16. immò & tres inferiores, quàm tres superiores, atque ita deinceps; igitur totus arcus inferior H G F, qui constat ex his chordis minoribus semper, & minoribus percurretur citiùs, quàm superior, & maior. v.g. B H F.

Adde quod multis constat experimentis minorem vibrationem citiùs peragi, quod plusquam centies à me probatum est; si enim simul demittantur duo funependula æqualia; alterum quidem è summo quadrantis puncto, alterum ex decimo, vel decimoquinto altitudinis gradu, appositio in puncto quietis aliquo sonoro corpore; haud dubiè ictum, qui sequitur ex minori vibratione, priùs audies; tùm statim alium; immò si numerentur vibrationes vtriusque eodem tempore plures minoris, maioris verò pauciores numerabuntur; sæpiùs numeraui 11. minores eo tantùm tempore, quo alter, qui mecum erat 10. maiores numerabat, & 40. circiter minores dum alter 37. maiores recenseret; & certè si vibratio vtraque maior scilicet, & minor per eumdem arcum recurreret, centum minores eo ferè tempore agerentur, quo 90. maiores; licèt enim vtraque decrescat, maior tamen decrescit in maiore proportione, quàm minor, cuius rei rationem afferemus infrà.

Nec est quod aliquis cum Galileo, Baliano, & aliis opponat, omnes vibrationes, siue maiores sint, siue minores esse æquè diuturnas, idque manifestis constare experimentis, quibus ego alia certissima experimenta oppono, quibus etiam vltrò assentitur P. Mersennus, Galileo alioqui addictissimus, in versione eiusdem Galilei lib. 1. art. 18. & verò docti omnes Galileo sunt addictissimi; in qua verò proportione minor vibratio breuiore tempore peragatur, quàm major, difficilè dictu est, & vix determinari potest, nisi fortè dicatur in ea proportione arcum H F citiùs percurri, quàm arcum B H F, in qua duæ chordæ H G F citiùs percurruntur, quàm duæ B Z F; sed de his fusè aliàs.

Theorema 6.

Velocitates acquisitæ in vibrationibus inæqualibus sunt vt altitudines; sint enim vibrationes duæ B F, H F; dico velocitatem acquisitam in descen-

si-

ſu B F eſſe ad acquiſitam in deſcenſu H F, vt vecta A F ad rectam O F, quod facilè probatur; quia ex B in F æqualis acquiritur velocitas ſiue per rectam B F deſcēdat mobile, ſiue per duas B H F, ſiue per tres BHGF, ſiue per totum quadrantem B H F; ſed æqualis eſt acquiſita per B F acquiſitæ per A F, vel B E; quæ omnia conſtant per Lemm. 10. & 11. ſimiliter acquiſita in recta H F eſt æqualis acquiſitæ in recta O F in duabus H G F; immò & in arcu H Z F; igitur acquiſita in arcu B H F eſt ad acquiſitam in arcu H Z F, vt acquiſita in A F ad acquiſitam in O F; ſed illa eſt ad hanc vt A F ad O F, vt conſtat; igitur ſunt vt altitudines, quod erat probandum.

Hinc non ſunt vt chordæ, neque vt arcus; hinc acquiſita in arcu B H F eſt dupla acquiſitæ in arcu H Z F; cùm tamen arcus B F non ſit duplus; ſed ſeſquialter arcus H Z F.

Theorema 7.

Hinc ſunt diuerſi ictus inæqualium vibrationum in eadem altitudinum ratione; quia eadem eſt ratio ictuum, quæ velocitatum acquiſitarum in puncto percuſsionis; ſed ratio velocitatum eſt eadem quæ altitudinum, ſeu perpendicularium per Th. 7. igitur eadem ratio ictuum, quæ altitudinum; ſed inæqualium vibrationum eiuſdem funependuli diuerſæ ſunt altitudines; igitur diuerſi ictus, quod erat demonſtrandum.

Theorema 8.

In diuerſis funependulis ſimilium vibrationum velocitates ſunt vt chordæ; ſint enim duo funependula inæqualis A ρ, A F; certè ſit vibratio maioris B F, & minoris vibratio ſimilis α ρ, velocitas vibrationis B F eſt vt altitudo A F & minoris α ρ, vt altitudo A ρ; ſed vt A F eſt ad A ρ, ita B F ad α ρ; ſunt enim triangula proportionalia; idem dico de aliis. v.g. Z F & X ρ, in quo non eſt difficultas: hinc percuſsiones vtriuſque erunt etiam vt chordæ, quia ſunt vt altitudines.

Theorema 9.

Tempora, quibus peraguntur vibrationes ſimiles funependulorum inæqualium ſunt ferè in ratione ſubduplicata longitudinum, ſeu radiorum: Probatur, quia tempora deſcenſuum per chordas ſimiles ſunt in ratione ſubduplicata earumdem chordarum, ſiue ſint 2. ſiue ſint tres, & per Lemma 17. ſed ſi accipiantur plures chordæ, tandem habebitur arcus; igitur vibratio per arcum eſt veluti deſcenſus per infinitas ferè chordas æquales; ſed tempora horum deſcenſuum ſunt in ratione ſubduplicata chordarum; & hæc eſt eadem ratio cum ſubduplicata radiorum; igitur tempora vibrationum ſimilium ſunt ferè in ratione ſubduplicata radiorum.

[a] *Fig. 2. Tab. 4.* Obſeruabis rem iſtā accuratè, & analyticè diſcuti poſſe,[a] ſit enim quadrans A D H maioris vibrationis, & quadrans C E D minoris; ſitque C D ſubquadrupla A D, & arcus D E ſubquadruplus D K H; aſſumatur D N ſubquadruplus D H; ſitque D N æqualis D E; certè eo tempore,

quo

quo percurretur D E, percurretur pluſquam D N; quippe D N eſt minùs inclinatus, quàm D E: porrò recta N H eodem deinde tempore percurretur, ſiue ducatur initium motus A D per arcum D N, ſiue A D per rectam D N, ſiue ab O per rectam O N; quia in N eſt æqualis velocitas per Lemm. 11. igitur tempus, quo percurritur recta N H, facto initio motus ex D per rectam, vel arcum D N, eſt ad tempus, quo percurritur D N, vt 42466. ad D N, id eſt ad 390181. ſit enim vt O N ad 111347. ita hæc ad O H 179995. detrahatur O N ex 111347. ſupereſt 42466. igitur eo tempore, quo percurritur D E, percurritur pluſquam D N; percurritur tamen minùs, quàm D L; quia tempus, quo percurritur D L eſt ad tempus quo percurritur L H facto initio motus in D, vt D L 51764. ad 41422. igitur eo tempore, quo percurritur D E; percurritur minùs, quàm D L.

Adde quod rectæ D E, D M, æquali tempore percurruntur; ſed D M breuiore tempore percurritur, quàm arcus D L, immò arcus D E citiùs peragitur, quàm recta D E; igitur citiùs quàm arcus D L; ſi verò accipiatur arcus D R; certè tempus per arcum D E eſt paulò minus tempore per arcum D R; quia tempus, quo percurritur D R eſt ad tempus, quo percurretur R H, facto initio motus in D, vt 45444. ad 41705. ſed vtrumque tempus debet eſſe æquale, vt ſcilicet arcus in D H æquali tempore cum arcu D E percurratur.

Obſeruabis præterea, vt inueniatur arcus quadrantis D H, cuius tempus ſit ſubduplum ipſius quadrantis, vel æquale tempori per arcum D E, aſſumendum eſſe punctum in arcu D H, puta N; per quod ſi ducatur H N O, ſitque vt O N ad O V, ita O V ad O H, ipſa N V erit æqualis ipſi N D; quippè tempus per D N eſt ad tempus per O N, vt ipſa D N ad O N; ſed tempus per O N eſt ad tempus per N H, vt O N ad N V; igitur tempus per D N eſt ad tempus per N H, vt D N ad N V; igitur D N, & N H facto initio motus à D fiunt tempore æquali; ſed vt tempus per rectam D N ad tempus per rectam N H; ita tempus per duas D X N ad tempus per duas N Z H; ita tempus per 4. æquales inſcriptas arcui D N ad tempus per 4. æquales inſcriptas arcui N Z H, atque ita deinceps; igitur ita tempus per arcum D N ad tempus per arcum N Z H.

Quomodo verò poſſit inueniri punctum N, viderint Geometræ; nec enim phyſici eſt inſtituti; habetur autem ex analytica, ſi excipiatur arcus D N. 24. gra. 26. circiter; ſitque H O ſecans anguli A H O grad. 57. 16. ſitque O N, ad O V vt O V ad O H, ipſa N V erit proximè æqualis ipſi N D: igitur D N. & N H æqualibus temporibus percurrentur. Similiter opera eiuſdem analyticæ habebitur arcus, qui peragitur in D Z H eo tempore, quo arcus D N F percurritur, poſſuntque hæc omnia in canones redigi.

Theorema 10.

In diuerſis punctis arcus diuerſus impetus producitur. Prob. [a] ſit enim a pendulum funi ex centro immobili A; ſitque A O horizontalis, A D [a] *Fig.* 3 *Tab.* 4.

perpendicularis ; haud dubiè producit maiorem impetum in O,quàm in L H quippè in D nullo modo grauitat in ſuppoſitam manum , in H minùs grauitat, in O maximè ; ſed qua proportione plùs , vel minùs grauitat,producit maiorem vel minorem impetum, vt patet.

Theorema 11.

Impetus, quem producit in H,eſt ad impetum,quem producit in O,vt H C ad D A vel O A. Probatur, quia grauitatio in H eſt ad grauitationem in O,vt C H ad D A, vt demonſtratum eſt ſuprà lib. de motu in planis inclinatis ; ratio eſt, quia in ea proportione maior eſt, vel minor grauitatio, in qua plùs vel minùs impeditur ; atqui in O non impeditur;quia linea determinationis ad motum eſt eadem cum linea grauitationis;quippè globus O grauitat per O Q; ſed O Q eſt Tangens puncti O;igitur eſt linea determinationis in puncto O;igitur linea determinationis in puncto O eſt eadem cum linea grauitationis ; at verò in H linea grauitationis eſt H G,& determinationis H F diuerſa à priore, ſed de his iam plura aliàs.

Scholium.

Obſeruabis globum prædictum in H diuerſimode poſſe ſuſtineri. Primò,per Tangentem H I.Secundò applicata potentia in F per FH.Tertiò, per horizontalem H V tracto ſcilicet fune.Quartò,per H K. Quintò,per G H. Sextò denique in aliis punctis intermediis applicari poteſt potentia ; ſi primo modo , & ſecundo potentia ſuſtinens pondus in H eſt ad ſuſtinentem in D ex A vel in O ex Q vt H C ad D A vel H A;ad ſuſtinentem verò ex A in H, vt C H ad C A , ſi tertio per H V potentia applicata in V eſt ad applicatam in A , dum vtraque ſimul agat vt H C ad H A ; ſi quarto modo applicata in K æqualis eſt applicatæ in A,itemque applicata in Y per Y H,vel in O per O H , poſita H Z æquali H A ; ſi quinto modo applicata in G per G H S ſuſtinet totum pondus, itemque applicata in S per S H ; ſi denique ſexto modo , pro rata.

Obſeruabis ſecundò rem omninò ſcitu digniſſimam,eſſe duas tantùm lineas,quibus applicata potentia totum pondus ſuſtinet,ſcilicet G H,H S, eſſe quoque duas quibus applicata potentia pondus pendulum ſuſtinens in dato puncto puta H, habet minimam rationem , quæ haberi poſſit ad potentiam applicatam in A per A H; ſunt autem illæ C H, H V,quæ eſt ipſa horizontalis.

Obſeruabis tertiò,applicatam in puncto C per C H eſſe minimam earum omnium,quæ cum alia applicata in A per H A pendulum pondus ſuſtinere poſſit ; aliàs verò hinc inde applicatas eſſe maiores,v.g.applicatam in E per E H eſſe ad applicatam in A per H A, vt E H ad H A;applicatam verò in Z eſſe ad eamdem vt Z H ad H A ; applicatam in T vt T H ad H A,&c.ſunt autem 4.æquales exceptis maxima,quæ totum pondus ſuſtinet per lineas H S G H,& minimâ, quæ cum applicata in A minimis viribus ſuſtinet,per lineas C H H V;ſi verò aſſumantur quæcumque aliæ lineæ,ſunt 4.æquales v. g. accipiatur E H , ſit H B ipſi æqualis

productæ

producta per H ad X; erunt haud dubiè 4. lineæ, quibus eadem applicata potentia cum altera in A sustinebit pondus, scilicet H E & opposita H I, H B cum opposita H X, suppono enim H B esse æqualem H E, & B H pellere versus H: quæ omnia certè obseruasse non piget, præsertim cùm tota res ista iucunda iuxta, atque vtilis esse videatur.

Corollarium 1.

Colligo primò ex his determinationem impetus producti in puncto O esse omninò simplicem à propria scilicet ponderis penduli grauitatione, nec quidquam facere potentiam applicatam in A; quippe impetus determinatur ad Tangentem O Q, quæ est eadem cum linea grauitationis; vnde reuerâ sustinetur totum pondus in O.

Corollarium 2.

Secundò, si pondus sit in D, est determinatio mixta vtraque æqualis, nam neque potentia retinens in A est maior potentia grauitationis inclinantis deorsum; alioquin si maior esset, præualeret; igitur mobile ferretur versus A; cùm tamen quiescat in D, nec etiam maior est potentia grauitationis; alioqui pondus ferretur deorsum, nec dicas nullam esse potentiam applicatam in A; nam reuerâ, si quis ex puncto A sustinet pendulum pondus, maximè defatigatur, & maximè agit eius potentia motrix; quomodo verò sustineantur pondera, dicemus lib. 10.

Corollarium 3.

Tertiò, si pondus sit in H vel in L est determinatio mixta ex duabus inæqualibus, ita vt determinatio potentiæ, quæ est applicata in A sit minor determinatione, quæ est à grauitatione ponderis; sit enim pondus in H, sitque determinatio altera per lineam H A, altera per lineam H G; si vtraque æqualis est, linea determinationis mixtæ non esset Tangens H F; nec enim angulus A H G diuidit æqualiter bifariam ipsam H F; atqui cum vtraque determinatio est æqualis, posita quod vtraque linea faciat angulum, linea nouæ determinationis facit angulum vtrimque æqualem, vt demonstrauimus suprà.

Corollarium. 4.

Quartò hinc colligo, determinationem, quæ est à potentia applicata in A crescere continuè ab O ad D, ita vt in O sit nulla, in D sit maxima, id est æqualis alteri determinationi propriæ grauitationis; in reliquis verò punctis prima est ad secundam, vt sinus rectus superioris arcus ad sinum totum, v.g. si pondus sit in L, determinatio grauitationis est ad aliam vt L A ad L R, si sit in H vt H A ad H S, si sit in O vt O A ad nihil; si sit in D vt D A ad D A; idem dico de omnibus aliis punctis intermediis.

Corollarium 5.

Quintò colligo, impetum grauitationis productum in singulis punctis esse ad impetum productum in O, id est ad maximum, qui possit

produci vno instanti ab ipso corpore graui, vt sinum rectum arcus inferioris ad sinum totum; sit enim pondus in L, impetus productus in L est ad productum in O, vt sinus B L ad L A; sit in H, vt sinus H C ad H A; sit in O vt O A ad O A, sit in D vt nihil ad D A: hinc vides contrarias vices impetus producti in singulis punctis, & determinationis, quæ est à potentia applicata in A; quippè ille continuò imminuitur ab O ad D; hæc verò continuo crescit; ille totus est in O nullus in D; hæc tota in D, nulla in O; ille est ad totum, vt sinus arcus inferioris ad sinum totum; hæc verò est ad totam, seu maximam, vt sinus arcus superioris ad sinum totum.

Corollarium 6.

Sextò, hinc colligo rationem à priori huius imminutionis impetus; cum enim impetus destruatur ne sit frustrà; certè propter eamdem rationem non producitur, ne scilicet sit frustrà; cùm enim impetus sit vt motus, sit mobile in L cum duplici determinatione alteram per lineam L A alteram L ♂; sit autem hæc ad illam vt L A ad L R, vel vt L ♂ æqualis L A ad L β æqualem L R, sitque arcus L O grad. 30. L R est subdupla L A; sit β υ æqualis L ♂, ipsique parallela, & υ ♂ æqualis L β & parallela; certè hoc posito, motus erit per L υ, scilicet per diagonalem, vt sæpiùs suprà demonstrauimus; igitur si tantùm esset determinatio L ♂ motus esset L ♂; si verò conjungatur determinatio L β, motus erit L υ; sed impetus est vt motus; igitur impetus L ♂, cum vtraque determinatione conjunctus non haberet totum suum effectum, id est motum L ♂; igitur aliquid illius est frustrà; igitur producitur tantùm impetus vt L υ; sed vt L υ ad L ♂, ita L B ad L A; nam triangula L υ ♂, & B L A sunt æqualia, & æquiangula, vt patet.

Corollarium 7.

Septimò colligo, singulis instantibus mutari determinationem quæ est ab A, & consequenter determinationem mixtam, ipsamque accessionem impetus noui: hinc etiam rectè explicatur, in quo positum sit illud impedimentum ratione cuius corpus rectà deorsum non tendit; quippè in eo tantùm positum est, quod sit noua determinatio, idem dico de resistentia.

Obseruabis autem idem præstare funem affixum in A ratione continuitatis, & vnionis suarum partium, quod præstaret potentia in A fune ipso trahens, vt constat, seu pondus contranitens ex rotula appensum.

Corollarium 8.

Octauò colligo, crescere impedimentum ab O in D in ratione sinuum versorum arcus superioris; cùm enim in L v. g. motus sit ad motum liberum in O vt L υ ad L ♂ vel vt L B ad L A, impeditur motus vt R O; nam motus, vel impetus in L est minor impetu in O, differentia vtriusque R O, sed R O est sinus versus arcus O L; idem dico de reliquis.

Corollarium

Corollarium 9.

Nonò colligo hoc impedimentum facere quidem, ne tantus impetus nouus accidat, non tamen facere vt productus antè pereat; quippe nihil impetus antè producti destruitur per se; licèt determinatio noua per Tangentem nouam accedat in singulis punctis; nihil tamen impetus est frustrà; vt in reflexione dictum est, adde quod determinatio prior, nihil prorsus confert; quia tota impeditur à potentia retinente in A immobiliter; dixi per se, quia per accidens propter aliquam tensionem chordæ potest aliquid destrui, quæ tensio est prorsus per accidens.

Corollarium 10.

Decimò colligo inde reddi rationem à priori, cur ille motus vibrationis funependuli sit acceleratus; quia impetus additur singulis instantibus, & nihil destruitur; immò si destrueretur iuxta rationem prædicti impedimenti, & pondus esset in H, cùm ratio impedimenti sit S O, & ratio noui impetus C H æqualis S O; haud dubiè in H tantumdem produceretur impetus, quantum destrueretur; igitur nullum sentiretur pondus in H, quod absurdum est.

Theorema 12.

Velocitates acquisitæ in funependulis inæqualibus sunt vt altitudines; sit enim in figura. Th. 10. [a] Funependulum maius A H, minus G H; sit vibratio minoris F Y H; sit vibratio maioris D K H: dico velocitatem acquisitam in prima vibratione esse ad acquisitam in secunda, vt A H ad G H; si verò vibratio maioris sit tantùm L K H; dico esse æqualem velocitatem vtriusque, quæ omnia patent ex dictis: hinc seruari possunt quæcumque proportiones ictuum inflictorum à malleis, vel simul, vel successiue, &c.

[a] *Fig.* 2. *Tab.* 4.

Theorema 13.

Ex dictis possunt multa determinari, seu cognosci primo cognito numero vibrationum funependulorum inæqualium, quæ eodem tempore peraguntur, cognosci possunt altitudines, seu longitudines funium; sunt enim longitudines, vt quadrati numerorum permutando; sint enim duo funependula A, & B, & numerentur vibrationes 5. penduli A & 7. penduli B æquali tempore; assumantur quadrati vtriusque 25. & 49. certè longitudo penduli A, erit ad longitudinem penduli B vt 49. ad 25. Secundò, ex cognita minima longitudine cognoscitur maxima. v.g. sit funependulum tripedale, cuius integra vibratio tempore vnius secundi minuti peragitur, vt aliqui volunt (quod tantùm exempli gratia assumptum sit) numerentur. v.g. 10. vibrationes huius tripedalis funependuli eo tempore, quo duæ tantùm vibrationes alterius maioris numerantur; sint quadrati 100. & 4. certè longitudo maioris est ad longitudinem maioris vt 4. ad 100. igitur si 4. dant 100. quid dabunt 3. habeo 75. igitur longitudo maioris funependuli est 75. pedum. Tertiò, potest cognosci altitudo putei quantumuis altissimi, vel alterius loci editi, ex quo demittitur corpus graue;

si enim toto eo tempore, quo corpus graue cadit, numerentur 6. vibrationes tripedalis funependuli; haud dubiè motus ille durauit sex minutis secundis; igitur si præcognoscatur quantum spatij percurratur deorsum, dum fluit vnum secundum minutum, quod sit. v.g. spatium pedum $18\frac{6}{7}$ hoc posito quadrentur tempora scilicet, & 6. habeo 1. & 36. iam facio regulam trium, si 1. dat. $18\frac{6}{7}$ quid dabunt 36. & habeo 619. pedes minus $\frac{1}{7}$.

Obseruabis autem dictum fuisse à me suprà funependulum tripedale peragere suam integram vibrationem tempore vnius secundi minuti; quod certè, vt ait eruditus Mersennus, sæpiùs obseruatum est; hæc autem est obseruatio Mersenni, quam habet in Balist. prop. 15. eamque sæpiùs, vt ipse ait, iteratam: Itaque dicit tripedalis fili spatio quadrantis horæ, nongentas vibrationes fuisse numeratas, sed in quadrante horæ sunt 15. minuta prima; igitur nongenta secunda; igitur cum singulæ vibrationes æquali tempore peragantur singulis secundis minutis respondent.

Inde insignem difficultatem educit idem auctor; cum enim in perpendicalari deorsum percurrantur 12. pedes tempore vnius secundi minuti, & 48. tempore duorum secundorum, quod multis obseruationibus comprobatum est; certè tempore semisecundi minuti 3. tantùm pedes confici necesse est; igitur eo tempore, quo radius tripedalis percurritur, totus etiam percurritur quadrantis arcus, qui est $4\frac{5}{7}$; igitur maior est motus in arcu, quàm in perpendiculari, quod dici non potest; cùm ne æqualis quidem sit.

Ad soluendum hunc nodum supponendum est vibrationes minores citiùs peragi, quàm maiores; quod etiam ibidem obseruat idem auctor; igitur non est dubium, quin longè plures vibrationes fiant, quàm fierent si omnes essent æquales arcui quadrantis; si enim numeres minores dum alius numerat maiores; cum numerabis 10. ille vix 9. habebit, & si omnes maiores essent æquales primæ integræ, dum habes 9. vix haberet 8. itaque non respondent singulæ vibrationes æquales primæ integræ singulis secundis minutis; sed ferè singulis plùs 16. vel 17. minutis tertiis.

Quare eo tempore, quo percurritur arcus quadrantis funependuli tripedalis non percurruntur in perpendiculo 6. pedes; quia in perpendiculo percurruntur 6. pedes eo tempore, quo diagonalis quadrati, seu latus quadrati inscripti percurritur; v.g. in figura [a] Lem. 3. percurruntur D T dupla radij I D, eo tempore, quo percurritur D P; sed D P percurritur tardiùs, quàm arcus D K P; igitur D K P citiùs quàm D T; igitur non percurritur spatium 6. pedum in perpendiculo eo tempore, quo percurritur arcus quadrantis D K P, cuius radius I D sit tripedalis; præterea non percurruntur tantùm in perpendiculo eodem tempore pedes spatij $4\frac{5}{7}$, vel vndecim, si radius constat 7. pedibus, vt voluit idem auctor l. 2. de causis sonorum Prop. 27. Cor. 3. quia si radius habet 3. arcus quadrantis habet $4\frac{5}{7}$. si radius habet 7. arcus quadrantis habet 11. sed eodem tempore conficitur maius spatium in perpendiculo, quàm in

[a] *Fig. 31 Tab. 3.*

arcu

arcu, cuius ratio constat clarissimè ex dictis, quia dum mobile moueatur in perpendiculo singulis instantibus nouum impetum æqualem primo producit, in arcu verò minorem; igitur minor est motus; igitur minus spatium eodem tempore percurritur in arcu, & maius in perpendiculo; igitur non percurruntur 11. tantùm in perpendiculo eo tempore quo 11. percurruntur in arcu; quantum verò spatium in perpendiculo percurratur eo tempore, quo arcus quadrantis dari conficitur, determinabimus infrà.

Denique obseruabis, ex hoc etiam posse concludi omnes vibrationes eiusdem funependuli non esse æquè diuturnas; nam reuerà si æquè diuturnæ essent, & nongentæ numeratæ essent spatio 15. minutorum; haud dubiè singulæ singulis secundis minutis responderent; igitur eo tempore, quo tres spatij pedes decurrerentur in perpendiculo, in quadrantis arcu 4. $\frac{5}{7}$ conficerentur, quod fieri non potest.

Theorema 14.

In ascensu vibrationis funependuli destruitur impetus; patet, quia desinit motus; igitur & impetus, ne sit frustrà; præterea applicatum est principium destructionis impetus; igitur destruitur; antecedens ex dicendis infra clarissimum euadet.

Destruitur autem impetus propter impetum innatum, qui singulis instantibus contranititur; quemadmodum enim in motu violento sursum ideo destruitur impetus ab innato, quia hic est determinatus ad lineam deorsum; ille verò sursum, ex quo determinatio mixta oritur; vnde aliquid impetus destruitur, ne sit frustrà; idem prorsus dicendum est in ascensu per arcum.

Theorema 15.

Singulis instantibus inæqualiter destruitur impetus in ascensu illo vibrationis; prob. quia singulis instantibus mutatur determinatio, id est ratio plani inclinati; nam quodlibet punctum arcus, vt sæpè dictum est, facit planum inclinatum diuersum; igitur lineæ vtriusque determinationis faciunt diuersum angulum; igitur determinatio noua mixta diuersa est; igitur plùs vel minùs impetus destruitur, quia plùs vel minùs est frustrà, quod ex dicendis patebit.

Theorema 16.

Destruitur impetus in singulis punctis iuxta rationem sinuum rectorum arcuum inferiorum v.g. sit arcus ascensus D I O, sitque mobile pendulum in H; impetus qui destruitur in H, est ad impetum qui destruitur in perpendiculari sursum (suppositò scilicet tẽpore) vt sinus HC ad sinum HA; nam destruitur in ea ratione, iuxta quam destrueretur in plano inclinato E H; sed in planis inclinatis iuxta prædictam rationem impetum destrui demonstratum est suo loco; adde quod impetus innatus determinat mobile ad lineam deorsum H G, alius verò ad lineam H M; atqui si essent duo gradus impetus, quorum alter esset determinatus per H M, alter per

HGV,

H GV, motus fieret per H X, sed H X est æqualis H M; igitur destruitur subduplus impetus, quia est frustrà; sed H C est subdupla H A: præterea impetus innatus retrahit mobile per H E minùs, quàm A D iuxta eam proportionem, in qua motus per H E est minor quàm motus per A D; sed motus per H E est ad motum per AD vt H E ad AE, vel vt H C ad HA; igitur illa vis, quæ retrahit mobile per H E est ad eam, qua retrahitur per A D vt H C ad H A; sed in eadem proportione destruitur impetus, quo mobile fertur sursum, in qua retrahitur deorsum; igitur impetus destructus in H est ad destructum in perpendiculo vt H C ad H A; ergo vt sinus rectus arcus inferioris est ad sinum totum.

Dictum est eodem tempore; nam minori tempore minùs impetus destruitur, plùs verò maiori; vnde quando comparatur impetus destructus in plano inclinato sursum cum destructo in verticaili, semper intelligitur vtrumque destrui eodem tempore; alioquin vitiosa esset proportio, & comparatio; idem dico de impetu producto, quod de destructo.

Corollarium.

Inde colliges in eadem proportione minùs impetus destrui in ascensu per planum inclinatum, quâ minùs producitur in descensu.

Theorema 17.

Totus impetus qui concurrit ad descensum funependuli, non concurrit ad ascensum, prob. quia impetus innatus non concurrit ad ascensum, vt constat ex dictis alibi; sed hic concurrit ad descensum.

Theorema 18.

Aliquis etiam gradus impetus concurrit ad ascensum, qui non concurrit ad descensum, probatur, quia vltimo instanti descensus aliquid impetus noui producitur quantumuis minimi, quia singulis instantibus motus deorsum aliquid impetus accedit; sed ille impetus non concurrit ad motum deorsum; quia cum primo illo instanti, quo est, non concurrat ad motum, cumque illud instans sit vltimum motus deorsum; certè ad motum deorsum non concurrit, sed ad motum sursum concurrit, nam primo instanti, quo est, exigit motum pro sequenti; est autem sequens instans primum ascensus.

Theorema 19.

Ascensus funependuli non est æqualis descensui: patet experientiâ; ratio est manifesta; quia impetus innatus non concurrit ad ascensum, licèt ad descensum concurrat; nec dicas impetus gradum vltimum non concurrere etiam ad descensum, licèt concurrat ad ascensum; nec enim est paritas; quia impetus innatus, seu primus gradus est perfectissimus omnium productorum; vltimus verò imperfectissimus, tùm quia producitur minori tempore, tùm quia producitur in plano inclinatissimo; igitur si comparetur cum primo, pro nullo ferè haberi deber impetus.

Coroll

Corollarium.

Hinc manifesta ratio, cur funependulum post vibrationem descensus non perueniat in ascensu ad tantam altitudinem, nec est quod aliqui dicant aëra interceptum efficere, ne ad æqualem altitudinem ascendat, cùm aër non minùs resistat descensui, quàm ascensui; quod quomodo fiat, iam alibi explicuimus.

Theorema 20.

Maioris vibrationis ascensus imminuitur in maiori proportione, quàm minoris; certa experientia, cuius ratio est, quia in arcu superiore plùs impetus destruitur, in inferiore minùs; igitur plùs spatij detrahitur maiori vibrationi, quàm minori, scilicet in ascensu; hæc ratio demonstratiua est, quia quò minùs impetus destruitur singulis instantibus, plùs spatij acquiritur, vt constat ex planis inclinatis; sit enim in eadem figura [a] planum inclinatum D O, & verticale D A; imprimatur impetus mobili ex D, certè cum eodem impetu ascendet per D A & per D O, vt demonstrauimus cum de planis inclinatis; igitur singulis instantibus minùs impetus in D O destruitur, quàm in D A; vnde maius spatium conficitur; est enim D O maior D A: ita prorsus accidit in arcu ascensus funependuli; sit enim arcus ascensus D H æqualis arcui descensus oppositi; certè tantillùm impetus destruetur; igitur arcus ascensus ferè accedet ad A; si verò arcus descensus sit æqualis D L, plùs impetus destruetur in ascensu; igitur arcus ascensus habebit minorem proportionem ad D L, quàm prior ad D H, & hæc est veriſſima ratio luculentiſſimi experimenti, quod ferè omnibus notum est.

[a] Fig. 3. Tab. 4.

Theorema 21.

Si proijciatur mobile per ipsum perpendiculum D A cum eo impetu, quo ex D feratur in A motu naturaliter retardato; certè cum eodem impetu feretur in O per D O, & per arcum D L O: probatur quia ex A in D, vel ex O in D siue per chordam O D, siue per arcum O H D æqualis impetus acquiritur per Lemma 11. sed cum eodem impetu, quo ex A fertur in D, vel ex O in D motu naturaliter accelerato, ex D ferri potest in A vel in O: dixi cum eodem impetu, ita vt tot gradus impetus concurrant ad ascensum, quot ad descensum; si enim aliquis gradus concurrens ad descensum, non concurreret ad ascensum, haud dubiè non perueniret mobile ad eamdem altitudinem; quod autem æquale spatium respondeat ascensui, & descensui supposito æquali impetu, iam demonstratum est suprà l. 3. & 5. sed iam examinandæ sunt proportiones huius destructionis impetus in maioribus, & minoribus vibrationibus.

Theorema 22.

Potest determinari in qua parte arcus desinat motus sursum in ascensu vibrationis, si cognoscatur ad quam altitudinem ferretur mobile per ipsum perpendiculum; sit eum punctum infimum D, sitque in pendulo ille impetus, haud dubiè per arcum ferretur in o, ducatur o Q parallela A O; haud

dubiè per arcum feretur in Q & per chordam D O perueniet in 0; si verò illo impetu ferri tantùm possit in B per per DA, fertur in 4. per DO, & in L per arcum; denique si ferri tantùm possit illo impetu per D A in G, feretur in 3 per D O, & in H per arcum; quæ omnia constant ex Th. 20. quia cum eodem impetu ascendit mobile ad eamdem altitudinem siue per ipsum perpendiculum, siue per chordas, siue per arcus; ex hoc confirmatur maximè Th. 10. quia si diuidatur perpendiculum in partes æquales ductis parallelis A O, arcus ita diuidetur, vt superior arcus sit minor. v.g. diuidatur DA in B æqualiter bifariam; ducatur B L parallela AO, non diuidit arcum O D bifariam, cùm arcus O L sit subtriplus arcus O D; igitur cùm eo tantùm impetu, quo in perpendiculo acquireretur in ascensu D B subduplum D A, in arcu acquiretur D L, quæ est $\frac{2}{3}$ totius D O; igitur minores vibrationes minùs imminuuntur in ascensu, quàm maiores.

Theorema 23.

Hinc tam facilè vibratur funependulum per minimum arcum, v. g. cum primo impetu, quo ascenderet ex D in C vel in 3. ascendit in H; quia scilicet cum eo impetu, quo minimum ferè spatium acquirit in perpendiculo, notabile satis spatium decurrit in arcu.

Theorema 24.

Hinc tamdiu durant minimæ illa vibrationes; quia singulæ minima portione imminuuntur, & maiores è contrario tam citò decurtantur; cuius rei non est alia ratio præter eam, quam suprà adduximus, quæ rem ipsam euincit; est tamen insignis difficultas, quam paulò post discutiemus in sequenti Schol.

Theorema 25.

Hinc ratio, cur minimo ferè cursu funependulum etiam grauissimum modica libratione vibretur; immò, quod fortè alicui mirum videretur, ipso anhelitu grauissima pondera moueri possunt, quod quiuis facilè probare poterit; pro quo diligenter obseruandum est, vt eo dumtaxat ordine anhelitus repetatur, quo vibrationes fiunt, ita vt iam euntem molem à tergo impellat; vnde accidet, vt repetito tandem anhelitu maiore motu funependulum vibretur.

Scholium.

Obseruabis primò maximam occurrere difficultatem contra ea, quæ hactenus demonstrauimus; a sit enim quadrans A I E, sitque E A diuisa in 4. partes æquales. v.g. ex A cadat corpus graue in E, & ex E ascendat denuò per EA eâ lege, vt omnes gradus impetus acquisiti in descensu concurrant ad ascensum, excepto primo gradu impetus innati; certè non ascendet in A, vt constat ex dictis; igitur ascendat in B, & ex B iterum descendat in E, redeatque versus A; haud dubiè perueniet tantùm in G; ita vt tantum detrahatur spatij in hoc secundo ascensu, quantum detractum est in primo: idem dico de tertio, quarto, &c. ducantur B H,

a *Fig. 34 Tab. 3.*

C G,

C G,D F parallelæ A I; cum ſpatium eo modo decidatur ex arcu E I, quo ex perpendiculo E A maiori vibrationi detrahitur I H, ſecundæ minori H G, tertiæ G F, quartæ F E; igitur plùs detrahitur minoribus, quàm maioribus.

Reſpondeo, maius ſpatium percurri ſurſum maiore tempore, quàm minus; ſit enim E A conſtans 36. ſpatia iuxta nouam progreſſionem arithmeticam, ſintque 8. gradus impetus acquiſiti in deſcenſu A E coniuncti cum innato: primo inſtanti, ſeu tempore percurrentur tantùm 7. ſpatia, deſtrueturque vnus gradus impetus, ſecundo 6. deſtrueturque alter gradus impetus; denique tertio 5. quarto 4. &c. igitur 28. ſpatia 7. inſtantibus; igitur non perueniet in A mobile, ſed conficiet ſpatium, quod erit ad E A, vt 28. ad 36. porrò ſi cadat ex 28. acquiret 7. gradus impetus præter innatum, quorum ope ſecundo aſcendet ad 21. tertio ad 15. quartò ad 10. quinto ad 6. ſextò ad 3. ſeptimo ad 1. igitur ſpatium quod amittit in aſcenſu continet 8. in ſecundo 7. in tertio 6. in quarto 5. in quinto 4. in ſexto 3. in ſeptimo 2. igitur eſt maxima inæqualitas, quæ pari modo explicari poteſt in progreſſione Galilei.

Secundò, obijci poteſt: amitti tantùm ſpatij ſingulis temporibus, quantum acquiritur primo tempore, vel inſtanti, cum impetu innato: ſed cum primo ille velocitatis gradu vix intra multos annos conficeretur modicum ſpatium. Reſpondeo, ſi conſideretur tantùm illud ſpatium, quod acquiritur primo tempore cum impetu non impedito; haud dubiè inſenſibile eſt, & licèt infinitus ferè repetatur illud idem ſpatium; haud dubiè inſenſibile manet: vnde ſi aſcenſus fiat in 10000. inſtantibus, toties accipi debet illud ipſum ſpatium, ex quo modicum tantùm reſultat, quod minuitur in ſecundo aſcenſu, itemque in tertio, quarto, &c.

Vnde tenſio funis, ex quo pendet corpus graue conſideranda eſt, qui cum propter impetum deſcenſus mox dilatetur, & tendatur, mox contrahatur, tùm in aſcenſu, tùm in deſcenſu; certè multùm impetus deſtruitur; quod autem tendatur maximè in deſcenſu prædictus funis, conſtat multis experimentis ſi minor eſt; nam reuerâ; ſi maior, eſſet multum retardaret motum tùm aëris reſiſtentia, quæ etiam aliquid facit, licèt totus hic effectus ab illa pendere non poſſit, vt aliqui volunt, tùm etiam partes funis propiùs ad centrum accedentes, quæ citiùs deſcendunt, &c.

Tertiò, ſunt tres determinationes in aſcenſu; prima eſt impetus producti in deſcenſu determinati ad Tangentem; ſecunda funis per ſuam lineam quaſi retrahentis pendulum. tertia ipſius impetus innati quaſi trahentis deorſum idem pondus; atqui ex pugna trium determinationum in eodem mobili deſtruitur multùm impetus, vt patet ex dictis alibi.

Quartò, cum eo impetu, cuius ope non poſſet corpus aſcendere per ipſum perpendiculum E A, aſcendit adhuc per arcum E I; licèt enim cum eo impetu, quo fertur in F poſſit fieri in D, ſed tardiori motu; attamen quia impetus qui pendulo ineſt, eſt determinatus ad talem gradum velocitatis, quo certè per ipſam E D ferri non poteſt; quod etiam euincitur ex organis mechanicis, & planis inclinatis; nam reuerà moueret aliquis

per plānum tantillùm inclinatum maximam corporis molem,quam per aliud planum inclinatius,& accedens propiùs ad verticale minimè mouere posset;cuius effectus alia ratio non est,nisi quod impetus, qui imprimitur mobili ad talem gradum velocitatis sit determinatus ; atqui in perpendiculo eo motu moueri non potest,vt constat , sed in plano longiore.

Quintò,hinc vera ratio , cur in superiore arcu destruatur citò impetus;tardiùs verò in in inferiore;quia,cùm Tangens cuiuslibet puncti arcus sit eius planum,& hæc in arcu superiore accedat propiùs ad perpendiculum ; non mirum est,si cum eo impetu per arcum superiorem moueri non possit mobile eò non ascendat , cuius tantùm ope per inferiorem arcum ascendit.

Theorema 26.

Omnes vibrattiones numerari non possunt ; certum est,cùm sint infinitæ ferè insensibiles,nec potest sensu discerni, quantus sit arcus minimæ vibrationis ; si tamen destrueretur tantùm impetus in ascensu ab impetu innato,nec tensio funis,triplex determinatio,resistentia aëris,&diuersæ partes funis , quarum minores vibrationes impediuntur quidquam facerent, cognita differentia prima vibrationis & secunda, fortè cognosci posset numerus vibrationum cognito principio progressionis ; quantus verò sit numerus vibrationum,quæ incipiunt à maiore, & quantus illarum quæ incipiunt à minore etiam incertum est, v.g. [a] si funependulum A D demittatur ex O , & deinde ex L;certum est quidem esse plures vibrationes cum demittitur ex O toto eo vibrationum numero , quæ recensentur,donec perueniatur ad illam vibratiouem, cuius ascensus constat arcu D L ; nam deinceps æqualis erit numerus earum , quæ consequentur,& earum, quarum prima demittitur ex L , vt patet ; quot verò præcedant vibrationes antequam perueniatur ad illam , cuius ascensus est arcus D L ; equidem aliqua obseruatione affixo scilicet maiore quadrante parieti in suos gradus distributo cognosci potest , sed nunquam satis acurata.

[a] *Fig. 3. Tab. 4.*

Itaque certum est primò accelerari motum in descensu , & retardari in ascensu.

Secundò, certum est impetum nouum accedere in descensu in singulis punctis arcus iuxta rationem sinus recti arcus inferioris ; in ascensu verò imminui acquisitum impetum in eadem ratione , omissa ea parte impetus, quæ destruitur tùm in ascensu tùm in descensu propter tensionem funis,& resistentiam aëris.

Tertiò,certum est,primum gradum impetus scilicet innatum concurrere ad descensum ; secus verò ad ascensum , & contra vltimum gradum concurrere ad ascensum,secus ad descensum ; sed hic vltimus gradus minimus est,& pro nihilo reputandus.

Quartò, certum est ascensum minorem esse descensu,nec funependulum ad eamdem,vnde dimissum est priùs,ascendere altitudinem.

Quintò,

Quintò, certum est arcum descensus maioris vibrationis habere maiorem proportionem ad arcum ascensus, qui sequitur, quàm habeat arcus descensus minoris vibrationis ad suum ascensum.

Sextò, certum est non tantùm imminui arcum ascensus ab aëre obsistente sed maximè ab impetu innato retrahente deorsum funependulum; tùm etiam maximè ab ipsa tensione funis, tùm ab ipso fune adducente pondus; tùm denique à diuersis partibus funis, quæ dum ab aliis retinentur, quasi cum illis pugnant, ex qua pugna sequitur aliqua clades in motu.

Septimò, certum est acquiri æqualem impetum ex eadem altitudine in motu deorsum, siue per arcum, siue per chordam, siue per ipsum perpendiculum inæquali tamen tempore; similiter destrui æqualem impetum in ascensu, qui ad eamdem altitudinem pertingit.

Octauò, certum est eo tempore, quo descendit mobile per arcum in ipso perpendiculo acquirere spatium maius ipso arcu, minus tamen duplo radij.

Nonò, certum est, non accelerari motum per arcum in descensu iuxta proportionem numerorum 1.3.5.7. vt volunt aliqui; quia hæc acceleratio ex ipso Galileo supponit principium illud, æqualibus temporibus acquiruntur æqualis velocitatis momenta, sed inæqualia acquiruntur in arcu; vt patet ex dictis; multò minùs intenditur iuxta proportionem arcuum qui secantur à lineis ductis parallelis horizontali ab iis punctis perpendiculi, in quibus secatur iuxta hos numeros 1. 3. 5. 7. certum est etiam non retardari iuxta eamdem proportionem in ascensu: quippe in hoc in eadem proportione retardatur, qua in illo acceleratur.

Decimò, certum est omnes vibrationes non posse numerari cuiuscumque longitudinis sit ipsum funependulum: immò hoc valdè esset inutile, vt inutile est nosse numerum granorum arenæ maris.

Vndecimò, certũ est vibrationes minores citiùs absolui, quàm maiores.

Duodecimò, certum est tempora vibrationum funependulorum inæqualium esse ferè, vt radices longitudinum, & longitudines, vt quadrata temporum dixi: ferè, nec enim omninò res ita se habet.

Constat ex iis quæ suprà diximus, ea omnia, quæ hactenus enumerata sunt, certa esse cum aliis plurimis suprà recensitis; sunt etiam aliqua innota. Primò incertum fuit hactenus, in qua proportione temporum percurratur arcus: Equidem certum est in qua proportione velocitas crescit, vt suprà demonstratum est; incertum, quænam sit progressio spatiorum seu proportio motus in spatio arcus, dato scilicet tempore sensibili.

Obseruo tamen, si consideretur hic motus in instantibus, demittatúrque funependulum è summo arcu, spatium quod acquiritur primo instanti est ad spatium, quod acquiritur secundo, vt sinus totus ad collectum ex sinu toto & sinu recto immediato arcus inferioris, qui proximè accedit ad totum; est autem ad spatium, quod acquiritur tertio instanti, vt sinus totus ad collectum ex sinu toto & duobus sinubus rectis immediatis, atque ita deinceps.

Obſeruo ſecundò iuxta progreſſionem Galilei, ſi aſſumatur pars tem-
a Fig. 35 Tab. 3. poris ſenſibilis, in qua percurratur ſpatium ſuperius in arcu, non poſſe cognoſci quanto tempore percurratur reliquus arcus; ſit a enim triangulum mixtum A B E, quale iam expreſſimus, ſitque primus arcus dato tempore decurſus ad reliquum vt A D ad D E; ducatur D C, ſitque v.g. trapezus D C B A ad triangulum A B E vt 2. ad 7. dico velocitatem, quæ acquiritur in arcu A D, eſſe ad illam, quæ acquiritur in A E vt 2. ad 7. & ad illam, quæ acquiritur in D E, vt 2. ad 5. ſed in hoc motu tempora non ſunt vt velocitates; quia temporibus æqualibus non acquiruntur æquales velocitatis gradus; igitur nec ſpatia vt temporum, ſeu velocitatum quadrata; igitur incertum eſt hactenus, in qua proportione temporum percurrantur duo arcus dati in quadrante, & quæ proportio ſpatiorum reſpondeat temporibus datis.

Secundò, incertum etiam hactenus in qua proportione percurratur velociùs arcus, quàm chorda, & tardiùs, quàm radius in perpendiculo, & quantum ſpatium in eodem perpendiculo percurratur eo tempore, quo totus arcus quadrantis peragitur.

Tertiò incertum eſt, in qua proportione minor vibratio citiùs peragatur, quàm maior; licèt cognoſci poſſit in qua proportione peragantur citiùs duæ chordæ inſcriptæ arcui minori, quàm duæ inſcriptæ arcui maiori; & licèt certum ſit omnes chordas ſeorſim ſumptas æqualibus temporibus decurri, & citiùs decurri duas eidem arcui inſcriptas, quàm ſolam inferiorem.

Quartò incertum eſt, in qua proportione imminuatur impetus tùm in deſcenſu, tùm in aſcenſu, tùm propter reſiſtentiam aëris, tùm propter tenſionem chordæ, tùm ratione triplicis determinationis in ſingulis punctis arcus; licèt certum ſit quantum ſingulis inſtantibus detrahatur impetus in aſcenſu ab impetu innato retrahente pendulum deorſum; incertum eſt tamen, quantus ſit ille impetus innatus.

Quintò, incertum eſt in qua proportione aſcenſus primæ vibrationis ſit minor deſcenſu eiuſdem; incertum etiam, in qua proportione aſcenſus ſecundæ ſit minor aſcenſu primæ; incertum denique, in qua proportione plùs imminuatur aſcenſus maiorum vibrationum, quàm minorum; licèt certum ſit plùs imminui.

Sextò, incertum eſt, quot peragantur vibrationes dati funependuli; item quantus ſit arcus vltimæ vibrationis; item in qua proportione maior ſit numerus vibrationum, quarum prima maior eſt numero vibrationum, quarum prima minor eſt; denique quot intercipiantur vibrationes in differentia data duorum arcuum.

Hæc, quæ hactenus propoſuimus in 6. vltimis capitibus, ſunt omninò incerta, ita vt neque ſenſu percipi poſſint, neque fuerit hactenus vllum principium, per quod poſsint demonſtrari; niſi fortè primum caput excipias, de quo infrà.

Primò dubium eſt, an numerus vibrationum funependuli maioris ſit maior numero vibrationum funependuli minoris, poſito quòd primam

vtriuſque

vtriusque vibratio sit similis.

Secundò dubium est, an numerus vibrationum funependuli longioris sit æqualis numero vibrationum alterius minoris, posito quòd prima vtriusque ab eadem altitudine demittatur; vel posito quòd arcus primæ maioris funependuli sit æqualis arcui primæ minoris.

Tertiò dubium est, in qua proportione pendula materiæ grauiores suas vibrationes citiùs peragant, quàm pendula materiæ leuioris; itemque dubium, quanto tempore citiùs extinguantur vibrationes penduli materiæ leuioris, quàm grauioris: licèt certum sit citiùs absolui vibrationes funependuli materiæ leuioris, quàm grauioris; hæc sunt dubia, quæ breuiter discutiemus in sequentibus Theorematis.

Theorema 27.

Funependula longiora diutiùs vibrantur, quàm breuiora, si prima vtriusque vibratio sit similis; experientia manifesta est; ratio etiam euidens, quia vt se habent singulæ vibrationes minoris ad singulas maioris; ita omnes minoris se habent ad omnes maioris, vt patet; sed singulæ maioris diutiùs durant, quàm singulæ minoris; igitur omnes maioris diutiùs durant, quàm omnes minoris, igitur funependula longiora diutiùs vibrantur, &c.

Theorema 28.

Tot sunt vibrationes maioris funependuli per se, quot sunt minoris, posito quòd vtriusque vibratio prima sit similis; demonstratur, [a] sit enim funependulum maius A G, & minus A O subquadruplum scilicet A G, demittatur A G ex A D, & A O ex A B, impetus acquisitus in G per D G est æqualis acquisito in perpendiculo A G; & impetus acquisitus in O per B O est æqualis acquisito in perpendiculo per A O; sed acquisitus in perpendiculo A G est duplus acquisiti in perpendiculo A O, vt constat; sunt enim velocitates, vel impetus acquisiti in ratione subduplicata spatiorum; præterea impetus, qui destruitur in ascensu G K, est æqualis acquisito in descensu D G, excepto primo gradu; itemque destructus in ascensu O M æqualis acquisito in descensu B O; igitur destructus in ascensu G K est duplus destructi in ascensu O M; itaque post descensum B O ascendat funependulum in N, ita vt ascensus O N sit minor descensu arcu N M: quia scilicet ad ascensum non concurrit impetus innatus: dico quòd post descensum D G ascendet tantùm in H; ita vt ascensus G H sit minor descensu toto arcu H K quadruplo M N: porrò tempus ascensus per G K est duplum ascensus per O M; & si concurreret impetus innatus, ascensus esset æqualis descensui per se; igitur perueniret in K; igitur si non concurrat vno tempore deest spatium N M, vel I K, id est toto eo tempore, quo ascendit pendulum A O; impetus innatus cum aliis concurrens ad ascensum promoueret mobile toto spatio N M, quod deest tantùm defectu illius concursus; igitur, si æquali tempore non concurrat ad ascensum G K; certè ex ascensu detrahetur tantùm I K æqualis v.g. M N; si verò duobus temporibus æqualibus non concurrat; certè ex ascensu

[a] *Fig.* 4. *Tab.* 4.

detra

detrahetur H K quadruplum M N; nam ſicut idem impetus concurrens duobus temporibus addit quadruplum ſpatium propter motum acceleratum ; ita ſi non concurrat duobus temporibus , deerit ſpatium quadruplum illius quod deeſſet , ſi tantùm vno tempore non concurreret; igitur aſcenſus maioris funependuli erit O H;igitur O H,O N erunt vibrationes ſimiles;igitur ſi deſcendat A G ex H,& A O ex N, vibrationes aſcenſus ſecundi erunt adhuc ſimiles propter eamdem rationem; igitur & vibrationes tertij aſcenſus,quarti,quinti,atque ita deinceps; igitur tot erunt vibrationes maioris , quot minoris per ſe , ſi prima vtriuſque vibratio ſit ſimilis : dixi per ſe;nam per accidens ratione funis ferè ſemper accidit mutari iſtum ordinem vibrationum.

Præterea , cùm impetus , quo pendulum maius aſcendit per G K, ſit duplus illius , quo minus aſcendit per O M , cùm in ſingulis punctis aſcenſus O M,& ſingulis aſcenſus G K deſtruatur impetus ; cum G K ſit quadruplum O M;certè in ſingulis punctis G K impetus deſtruitur ſubduplus illius,qui in ſingulis punctis O M deſtruitur;ſi enim æqualis;igitur impetus per G K eſſet quadruplus impetus per O M ; ſi minor ſubduplo v. g. ſubquadruplus ; igitur impetus per G K eſſet æqualis impetui per O M ; ſed eſt tantum duplus ; igitur ſubduplus deſtruitur in ſingulis punctis,igitur in æquali punctorum G K numero,ſubduplus tantùm impetus deſtrueretur ; in duplo punctorum numero,æqualis, in quadruplo punctorum numero , duplus ; deſtruitur autem in ſingulis punctis G K ſubduplus;quia ſubduplum tantùm tempus reſpondet ſingulis punctis G K illius temporis,quod reſpondet ſingulis punctis O M.

Corollarium 1.

Primò colligo,ſolutionem primi dubij propoſiti ſuprà,ita vt non iam dubium,at certum omninò ſuperſit.

Corollarium 2.

Secundò colligo, ſolutionem ſecundi dubij;ſi enim funependulum P G demittatur ex P R & AG ex AT;haud dubiè plures erunt vibrationes penduli P G,quàm A G;quia tot eſſent A G,quot P G,ſi A G demitteretur ex AD;ſed plures ſunt vibrationes funependuli A G demiſſi ex AD, quàm eiuſdem ex A T ; ergo plures funependuli P G demiſſi ex P R, quàm A G demiſſi ex AT;vnde ſoluitur prima pars dubij ſecundi,

Corollarium 3.

Tertiò colligo, ſolutionem ſecundæ partis eiuſdem dubij ; ſi enim A O demittatur ex A B,& A G ex A S;ita arcus G S ſit æqualis arcui O B; certè erunt plures vibrationes A O,quàm A G, vt patet ex dictis ; quod ſpectat ad tertium dubium,illud ipſum ſoluemus paulò pòſt.

Corollarium. 4.

Quartò ſi demittatur funependulum A G ex AV, vt deſcendat in A G,ſitque clauus horizonti parallelus in P,non aſcendet ſegmentum PG in P R,vt vult Galileus;quia AV non aſcenderet in AT , quod ipſe ſupponit;

ponit; atqui suprà demonstrauimus ascensum minorem esse descensu, non tantùm propter resistentiam aëris, vt vult ipse Galileus; sed propter principium intrinsecum destructiuum impetus acquisiti in descensu, de quo suprà.

Corollarium 5.

Quintò equidem, si A G demittatur ex A R, affixo clauo in P, non modò segmentum P G ascendet in P R, verùm etiam altiùs ascendet versus A; immò gyri plures erunt, si clauus affigatur propiùs ad punctum G, qui certè gyri quò minores erunt, eò citiùs conficientur.

Corollarium 6.

Potest determinari numerus istorum gyrorum; sit enim primò clauus in P, sint que A P G æquales; si A G post descensum K G ascenderet in A D; certè segmentum P G ascenderet per semicircumferentiam G R A, in P A, ratio est, quia pendulum G descendent ex K; sed ex hypothesi Galilei si descenderet ex Y ascenderet in R; igitur cùm ascendet cum illo impetu acquisito in descensu K G, ascenderet in D ex hypothesi Galilei; sed arcus G D est æquelis G R A.

Obseruabis primò iuxta nostram hypothesim, qua diximus pendulum A G post descensum per K G non ascendere in D, vix posse cognosci affixo clauo, ad quod punctum circuli G R A ex G pendulum peruenturum sit; si enim per G D ascendat in F, & assumatur A Z æqualis D F, non deessent fortè, qui existimarent arcum ascensus per G R A esse G R Z æqualem G F; sed plùs impetus destruitur in arcu G R Z, quàm in arcu G F, vt patet ex dictis; nam nullum est punctum in arcu G F, in quo plùs impetus destruatur, quàm in alio dato arcus G R Z; cùm tamen sint aliqua puncta in arcu G R Z, in quibus plùs impetus destruitur, quàm in arcu G F, v.g. in puncto R; itaque ducatur F D parallela A D: dico quòd perueniet pendulum in ♪; quippe cum eodem impetu ad eamdem altitudinem ascendiiur; quæ omnia certa sunt.

Obseruabis secundò, si affigatur clauus in θ, sintque P θ G æquales, ex hypothesi Galilei; pendulum G primò ex G perueniet in P, cum eo scilicet impetu, quo perueniet in T; tùm deinde ex P per β redit in G aucto scilicet impetu in descensu P β G, & ex G iterum ascendit in P; atque ita deinceps; quippe gyri perennes essent, nisi tandem totum filum circa clauum conuolueretur.

Obseruabis præterea, aliquid simile contingere, cum pondus filo pendulum in gyros, agimus circa mobilem digitum, v.g. quippe vltimi gyri citiùs absoluuntur; quia scilicet breuiores sunt, sed hæc sunt facilia; obseruabis tamen cum voluitur filum illud circa digitum pendulum, non moueri motu circulari, sed spirali; vnde cùm motus mixtus sit, in librum sequentem reiicimus.

Obseruabis deinde, cum pendulum A G descendit ex V in G, & propter clauum, à quo retinetur, filum ascendit in R, ascensum G R ferri breuiore tempore, quàm ascensum G T; quia ascensus G T & G D æquali se-

rè tempore peraguntur ; sunt enim vibrationes eiusdem funependuli; quippe licèt minor vibratio minore tempore fiat; illud tamen sensu discerni non potest,nisi in serie multarum vibrationum;atqui G R perficitur æquali tempore , siue pendulum descendat ex V;siue ex Y;acquiritur enim æqualis impetus vtroque modo ; sed ascensus G R fieret æquali tempore cum descensu Y G;hic verò breuiore,quàm V G,vt patet ; sunt enim numeri vibrationum,vt radices longitudinum.

Obseruabis denique posse funependulum,P G solidum demitti ex A, si tantillùm inclinetur ; sed de hoc funependulorum genere agemus infrà.

Theorema 29.

Funependulum in fine ascensus non quiescit vno instanti ; quia numquam ad perfectam æqualitatem peruenitur ; quod eodem modo probatur, quo suprà l. 3. est enim par ratio.

Theorema 30.

Figura penduli multum facit ad motum vibrationis : sphærica omnium ferè aptissima est præter Conchoidem , & eam,quæ constaret ex duobus conis in communi basi coniunctis,vel in gemina pyramide;ratio constat ex eis, quæ diximus de motu naturali.

Theorema 31.

Funis multùm etiam facit ; omnium optimus est tenuissimus , qui scilicet faciliùs aëra secat;nec enim dubium est,quin huic diuisioni resistat aër,cuius resistentiæ analogiam videmus in aqua, quam funis oblongus non nisi cum sensibili resistentia diuidit,vt videre est in iis funibus,quibus ab equis naues trahuntur ; aliqui adhibent ductum auri filum ; sed vnum præsertim obseruandum est,scilicet ne præ nimia tenuitate maioris fortè vi ponderis vlterius ducatur, vel dilatetur;vtrumque enim motum vibrationis retardat : immò pendulum ipsum non describeret semicirculum ; an verò semiellypsim vt volunt aliqui , definiemus suo loco, cum de lineis motus.

Theorema 32.

Pondus funependuli multùm facit ad vibrationis motum;si enim granulum plumbeum appendatur, vix superabit resistentiam funis, qui vt vibretur , optimè tensus esse debet ; atqui notabili pondere tendi tantùm potest.

Theorema 33.

Materia funependuli multùm etiam facit ad vibrationis motum suppositâ scilicet eadem figura ; quippe tam leuis esse posset materia , vt nec aëris vim nec funis resistentiam superaret: hinc globus subereus vel è sambucea medulla constans , tardiùs descendit , quàm plumbeus ; habes apud Mersennum has proportiones ; globus plumbeus pendulus fune pedum 3. $\frac{1}{2}$ è summo quadrantis arcu demissus ascendit per arcum oppositum

æqualem

æqualem minus vno digito; subereus verò minus $\frac{4}{9}$ arcus quadrantis; sabuceus minus $\frac{6}{7}$ cereus minus tribus digitis; addit præterea plumbeũ in perpendiculo conficere 48. pedes tempore duorum secundorum, cereum paulò maiore tempore; quod tamen percipi non potest; subereum in eodem spatio percurrendo ponere tria secunda medullarum 5. vesicam piscis inflatam 8. sed hæc accuratè obseruari non possunt; si enim dicam superesse, vel deesse aliqnid, vel spatij, vel temporis, quod tamen sensu minimè percipiatur; quis est qui contrarium probare possit?

Scholium.

Obseruabis primò non esse omittendum, quod habet Galileus in dialogis, & facilè ex dictis colligi potest, scilicet pendula diuersæ longitudinis ita posse componi, vt vnum vnicam vibrationem efficiat, dum aliud percurrit 2. vel 3. &c. atque ita haberi posse quemdam oculorum quasi concentum non sonorum sed motuum, v.g. si sit alter funis longus 4. pedes; alter verò vnum, pendulum ex illo duas percurret; quia numeri vibrationum sunt, vt tempora; hæc verò subduplicata longitudinum; hîc autem vides quadam speciem diapason, cuius proportio in his numeris posita est $\frac{1}{2}$; si vero aliud funependulum sit longum 9. pedes, conficiet & alterum vnum hoc eodem tempore tres vibrationes; si sit aliud, 16. pedes longum, & alterum vnum; hoc eodem tempore conficiet 4. vibrationes, atque ita deinceps poteris habere quamlibet proportionem in numeris vibrationum ex ipsa combinationum regula; sed profectò non magnam voluptatem ex hac quasi oculorum musicâ percipies, saltem ego modicam percipere potui.

Obseruabis secundò, hactenus actum esse à nobis de primo funependulorum genere satis longa tractatione; iam ergo superest, vt de aliis agamus.

Theorema 34.

Pondus pendulum contorto fune gyros agit reciprocos in plano horizontali; ratio petitur tantùm ex compressione intorti funis, qui dum se se reducit ad pristinum statum, pendulum pondus in gyros agit; cum verò acceleretur motus, & nouus semper accedat impetus, pendulum ipsum funi etiam pristino statui restituto quasi primam gratiam refert, cùm impetum in eum refundat; si enim funis solus adesset nullo pendulo pondere tensus; haud dubiè statim quiesceret, vbi sublata esset compressio; at verò quia impetus ponderi pendulo impressus adhuc durat funem ipsum in contrariam partem intorquet; donec tandem post multos gyros repetitos pendulum pondus quiescat.

Scholium.

Obseruabis plures esse huius funependuli motus affectiones, quæ certè demonstrari possunt; quia tamen causa huius, qui sequitur ex compressione est noua potentia motrix, quàm mediam vocamus, cuius mirifica vis vix cognosci potest, nisi probè cognoscatur ratio densi, rari, &c. tractationem

ctationem hanc in alium Tomum reiicimus, in quo fusè agemus de omnibus affectionibus huius potentiæ.

Theorema 35.

Corpus oblongum flexibile in altera extremitate immobiliter affixum, si incuruetur non modò reducit sese ad pristinum statum, verùm etiam multas tremulas vibrattones hinc inde facit; quarum causa est motus acceleratus eiusdem potentiæ motricis mediæ; has quoque vibrationes remittimus.

Theorema 36.

Funis tensus in vtraque extremitate affixus, si pulsetur infinitas ferè tremulasque vibrationes hinc inde peragit; sunt etiam mirabiles harum vibrationum affectiones, quas multis Theorematis in eodem volumine prosequemur.

Diceret aliquis; igitur in hoc tractatu omnia, quæ spectant ad motum non habentur; Respondeo, tractatum hunc esse potissimum institutum ad demonstrandas omnes affectiones tùm motus grauium, tùm motus impressi à principio extrinseco, intactis prorsus iis motibus, qui sunt vel à potentia motrice animantium, in ipsis duntaxat animantibus, de quibus agemus suo loco, quales sunt progredi, currere, volare, notare, repere, &c. vel à leuitate corporum, si fortè aliquis motus est à leuitate, quod hîc non discutio, sed remitto in librum de graui & leui; vel denique ab illa potentiâ mediâ, cui omnes motus tensorum, compressorum, arcuum; reique tormentariæ tùm hydraulicæ, pneumaticæ, &c. tribuemus: de his certè motibus in hoc tractatu non agemus; quia cùm non possint demonstrari illorum affectiones, nisi cognoscantur illorum causæ; neque hæ cognosci possint, nisi multa alia cognoscantur, vt certissimum est; minùs prudenter factum esset, si de iis hoc loco disputatio institueretur.

Theorema 37.

2 *Fig. 5. Tab. 4.* *Est aliud corporis libratilis genus*, 2 si sit v. g. corpus oblongum, graue, & solidum A F in situ horizontali innixum plano verticali E B C D; si enim extremitas F attollatur per arcum F G circa centrum B; haud dubiè altera A deprimetur per arcum A I circa idem centrum B; at statim G descendet motu naturaliter accelerato in F, & propter acquisitum in descensu, descendet infra horizontalem C F per arcum F H, circa centrum C, & I ascendet in A, tùm in K, sed K statim descendet, atque ita deinceps; donec tandem post multas vibrationes quiescat A F in situ horizontali; porrò G descendit, quia G I non est in æquilibrio, cùm centrum grauitatis sit in M; igitur B G, quæ est longior B I, descendet.

Corollarium 1.

Primò colligo, motum accelerari in descensu G F, quia impetus acquisitus in G remanet adhuc in Q, & nouus acquiritur, vt sæpe dictum est.

Corollarium 2.

Secundò, impetum acquisitum in G esse minorem acquisito in Q; & acquisitum in Q minorem acquisito in F; quia momentum in G est ad momentum in E, vt O B ad F B, vt suprà dictum est multis locis.

Corollarium 3.

Tertiò colligo, esse inuersas rationes accelerationis in funependulo, & in priori, quod vibratur in plano verticali: quippe in isto impetus acquisitus in superiore arcu est maior acquisito in inferiore, secus in illo.

Corollarium. 4.

Quartò colligo, istas vibratioues non esse perpetuas, quia secunda est minor prima, & tertia minor secunda, atque ita deinceps propter rationem, quam attulimus suprà.

Corollarium 5.

Quintò colligo, vibrationes minores fieri citiùs, quàm maiores, v. g. Q F quàm G F, quod multis constat experimentis, & ratio est manifesta; quia Q F fit æqualis Q G; certè Q F accedit propiùs ad perpendicularem quàm G Q; igitur cùm fit æqualis, breuiore tempore purcurretur, quod clarissimum est.

Corollarium 6.

Sextò colligo, easdem vel similes sequi si A F suspendatur ex L N; est enim prorsus eadem ratio.

Corollarium 7.

Septimò colligo, alia corpora etiam cubica, vel alterius figuræ plano horizontali v. g. ipsi solo incubantia, si tantillùm è suo situ remoueantur per similes vibrationes sese in illum restituere; immò ex minima percussione multis huiusmodi vibrationibus percussum corpus contremiscit.

Theorema 38.

Si corpus solidum pendulum circa punctum immobile ita voluatur, vt ex verticali situ amoueatur; haud dubiè descendet, ascendetque per vibrationes repetitas; & hoc est vltimum vibrationum genus, quarum eadem est prorsus ratio, & causa, quam superioribus tribuimus, iis scilicet, quæ in plano verticali à pendulo pondere describuntur; nam in vtroque genere vibrationum primò acceleratur motus; secundò plùs initio, minùs ad finem vibrationis, tertiò non sunt perpetuæ vibrationes; quartò ad ascensum non concurrit impetus innatus; quintò, impetus destruitur cum maiore proportione in maiore vibratione, quàm in minore, &c. quæ vtrique generi sunt communia.

Theorema 39.

Funependulum, & corpus oblongum eiusdem longitudinis non descendunt æquè velociter, si ex eadem altitudine demissa circa centrũ immobile vibrentur;

a *Fig.6. Tab.4.* a sit enim corpus oblongum A B vibratum circa centrum immobile A per arcum B C, sitque pendulum pondus C fune C A, demissum, & vibratum per arcum B C; certè tardiùs funependulum hoc arcum B C percurret, quàm corpus oblongum, quod multis experimentis comprobatum est; ratio est, quia in pondere funependulo solum pondus E censeri debet causa motus; quippe, licèt funis aliquid conferat; quia tamen tam exilis esse potest, vt vix quidquam addat pŏderis, pro nihilo computatur; igitur totus motus est ab ipso pondere pendulo; at verò in corpore oblongo A B, quod sit v. g. parallelipedum, vel cylindricum, non tantùm est motus à puncto B, verùm etiam à punctis F E, &c. cum enim punctum F, v. g. si seorsim sumatur, percurrat arcum F G citiùs quàm punctum B seorsim arcum B C, certè punctum F, quasi deorsum rapit punctum B igitur totum corpus A B citiùs absoluit suam vibrationem, quàm funependulum, quod erat probandum.

Theorema 40.

Vt sustineatur corpus oblongum A B, facilius sustinetur in B, quàm in F, & in F, quàm in E, & in E quàm in H, atque ita deinceps (suppono autem, quòd possit volui circa centrum A) ratio clara est ex vecte, de quo suo loco; immò licèt A B penderet tantùm vnam vnciam, posset aliquod assignari punctum iuxta A, in quo ab homine robustissimo sustineri non posset in situ horizontali A B.

Theorema 41.

Si descendat cylindrus A B in A C circa centrum A, & occurrat in A C alteri corpori, ictum maximum infliget ex puncto F, si A F est media proportionalis inter A E, A B, & habeatur tantum ratio impetus absolutè sumpti; hoc fuit iucundissimum Theorema, quod in lib. 1. demonstrauimus; neque hîc repeto; vnum tantùm addo valdè paradoxon in punctum G esse maximum ictum, non tamen maximam vim, scilicet ad mouendum; nam in D maior erit vis, quàm in G, & in I, quàm in D; erit tamen minor motus, seu minor impressio.

Theorema 42.

In maiori proportione destruitur impetus in ascensu vibrationis eiusdem corporis oblongi, quam in ascensu vibrationis funependuli; constat certè clarissimis experimentis; ratio est, quia plures partes impetus innati resistunt; quippè impetus innatus funis tam paruus est, vt pro nullo habeatur.

Theorema 43.

Hinc sunt pauciores vibrationes corporis oblongi, quàm funependuli, cum singuli ascensus plùs impetus destruant in vibrationibus corporis oblongi, quàm funependuli: Hinc citiùs quiescit corpus oblongum vibratum, quàm funependulum; licèt vtrumque ex eadem altitudine demittatur; quod etiam multis experimentis comprobatur, & ratio patet ex dictis.

Theorema

Theorema 44.

Vibrationes minores corporis oblongi citiùs peraguntur, quàm maiores; experientia certa est, ratio verò eadem cum ea, quam explicuimus suprà in funependulis.

Theorema 45.

Minùs producitur impetus in E, v.g. corporis oblongi, scilicet in descensu, quàm si A E separata esset ab A B; patet, plùs tamen producitur, quàm si E deferretur à B, vt accidit in funependulis; prima pars est certa; quia corpus oblongum AE perficit citiùs suam vibrationem, quàm A B; secunda etiam probatur, quia alioqui vibratio corporis oblongi, & vibratio funependuli eiusdem longitudinis æquali tempore percurreretur.

Theorema 46.

Si punctum H esset nodus longè grauior reliquo A B, extremitas B percurreret citius arcum B C, quàm ipsum perpendiculum; quia scilicet impetus nodi A segmentum H B secum abriperet; sed eo tempore, quo percurritur arcus H I, non percurritur, perpendiculum æquale arcui B C, vt patet; immò posset ita componi corpus oblongum, vt punctum B tùm in perpendiculo, tùm in arcu B C, æquè citò moueretur; multa haud dubiè dicenda supersunt de hoc pendulorum genere, quæ remittimus in appendicem, quam huic Tomo subnectimus.

* *
*

LIBER NONVS,

DE MOTV MIXTO EX RECTO, ET Circulari, vel ex pluribus Circularibus.

MOTVS mixtus esse potest vel ex recto, & circulari, vel ex duobus rectis, & circulari, vel ex duobus circularibus, & recto, vel ex pluribus circularibus, atque ita deinceps: de iis acturus sum in hoc libro, reiectis tamen lineis istorum motuum in Tomum sequentem.

DEFINITIO 1.

Motus mixtus ex circulari & recto ille est, ad quem concurrit duplex impetus, quorum vnus sit determinatus ad motum rectum, & alius ad circularem, vel vnus tantum impetus, ad cremam, & rectam lineam suo modo determinatus.

Hunc modum explicabimus infrà in Theorematis; interea definitio, satis clara est mihi videtur: exemplum habes in rota, quæ in recto plano voluitur.

Definitio 2.

Motus mixtus ex duobus circularibus est, ad quem concurrit impetus, vel vnicus, vel duplex ad duas lineas circulares determinatus; similiter definiri potest mixtus in duobus, & circulari; duobus circularibus & recto, pluribus circularibus.

Sed quæso, cum audis motum mixtum ex duobus, caue credas, duos motus inesse eidem mobili; quod certè fieri non potest, sed tantùm plures impetus, vel vnicum ad diuersas lineas determinatum.

Axioma

Axioma 1.

Illæ partes mouentur velociùs, quæ tempore æquali maius ſpatium acquirunt, tardiùs verò, quæ minus ſpatium, clariſſimum eſt, nec maiori indiget explicatione.

Axioma 2.

Cum vtraque determinatio motus ad eamdem partem ſpectat, acquiritur maius ſpatium; cum verò ad diuerſas partes minus, atque ita pro rata; hoc etiam Axioma certum eſt.

Hypotheſis.

Rotæ circa idem centrum mobilis ſemicirculi oppoſiti in partes contrarias feruntur, motu ſcilicet orbis per arcus ſcilicet æquales; nam anguli oppoſiti æquales ſunt; ſed arcus ſunt vt anguli.

Poſtulatum.

Liceat rotare orbem in plana ſuperficie, in conuexa, in concaua, in æquali, inæquali, ita vt motus orbis conueniat cum motu centri, vel ab eo diuerſus ſit.

Theorema 1.

Rota, quæ mouetur in ſuperficie plana, mouetur motu mixto ex recto centri & circulari orbis; fit enim [a] AQLZ incubans plano AD in quo rotatur, ſitque AD recta æqualis arcui AQ; certè poſito quod motus orbis ſit æqualis motui centri, id eſt poſito quod æqualibus temporibus ſegmentum plani percurratur motu centri v.g. OE vel AD æquale arcui, qui circa centrum O conuoluitur motu orbis, v.g. arcui AQ, quodlibet punctum peripheriæ rotæ mouebitur motu mixto ex recto, & circulari v. g. punctum L motu centri fertur verſus V & motu orbis verſus Q; ſi enim eſſet tantm motus centri verſus E, omnes partes mouerentur motu recto v.g. L per rectam LV, A per rectam AD; ſi verò eſſet tantùm motus orbis, omnes partes mouerentur tantùm motu circulari v. g. L, per arcum LZ; A per arcum AZ; at cum ſimul ſit vterque motus, id eſt vtraque determinatio, certè vtraque confert de ſuo; igitur eſt motus mixtus.

[a] *Fig.* 7. *Tab.* 4.

Theorema 2.

Vnicum tantùm punctum rotæ mouetur motu recto, ſcilicet centrum, cætera per lineam curuam; de centro conſtat, quia cùm ſemper æqualiter diſtet à planis AD & LV, ſcilicet eodem radio OL, ON; certè percurrit OE parallelam vtrique; ſed parallela vtrique eſt recta, punctum verò L mouetur per lineam curuam, vt conſtabit ex illius deſcriptione, quàm trademus infrà.

Theorema 4.

Si diuidatur arcus LQ in tres arcus æquales & planum AD in tres partes æquales, poteſt aſſignari punctum, in quo ſit L decurſo primo arcu LK; ſi enim eſſet tantùm motus cẽtri, eſſet in μ, ſi motus orbis eſſet in K; igitur ſit recta MI parallela LV, ſitque KI æqualis AB, vel L μ; haud dubiè erit

in I;nec enim descendet infra M I, vt constat: sic motus orbis dat L K, vel M K motus centri L μ vel K I; igitur vterque simul L I vel K I: similiter decurso arcu K H,punctum rotæ L erit in G; nam motus orbis dat L H,vel N H,vel motus centri A C vel L V;igitur si assumatur H G æqualis L V,vterque motus dabit L I G.

Corollarium 1.

Hinc colligo, descriptionem lineæ, quam suo motu seu fluxu describit punctum L,cuius infinita puncta assignari possunt, si enim diuidatur planum æquale arcui L Q in tot partes,in quot diuiditur arcus L Q, & cuilibet sinui recto arcus assumpti addatur segmentum plani constans tot partibus, quot partibus arcus aliis arcubus v.g.sinui M K,K I æqualis L μ,sinui N H,L V,denique sinui toti O Q tota L Y,habebuntur singula puncta huius lineæ L,I,G,F quam rotatilem appellamus;quæ certè eò acuratiùs describetur, quò plura eius puncta signabuntur, id est quò diuidetur arcus L Q in plures arcus,& planum L V in plures partes.

Corollarium 2.

Linea quoque rotatilis puncti A describi potest diuiso arcu A Z in tres arcus,& plano A D in 3. pattes; sint enim sinus T X, Y π sitque T S æqualis AB,Y R æqualis A G,& Z P æqualis AD;certè describetur hæc linea per puncta A S R P à quo plura puncta signabuntur, eò accuratiùs describetur,quæ omnia constant ex dictis;nam motus orbis dat A T vel X T motus centri A B;igitur T S.

Corollarium 3.

Hinc vides punctum L oppositum puncto contactus ita moueri, vt motus orbis addatur motui centri; punctum verò A ita mouetur,vt motus orbis detrahatur motui centri.

Corollarium 4.

Hinc etiam describi potest linea,quam describit quodlibet punctum interioris circuli v,g.punctum E;describatur enim arcus quadrãtis & 2. diuidatur in 3. arcus æquales,ducanturque per puncta signata 3.4. rectæ parallelæ O E,assumatur 3. 5. æqualis L μ & 4,6,æqualis L V; denique 2.7. æqualis L V,connectanturque puncta signata per lineam nouam, E 5. 6. 7. hæc est linea quam describit suo motu mixto punctum C, quæ constat ex dictis.

Corollarium 5.

Aliter describi potest hæc linea rotatilis; sit enim A D diuisa v.g. in tres partes æquales, itemque O E ex punctis ρ Q, describantur circuli æquales rotæ,assumanturque arcus B S æqualis L K & arcus C R æqualis L K, & habebis puncta S R:similiter assumatur arcus μ I æqualis L K & alter V.G.æqualis L H,& habebis puncta I G,idem fiet pro aliis punctis;hinc vides rotatilesde scribi posse per sinus,& per arcus,

Coroll.

Corollarium 6.

Collige punctum L in arcu descensus L Q ita moueri, vt motus orbis addat sinus rectos motui centri v.g. motus orbis L K addit sinum rectum M K; punctum vero oppositum A ita mouetur in arcu A Z, vt motus orbis detrahat sinus rectos motui centri v. g. motus orbis A T detrahit sinum X T, punctum Z ita vt ascendit per arcum Z L, vt motus orbis addat motui centri sinus versos v. g. motus orbis arcus Z Q addit sinum versum Z 11. denique punctum oppositum Q ita descendit per arcum Q A vt motus orbis detrahat motui sinus versos v. g. motus orbis arcus Q T detrahit sinum versum Q 13. hinc vides quàm benè conueniant, singulæ quadrantes rotæ cuius rei ratio clarissima est.

Corollarium 7.

Hinc punctum Z in ascensu Z, 10. grad. 60. tantùm addit motui centri, quantum L in descensu L, 10. grad. 30. ascunsus verò 10. L grad. 30. tantum addet quantum ascensus 10, Q grad. denique si accipatur primus arcus ascensus addit sinum versum, si vltimus, rectum; at verò primus descensus in semicirculo dumtaxat superiore addit sinum rectum, vltimus versum, quæ omnia certissimè constant.

Scholium.

Obseruabis hanc esse liueam rotatilem, quàm à multis annis cum infinitis ferè rotatilium speciebus & proprietatibus noster Philosophus inuenit, de quibus sequenti Tomo.

Theorema 4.

Omnia puncta rotæ A Q L Z, quæ rotatur in plano, mouentur inæquali motu; de duobus oppositis L A constat manifestè, quia æquali tempore L acquirit maius spatium, quàm A, v. g. spatium L I eotempore quo A acquirit spatium A S: de duobus Q Z etiam constat; nam Z ita mouetur versus L, vt motus orbis addat sinum versum motui centri Q verò ita mouetur, vt detrahat eumdem sinum; igitur Z mouetur velociùs, quàm Q; de duobus K & 10. certum est, nam 10. plùs addit ascendendo quàm K descendendo æquali tempore; nam 10. in arcu 10. L addit motui centri 10. M, & K in descensu K H addit addit tantùm 14. H; sed hæc est minor 10. M, vt constat toto sinu verso arcus H Q; & licèt punctum 10. in ascensu eodem tempore addat 10. M quo punctum L in descensu addit M K æqualem; non tamen propterea mouentur æquè velociter; quia punctum L initio mouetur velociùs, & sub finem tardiùs; at verò punctum 10. initio mouetur tardiùs; vnde quocunque arcu assumpto inter 10. L, & alio æquali inter L K, punctum L mouebitur velociùs initio.

Corollarium 1.

Hinc colligo, punctum L omnium velocissimè moueri initio & punctum A omnium tardissimè; ratio est quia puncto L motus orbis addit

totum id quod potest addere, posito quod sit æqualis motui centri, & puncto A detrahit totum id, quod potest detrahere.

Corollarium 2.

Colligo secundò, duo puncta eodem tempore spatia æqualia posse acquire, licèt vtrumque mobile inæquali motu moueatur.

Corollarium 3.

Tertiò, si assumatur punctum β grad. 45, illud ipsum esse, quod maximum omnium spatium conficit eo tempore, quo reuoluitur quadrans, id est eo tempore, quo percurrit lineam L, I, G, F; nam percurrit segmentum rotatilis, cuius chorda est ♪ β, seu percurrit duplam segmenti L 15. atqui dupla L 15. est maior L F, vt constat.

Corollarium. 4.

Centrum O mouetur velociùs, quàm punctum contactus A, vt certum est; nam eo tempore quo centrum conficit OP æqualem AB, punctum A conficit tantùm A S.

Theorema 5.

Punctum A non regreditur, sed tantillùm accedit dextrorsùm; ratio est, quia dextrorsum acquirit A B, v. g. sinistrorsum verò acquirit X T æqualem arcui A V; sed arcus est mâior suo sinu; igitur plùs acquirit dextrorsum, quàm sinistrorsum; igtur non regreditur, nec etiam remanet in linea A O.

Theorema 6.

Omnia puncta inter O Q mouentur tardiùs, quàm centrum O; sit enim punctum P v.g. certè perueniet in 7. ita vt O P R 7. sint æquales; sed P 7. est minor OE, licèt P 7. tantillùm incuruetur; è contrario verò nullum est punctum inter G Z, quod non moueatur velociùs, quàm O, vt patet; hinc Z mouetur velocissimè omnium punctorum diametri Z Q; Q verò tardissimè; O denique medio quasi motu inter vtrumque; tardiùs quidem cæteris inter Z O, velociùs tamen aliis, quæ sunt inter O Q; immò omnia puncta radiorum O A, O Q, quæ distant æqualiter ab O eo tempore, quo centrum O percurrit totam O E, acquirunt æqualia spatia, itemque æqualia, quæ sunt in radiis O L, O Z, licèt prioribus maiora: similiter motus aliarum partium, quæ sunt intra circulum, earumque spatia, dato tempore cognosci possunt, & ex dictis facilè intelliguntur.

Corollarium 1.

Hinc collige vulgi sensum; nam plerique omnes existimant tùm omnes partes peripheriæ rotæ moueri æquè velociter, tùm nullam esse partem intra circulum vel arcum, quæ non moueatur tardiùs, tùm partibus peripheriæ, tum ipso centro.

Corollarium 2.

Colligo secundò, si fiat quadrans A, 18, 16, vt est arcus 18, 16. ad rectã

18. A,

18.A.ita rectam 18. A esse ad L A; quia A 16. est æqualis semicirculo L Q A,& hic arcui quadrantis L.19. sed vt 16.18.ad 18.A vel L 19.æqualem,ita L 19. ad L A;igitur A est media proportionalis inter L A, & arcum 18.16. sed de hoc aliàs.

Theorema 7.

Punctum L mouetur velociùs,& velociùs in infinitum puncto A;assumatur enim motus puncti L per vnicum gradum quadrantis L Q;addatur sinus rectus vnius grad.1745.ipsi gradui, scilicet 1746. eritque spatium confectum 3491. paulò plùs;detrahatur autem gradus ex sinu supersit I, sitque sinus versus vnius gradus 15. certè erit spatium decursum ab A dato illo tempore paulò plùs;sed velocitates motuum æquali tempore sunt vt spatia;igitur velocitas motus puncti L est ad velocitatem motus puncti A,vt 3491.ad 15.id est vt 232.ad I;atqui si accipiatur in orbe spatium minus vno gradu,erit adhuc maior proportio motus puncti L ad motum puncti A.

Immò,si ponas sinum totum partium 1000000. & assumat motum L, & A per vnum minutum arcus erit 2910,& eius sinus rectus 2908.versus verò;igitur motus A erit vt 2. motus L 5818. igitur motus L ad motum A per vnum minutum quadrantis,vt 2909.ad I,atq; ita in infinitũ.

Theorema 8.

Minor rota inclusa maiori ita mouetur, vt sit maior in illa motus centri, quàm motus orbis;sit enim minor rota P π; haud dubiè centrum O acquiret spatium O E duplò maius arcu P ϖ eo tempore,quo motus orbis percurret eumdem arcum P ϖ; an verò singula puncta quadrantis P ϖ respondeant singulis punctis plani $\varpi\,\theta$, vel singula duobus, vulgaris difficultas est, quæ ab Aristotelica rota sibi nomen fecit, quam hîc breuiter discutimus.

DIGRESSIO

De Rota Aristotelica.

ARistoteles hanc difficultatem habet,quæst.24.Mechanicorum, quã etiam explicat Blancanus,proponitq; Mersennus in præfatione suæ versionis mechanicarũ Galilei;nos illam hoc loco breuiter discutiemus.

1. Tribus modis potest moueri rota in plano 1°. ita vt motus centri motui orbis sit æqualis,id est vt centrum percurrat lineam rectam æqualem arcui orbis,qui eodẽ tẽpore conuertitur. 2°.ita vt motus orbis sit minor motu centri,id est vt centrum percurrat lineam rectam maiorẽ arcu, qui eodẽ tẽpore conuoluitur. 3°.ita vt motus centri sit minor motu orbis.

2. Primum motus modum discussimus in superioribus Theorematis, 2.verò,& 3.discutiemus hoc loco.[a] sit ergo in præsenti fig.rota incubans plano CN in puncto C centro A,radio A C,quæ aliã includat concẽtricã [a] *Fig.8. Tab.4.*

radio A B;sitque v.g. A B subdupla A C; sit planum C E æquale arcui C H;ita vt in decursu singula puncta C H respondeant singulis C E ; cùm autem rapiatur rota A B D à maiore;haud dubiè punctum D peruenit in F , cum punctum A peruenit in G ; id est radius A D cenuenit cum G F.

3. Porrò caput difficultatis potissimum in eo positum est,quod BF sit dupla arcus B D ; igitur vel singula puncta arcus B D respondent in decursu singulis B F, vel singula B D respondent duobus B F , vel alterna puncta B F saltuatim remanent penitus intacta ; sed nihil horum dici posse videtur:non primum,quia alioquin tot essent puncta in arcu D B, quot in plano B F æquali arcui C H,igitur subduplus arcus esset æqualis duplo,quòd dici non potest;licèt aliqui vltrò concedant , quod ego minimè concedere,nedum concipere possum , non potest etiam dici quod singula puncta arcus D B respondeant duobus punctis plani B F ; cùm enim puncta D,& C sint in eodem radio A C;certè si punctum tangit in motu punctum plani proximè sequens dextrorsum;igitur A B cadit perpendiculariter in B F ; igitur & A C in C E ; igitur punctum C tangit etiam in motu punctum proximè sequens plani C E; igitur planum C E esset duplum arcus C H,sed est æquale per constructionem;nec est quod aliqui prouocent ad experimentum,quod nullum est;quippe quod certæ & geometricæ demonstrationi repugnaret.

4. Non potest etiam dici , quòd alterna puncta plani B F quasi saltuatim remaneant intacta;nam eo tempore , quo aliquod punctum plani C E respondens puncto intacto plani B F tangitur;haud dubiè aliquod punctum arcus B D tangit planum B F;alioquin centrum A descenderet supra lineam A G;igitur maior rota non incubaret plano C E contra hypothesim ; igitur quolibet instanti aliquod punctum arcus B D tangit planum B F;igitur nullum punctum plani B F intactum est; quippe omne punctum contactus plani C E , & maioris circuli respondet puncto contactus oppositi plani B F,& minoris circuli;igitur non remanent alterna puncta plani B F quasi saltuatim intacta.

5. Hinc reiicies infinita illa vacuola Galilei;si enim in linea B M remanent infinita puncta intacta , non verò in C N ; certè vbi punctum, quod immediatè sequitur C tangitur,& fit punctum contactus, vel nullum punctum in BF tangitur vel aliquod;si primũ;igitur radius minoris rotæ imminuitur,quod est absurdum:si secundum ; igitur nullum vacuolum intercipitur, quod est contra Galileum ; quod verò spectat ad poligona concentrica determinabimus paulò pòst; sint enim [a] duo poligona concentrica centro D,quorum maius ita voluatur,vt A I respondeat A F, id est circa centrum A;certè M mouebitur per arcum M I , D per arcum D E,B per arcum B M;igitur singula puncta mouebuntur motu simplicis circulari eoque velociùs , quò recedent longiùs ab A : hinc punctum B mouebitur omnium velocissimè, quia longissimè distat à puncto A.

[a] *Fig. 9. Tab. 4.*

6. Si verò minus poligonum dirigat motum, qui primò fiat ciat centrum D;haud dubiè punctum A mouebitur per arcum AV,per quẽ retro-

agetur

agetur; igitur si maius poligonum dirigat motum, relinquentur plura segmenta in plano C H intacta æqualia D E; si verò minus dirigat latera maioris poligoni, aliquid semper de priori spatio in plano B F quasi repetent per regressum.

7. Hinc tamen malè concludit Galileus simile quid accidere in motu circulorum concentricorum; est enim maxima disparitas: Primò, quia centrum A circuli in priori figurâ nunquam recedit à linea A L, alioqui radij circuli eiusdem essent inæquales, cùm tamen M poligoni ascendat supra M I. Secundò, quia nullum punctum peripheriæ circuli quiescit. Tertiò, quia omnia puncta circuli mouentur motu mixto ex recto, & circulari, excepto centro, cùm tamen omnia puncta poligoni motu circulari moueantur, excepto puncto contactus, quod quiescit.

8. Et ne omittam aliud, quod miraculi loco est apud eumdem Galileã, quo scilicet primum illud suum effectum confirmare contendit, scilicet punctum dici posse æquale lineæ a sit enim semicirculus ABMC, rectangulum BN, triangulum ALN, recta KD parallela B C, denique AI circa axem A M; voluantur hæc tria; certè rectangulum relinquit cylindrum, triangulum, conum, & semicirculus hemisphærium; sit autem idem planum K D parallelum B C secans hæc tria; haud dubiè sectio coni H F erit circulus, isque æqualis plano contento duobus circulis parallelis, quorum maior habeat diametrum K D, & minor I E, quod breuiter demonstratur; quia quando I A est æquale quadratis I G A, sed B A est æqualis A I, & B C æqualis K D dupla A I; igitur quadratum K D est quadruplum quadrati K G, vel I A; igitur continet quatuor quadrata A I, & A I quatuor A G, vel H G; igitur continet quadratum I E, & H F; sed circuli sunt vt quadrata diametrorum; igitur circulus diametri K D continet circulos diametri I E, & H F; igitur, si ex circulo diametri C D detrahatur circulus diametri I E, supereſt corona illa, cuius latitudo est I K, & E D, de qua suprà; igitur æqualis est circulo diametri A F. a *Fig. 14 Tab. 4*

9. Hinc concludit Galileus punctum apicis coni A esse æquale circulo diametri B C; quod certè non mihi videtur sequi; cùm semper agatur de basi coni, quæ non est punctum, & licèt conus H F A sit æqualis solido K I B in orbem scilicet ducto, detracto dumtaxat hemisphærio ex cylindro, quod tamen non demonstrat Galileus, sed demonstrarum supponit à Luca Valerio; nunquam paoſectò perueniet ad punctum mathematicum; quippe semper habebit conum æqualem alteri solido; si verò quis admittat puncta physica, concedi posset vltrò punctum physicum conicum æquale esse alteri solido maximè dilatato propter angulum contingentiæ K B I in quo non videtur esse difficultas.

10. Quod autem conus H A F sit æqualis prædicto solido, quod Galileus vocat scalprum orbiculare, breuiter demonstro; quia cum basis H F sit æqualis K I, E D, id est coronæ, itemque singulæ bases supra H F vsque ad verticem A; certè totum H F A conflatum ex omnibus basibus est æquale toti solido seu scalpro conflato ex omnibus coronis; hæc obiter attigisse volui, ne fortè dissimulatum à nobis esse quisquam existimaret,

sed

sed iam hoc potissimum supereſt, vt difficultatem propoſitam de rota Ariſtotelica breuiter ſoluamus,

11. Certum eſt primò in hypotheſi, quæ componit continuum ex punctis mathematicis vix poſſe explicari, ſiue dicantur eſſe infinita, vt vult Galileus, ſiue finita vt alij volunt; quia nec idem punctum minoris rotæ pluribus ſui plani reſpondet, nec ſingula ſingulis reſpondent, nec etiam fiunt illi ſaltus intactis finitis, vel infinitis vacuolis; immò talis eſt motus circularis natura, vt minimè concipi, nedum explicari poſſit iuxta hypotheſim punctorum mathematicorum.

12. Certum eſt ſecundò, vix etiam explicari poſſe iuxta hypotheſim partium proportionalium infinitarum actu; quia contactus ipſe globi, & plani tam obſcurè in hac hypotheſi explicatur, vt etiam authores ipſi, qui huic ſententiæ patrocinantur, vltrò aſſerant inſeparabilem eſſe difficultatem; quod enim dicunt contactum fieri in parte indeterminata, neſcio an aliquis ſi non blandiens capere poſſit: nunquid enim contactus eſt determinatus qui realis eſt, & ſingularis, id eſt hic & non alius? nunquid eſt aliquid, quod tangit ab omni, eo quod tangit, diſtinctum? quippe tangere, & non tangere ſunt prædicata contradictoria; ſed de his fusè in Metaphyſica.

13. Adde quod, licèt contactus globi in plano explicari poſſet, ſupereſſet tamen eadem difficultas; nam cùm nulla ſit pars, ſiue indeterminata, ſiue determinata in plano B F, quæ ſit intacta, & cum eadem pars arcus B D non reſpondeat pluribus partibus plani B F, & cùm ſingulæ partes arcus ſingulis partibus non reſpondeant (quæ omnia conſtant ex dictis) profectò eadem eſt difficultas iuxta hypotheſim partium proportionalium infinitarum actu, quæ eſt iuxta hypotheſim punctorum mathematicorum finitorum, vel infinitorum.

14. His poſitis, ſupereſt tantùm vt ſoluatur hæc difficultas iuxta hypotheſim punctorum phyſicorum, vel partium diuiſibilium in infinitum potentiâ, cuius principia & difficultates in Metaphyſica diſcutiemus.

Dico ergo ſatis facilè iuxta hanc hypotheſim explicari, & ſolui poſſe nodum rotæ Ariſtotelicæ: quippe punctum phyſicum curuum tangit punctum phyſicum planum, ſed non adæquatè; quippè nullum curuum adæquari poteſt plano, ſeu cum plano conuenire, quod nemo Geometra negare poterit: quippe duæ quantitates poſſunt duobus modis conſiderari: Primò in ordine ad æqualitatem, vel inæqualitatem. Secundò, in ordine ad commenſurationem, vel conuenientiam, vel incommenſurabilitatẽ; ſi primo modo, vna quantitas, vel dicitur alteri æqualis, vel inæqualis; ſi inæqualis, vel maior, vel minor; ſi maior vel minor, dicitur rationalis, vel irrationalis ſeu aloga; ſed hæc ſunt vulgaria, paulò obſcuriora, quæ ſequuntur.

15. Si enim ſecundo modo conſiderentur, vel poſſunt commenſurari, vel non poſſunt; ſi primum, ſunt neceſſariò æquales; ſi inæquales illæ ſunt vel alogæ eædem quæ ſuprà, ſic diagonalis cõparata cum latere quadrati

eſt

eſt aloga,hoc eſt ita inæqualis,vt nulla ſit vtrique pars aliquota communis; alogæ quidem in ordine ad commenſurationem, non tamen in ordines ad partes aliquotas;ſic maior arcus comparatus cum linea recta ſubdupla non eſt alogus primo modo ſed ſecũdo,id eſt illa linea,quæ eſt ſubdupla arcus, non poteſt conuenire cum arcu toto, nec cum aliqua eius parte; ſi verò ſint æquales, poſſunt etiam dici alogæ in ordine ad commenſurationem,ſi nullo modo conuenire poſſunt quamtumuis diuidantur;ſic angulus,quem faciunt duæ circumferentiæ,poteſt quidem eſſe æqualis angulo dato rectilineo; nunquam tamen cum eo conuenire poteſt;ſic arcus æqualis rectæ, ſic denique punctum curuum æquale puncto plano;licèt enim totum punctum tangatur ab alio puncto, non tamen adæquatè, quia extenſio vnius eſt aloga cum extenſione alterius; analogiam habes in duobus Angelis;quorum vnus figuram ſphæricam pedalẽ induat,alter cubicam,& alter alterum tangat; nam reuerâ totus Angelus tangitur,quia caret partibus,non tamen adæquatè, vt certum eſt; immò poſſet Angelus cuius eſt figura ſphærica,ita duobus aliis, quorum eſſet figura cubica adhærere,vt vtriq; inadæquatè adhæreret v.g. [a] Angelus A punctis B C ita vt ipſum punctum contactus eſſet in ipſa quaſi commiſſura:immò poteſt Angelus,cuius eſt figura ſphærica habere diuerſos contactus inadæquatos in tota facie Angeli,cuius eſt figura cubica v.g.Angelus A vel in D vel in E,vel in F;immò ſunt infiniti potentia huiuſmodi inadæquatè diuerſi;denique Angelus A poteſt longo tempore in ſuperficie v.g. Angeli C ſucceſſiuè moueri, acquirendo ſcilicet nouos contactus inadæquatos;vocetur autem contactus E centralis,ſeu medius; contactus verò B extremus.

[a] *Fig. 11 Tab. 4.*

16. Nec A eſt; quòd aliqui neſcio quas partes virtuales in angelo extenſo agnoſcant,quæ certè à me concipi non poſſunt; niſi fortè aliquid extrinſecum ſonent, ſcilicet Angelum extenſum multis ſimul partibus alicuius corporis coextendi poſſe;vnde fit ſingulis inadæquatè coextendi;quod nemo negabit; ſed ne dici moremur in hac materia, quam hîc ex profeſſo non tractamus;certum eſt iuxta hanc hypotheſim punctorum phyſicorum facilè explicari motum rotæ Ariſtotelicæ: quippe dum punctum [b] quod proximè accedit ad C in arcu CH incubat puncto plani C E,quòd immediatè ſequitur C, idque centrali contactu punctum, quod proximè ſequitur B in arcu B D,quem ſubduplum C H ſuppono, tangit punctum,quod ſequitur immediatè B in plano B F contactu extremo, id eſt commiſſura puncti B & alterius contactu medio,tangit punctũ plani quod probatur;quia punctum,quod immadiatè ſequitur B in arcu BDC quod vocabimus deinceps ſecundum, tangit contactu tertium punctum plani B F eo inſtanti, quo tertium punctum arcus C H tangit contactu medio tertium plani C E;igitur eo inſtanti, quo ſecundum C H tangit contactu medio ſecundum C E,ſecundum B D tangit contactu extremo primum B F,extremo inquam ratione puncti arcus, non ratione puncti plani.

[b] *Fig. 8. Tab. 4.*

17. Si verò eſſet maior rota,eiuſque contactus eſſet inter B C, eſſent

alij contactus inadæquati, vt facilè intelligi potest ex dictis, potest autem fieri, vt dixi, vt sint plures contactus inadæquati etiam arcus C H, nisi velocissimè moueatur ratione loci, id est nisi punctum physicum mobile acquirat singulis instantibus punctum loci immediatum non participans de priori; quod certè potest acquirere duplici motu, scilicet vel recto vel mixto ex recto, & circulari; nec est enim dubium, quin Angelus v. g. inducta figura sphærica non possit volui circa se ipsum velociùs, & velociùs in infinitum.

a Fig. 2. Tab. 4. 18. V. g. a. angelus A potest circa centrum mathematicum, id est imaginarum B immobile agi in orbem tardiùs, & tardiùs quidem, si vnũ orbem faciat pluribus, & pluribus instantibus; velociùs verò, si paucioribus; quot verò instantibus vnum integrum orbem peragat, si tempus constet finitis instantibus; existimo primò, posse pluribus, & pluribus peragere quia tardiùs, & tardiùs in infinitum moueri potest; secundò paucioribus, & paucioribus, donec tandem vno instanti conficiat integrum orbem; vt autem moueatur adhuc velociùs in infinitum; aget quidem singulos orbes singulis instantibus, sed minoribus, seu breuioribus.

19. Obseruabis Angelum A posse tribus modis moueri; primò circa centrum B immobile, vt iam dictum est, idque veociùs, & tardiùs in infinitum, & hic motus est perfectè circularis: Secundò motu recto simplici per lineas B E, I H, idque etiam tardiùs, & velociùs; tardiùs quidem, si plura ponat instantia, vt centrum B respondeat E, vel totus circulus A toti F; velociùs uerò si pauciora donec tandem vno instanti circulus A respondeat F adæquatè, id est acquirat locum immediatum non participantem, quod adhuc fiet velociùs, & velociùs in infinitum; quia potest id fieri per instantia breuiora, & breuiora.

20. Tertiò potest moueri motu mixto ex duobus præcedentibus, ita vt quasi rotetur in plano I H, quod tribus modis fieri potest: primo si D punctum scilicet respõderet H; secundo, si aliud punctum inter D I tertio; si aliquod inter D C I, primo potest fieri, vel successiuè per contactus inadæquatos, vel in instanti, idem dico de secundo, & tertio, donec tandem eo motu transeat in F, ita vt punctum F respondeat H & circa B totum orbem confecerit; sed de his plura cum de Angelis.

b Fig. 8. Tab. 4. 21. Porrò b punctum B eo instanti, quo secundum C H tangit contactu medio, secundum C E tangit extremo secundum B F; igitur simul cum alio id est cum secundo B D; si verò accipiatur quodlibet aliud punctum inter R C; illud certè non tangit vllo modo ad primum B F eo instanti, quo secundum C H tangit contactu medio secundum C E; si tamen accipiatur aliquod punctum inter B A v. g. R; certè punctum R tangit solum secundum R V, sed contactu, qui nec est extremus, nec medius, sed inter vtrumque, eo scilicet instanti, quo secundum C H tangit contactu medio primum C E.

22. Ex his facilè intelligi potest hic motus; quio scilicet idem punctum rotæ minoris potest respondere diuersis punctis sui plani, sed diuerso contactu, quod facilè explicatur, tùm per analogiam motus angelici, tùm

per

per analogiam partium curuarum rotæ extensarum. Vnde ex superioribus responsionibus, duæ si rectè explicentur soluunt hunc nodum. Tertia verò omninò falsa est; nam primùm dici potest fieri aliquos saltus contactuum inadæquatorum; quia scilicet punctum secundum BD tangit secundum B F contactu quidem extremo in puncto arcus, sed medio in puncto plani; igitur plures contactus inadæquati inter extremum & medium quasi omittuntur per saltus; nullum est tamen instans, quod aliquo punctum plani non tangatur aliquo contactu, ab aliquo puncto arcus, vel etiam à duobus in ipsa commissura, quæ commissura ad instar puncti mathematici imaginarij concipi potest.

23. Secundò dici potest, quod idem punctum arcus B D tangat duo puncta plani B F sed diuerso contactu; nec enim duo puncta plani tanguntur ab eodem puncto arcus contactu medio in ipso puncto arcus. Tertiò denique dici non potest singula puncta B D singulis punctis B F respondere, vt constat ex dictis, atque ita ex iis, quæ hactenus diximus sufficienter explicatus est secundus modus motus rotæ in plano.

Quod verò spectat ad tertium; si minor globus centro G in eadem figura moueatur, vt motus orbis sit æqualis motui centri v. g. ex G moueatur in I, ex K perueniat in M, sitque F M vel G I æqualis arcus F K, & rota minor G F secum rapiat maiorem G E; haud dubiè motus orbis maioris rotæ est maior motu centri, vt patet; quippe eo tempore, quo reuoluitur arcus quadrantis, & centrum acquirit tantùm G I subduplum eiusdem arcus.

24. Est autem in hoc motu eadem difficultas; nam vel singula puncta E I respondent singulis E N, vel duæ E I respondent eidem E N vel alterna E I non tangunt per saltus; atqui nihil horum dici posse videtur: non primum, quia sunt plura puncta E I quam E N: non secundum, quia si duo puncta E I tangerent idem E N; igitur duo F K tangerent idem F M quod falsum est, non denique tertium; quia si punctum secundum F K tangat contactu tantum extremo primum F K, ita vt sit contactus extremus in vtroque id est in secundo plani, & in secundo arcus; haud dubiè secundus E I tangit secundum E N contactu medio in puncto arcus & extremo in puncto plani

25. Itaque hic motus explicari debet per diuersos contactus inadæquatos; non potest tamen fieri, quin minor rota suum motum componat cum motu maioris, vt explicauimus abundè, cum de motu circulari, v.g. non potest minor rota ita moueri, vt acquirat quodlibet eius punctum locum immediatè non participantem vno instanti, si ex eo sequatur aliud punctum, vel eiusdem rotæ, vel alterius coniunctæ moueri velociùs, vt constat ex dictis.

26. Vides autem primò, motum maioris rotæ accedere propiùs ad circularem, cum mouetur hoc secundo motus genere; quia scilicet motus cẽtri si cõparetur cum motu orbis maioris rotæ, minor est; si enim nullus esset motus centri, sed tantùm motus orbis, esset motus perfectè circularis; igitur quo minor est motus centri, & maior motus orbis, accedit ille

motus propiùs ad circularem,& è contrario quò maior est motus centri, vt accidit in secundo genere motus,accedit propiùs ad motum rectum; cum verò alter alteri æqualis est motus mixtus, quem medium appellare possumus.

27. Aliqua puncta maioris rotæ , cuius motus à minori dirigitur retroëunt , scilicet, quæ accedunt propiùs ad punctum contactus E , v. g. ipsum E vbi centrum rotæ est in K I regreditur in O : immò regredi videtur vsque ad X,id est,donec secus lineam B M ; igitur cum arcus Z E M,sit subduplus arcus Z I M,vt constat,& cùm motus centri sit subduplus motus orbis , etiam arcus,qui regreditur,est subduplus illius,qui non regreditur;sed motũ centri sequitur. Tertiò,si ducas multas parallelas A L, quæ diuidant Y E inarcus æquales,habebis puncta lineæ motus v.g. sit E V subduplus E Y sit,VO subdupla E N,sit E Z $\frac{2}{3}$ X Y;sit IX $\frac{2}{3}$ E N; denique ipsa Y P æqualis E N.

28. Quartò , aliquod punctum nec progreditur , nec regreditur vno instanti, eo scil icet , quo tantum detrahit motus orbis , quantum addit motus centri,potestque determinari punctum illud;imò & proportiones motus cuiuslibet puncti ; sed hæc ex positis principiis facilè colligitur operâ analytices.

Quintò punctum E mouetur velociùs,cum dirigitur motus â minori rota,quàm punctum C, cum dirigitur motus à maiori;quia motus orbis multùm illud retroagit:immò non mouetur tardissimè omnium;sed punctum illud,quod nec progreditur,nec regreditur,sed modicùm vel ascendit vel descendit;sunt autem duo huiusmodi puncta , alterum in arcu I E, alterum in Y E.

29. Sextò denique ex his principis benè explicatur quomodo maior vel minor rota,cuius motus ab alia minore dirigitur,moueri potest; nec est quod in his diutiùs immoremur , vt tandem interruptam nostrorum Theorematum seriem repetamus, sunt enim plures alij motus mixti non tantùm ex recto,& circulari,sed ex duobus & pluribus circularibus; quorum omnium rationes nisi me veritas ipsa fallit (quæ tamen fallere non potest) ad sua principia physica reducemus.

Theorema 9.

Globus , qui descendit deorsum in plano inclinato , mouetur motu mixto ex recto centri , & circulari orbis ; patet ex dictis , cum more rotæ moueatur , sic etiam mouetur globus deorsum demissus cum aliqua inclinatione ; cuius certè nulla pars ascendit , seu regreditur ; est enim eadem illius ratio ; cur autem moueatur ille motu mixto , & non recto simplici : ratio est , quia propter primam illam inclinationem tollitur eius æquilibrium ; cùm enim globus perfectus in aëre vibratus, si nulla adsit inclinatio,sit in perfecto æquilibrio;certè,si vel modicainclinatio accedat vel in C vel in D a tolletur æquilibrium,quia illa inclinatio idẽ præstat quod pondus nouum additũ;porrò huius inclinationis ratio

Fig. 12. *Tab.* 4.

ratio ex eo petitur primò, quòd prius globus demittatur per planum inclinatum, siue cadat ex ipsa manu, siue ex alio plano v.g. ex recto vel alio plano decliui. Secundò ex eo, quòd priùs moueatur altera extremitas putà C, quàm D; igitur acquirit C plùs impetus motu naturaliter accelerato; igitur retinetur à puncto; quòd licèt deinde moueatur, tardiùs tamen mouetur; igitur C vbi ad imum descendit iterum videtur ascendere tùm propter determinationem nouam; tùm quia ab opposito puncto descendente quasi attollitur: non dixi ascendere, sed tantùm videri ascendere, quia reuerâ non ascendit; alioquin aliquod punctum regrederetur, quod falsum est; nec enim potest ascendere, nisi regrediatur, vt constat.

Theorema 10.

Hinc non destruitur ille impetus ab impetu innato, vt fit in funependulis; quia scilicet destruitur tantùm ab innato in ascensu; sed nullum punctum globi ascendit, vt dictum est, quod vt meliùs intelligatur, sit in figura Th. 1. [a] globus centro O; sitque O F perpendicularis deorsum, quæ percurritur ab eodem centro O motu centri; sitque motus orbis ab L in Q; intelligatur autem planium A I 6; certè punctum A, quod perinde se habet, atque si esset punctum contactus, describit lineam A R P ergo non ascendit; igitur non destruitur impetus productus ab impetu innato.

[a] *Fig.* 7. *Th.* 4.

Scholium.

Obseruabis 1°. mirificam esse impetus propagationem in hoc motu; quippe omnes partes mouentur inæquali motu, licèt moueantur à principio intrinseco.

1. Non tantum accelerari motum centri, sed etiam motum orbis, vt patet experientiâ in globo descendente per decliue planum.

3. Si globus non descendat in plano declini sed in libero aëre post primam librationem motus orbis non crescit; quia omnes partes tendere possunt deorsum, nec ab vllo obice impediuntur; non est autem par ratio pro motu in plano decliui, vt patet.

4. Hinc motus orbis sensim deresci, sed omninò insensibiliter; quia non destruitur ab impetu innato, vt iam dictum est; nec enim sic motus circularis est contrarius motui recto; quippe modò centrum grauitatis globi feratur motu recto, hoc satis esse videtur, siue partes motu circulari ferantur: circa idem centrum, siue omnes motu recto per lineas parallelas feranturi ratio à priori est, quia in tantum vnus impetus destruit alium in eadem parte mobilis, in quantum impeditur ab eo eius motus deorsum totius globi nullo modo impeditur ab illo motu circulari, quia globus æquè citò descendit vno, atque alio motu, vt constat mille experientiæ.

Theorema 11.

Si corporis grauis altera extremitas sit grauior demittaturque in eo situ,

in quo sit parallelum horizonti; haud dubiè extremitas grauior præit motu mixto; quia scilicet quasi ab aliâ leuiore retinetur, exemplum habes in sagittâ ferro armatâ, & in fune ex quo plumbum pendet; ratio euidentissima est; quia illa extremitas faciliùs medij resistentiam superat, igitur præire debet; igitur motu mixto; illa tamen tardiùs descendit, quàm descenderet, si à leuiore esset separata; leuior verò velociùs, quàm si esset solitaria; quod autem non sit alia ratio, patet potissimum ex eo, quòd plumbum ita demissum, vt funis præeat, tandem funem assequitur, & tandem à tergo relinquit.

Corollarium 1.

Hinc petenda est vera ratio illius phœnomeni, quod iam suprà l. 3. indicauimus, scilicet sagittam plùs temporis ponere in descensu, quàm in ascensu minoremque infligere ictum, quàm leuius lignum, & multò leuior penna cuspidis ferreæ motum retardat.

Corollarium 2.

Si altera extremitas sagittæ plumis instruatur, licèt proijciatur motu violento sursum extremitas ferro armata præit plumis à tergo relictis; ratio est, quia aër fortiùs resistit pluuis, quàm ferro, vel ligno; igitur earum motum retardat.

Corollarium 3.

Hinc sagitta pennis attonsis fertur in incertum, & scopum fallit, cui fuerat destinata; quia licèt lignum minore vi polleat, quàm ferrum; vix tamen sensibilis est differentia; adde quod minima deflexio, vel declinatio ad rectè agendum ferrum sufficit; corpus enim facilè mouetur motu mixto ex recto, & circulari.

Corollarium. 4.

Hinc ratio illius iaculi breui cuspide armati, cuius altera extremitas decussatim fissa transfiore charta paululùm expansa munitur, quę deflexionem impedit; cuius rei analogiam habes in nauis gubernaculo; est enim ad instar quadruplicis claui motum dirigentis; quippe inclinari non potest, nisi multum aëris pellant alæ illæ chartaceæ: In sagitta aliquid simile habes.

Corollarium 5.

Hinc si euibretur iaculum illud per horizontalem v. g. circa proprium axem conuoluitur; quia aër tenues illas transuerberat alas, ex qua aëris vel collisione, vel appulsu, vel quasi reflexione facilè sequitur circularis motus, qui nullatenus impedit rectum, vt iam dixi suprà; sed cum eo motum mixtum componit, de quo paulò pòst; nunc tantùm sufficiat attigisse verissimam rationem illorum gyrorum.

Corollarium 6.

Simile phœnomenum habes in illis volatilibus calamis, qui multis copiam ludi faciunt; nam primò tignea illa, vel ossea theca, cui committuntur

mittuntur plumæ, plumas ipsas præit propter rationem prædictam; nam aëra faciliùs diuidit; secundò vertiginem illam habet, de qua suprà; quia aër quasi reuerberat, torquetq; plumas; de hoc motu paulò pòst agemus.

Theorema 12.

Cum Cylindrus ita dimittitur, vt altera extremitas motu circulari præeat, remanente initio aliquo centro immobili, descendit motu mixto ex recto & circulari; vt constat ex iis, quæ diximus de globo deorsum cadente hoc genere motus; sunt tamen hîc multa obseruanda. Primò omnes partes globi initio moueri, sed inæqualiter, cùm tamen aliqua pars cylindri non moueatur [a]. Sit enim cylindrus AC ita innixus B, vt liberè moueri possit; haud dubiè, cùm non sit æquilibrium, segmentum B C prævalebit; igitur circa centrum B extremitas C descendet per arcum C D, & A per arcum A E; donec tandem punctum B moueatur per rectam B F, seu per aliam proximè accedentem, si tantillùm à plano B F repellatur; punctum verò C motu mixto ex recto deorsum, & circulari circa B; ea tamen lege, vt motus orbis nullo modo acceleretur, sed tantùm motus centri; igitur hic motus constat ex motu centri accelerato, & motu orbis quasi æquabili, cuius linea describi potest, vt videbimus l. 12. dixi, ferè æquabilem, quia aliquid destruitur singulis instantibus ratione nouæ determinationis, vt diximus suprà cum de motu circulari, sed parùm pro nihilo reputatur.

[a] *Fig.* 29 *Tab.* 4.

Scholium.

Obserua 1°. esse plures huius motus mixti species. Primò est mixtus ex motu centri & motu orbis æquali. Secundo ex 1°. maiore & 2°. minore. Tertiò ex 1°. minore & 2°. maiore. Quartò ex 1°. accelerato 2°. æquabili. Quintò ex 1°. accelerato 2°. retardato. Sextò ex vtroque retardato. Septimò ex vtroque accelerato. Octauò ex 1°. æquabili 2°. accelerato. Nono ex 1°. retardato 2°. accelerato. Decimò ex 1°. æquabili 2°. accelerato. Vndecimò ex 1°. æquabili 2°. retardato &c. nec enim hîc deest maxima motuum sylua, quorum tamen, quia est eadem ratio, nimis acuratam distributionem omittimus, non facilè haberi potest; cùm enim sint tres termini, scilicet æquabilis, retardatus, acceleratus, erunt 9. combinationes; & cùm singulæ tres differentias habeant; nam vel motus orbis est æqualis motui centri, vel maior, vel minor, ducantur 9. in 3. & erunt 27.

Obserua secundò centrum motus posse vel propiùs accedere ad A v.g. si esset in G, vel ad C v.g. si esset Z. si primum, maior est motus orbis, id est velocior, licèt pauciores circuitus fiant; quia extremitas C maiorem arcum describens plùs temporis in descensu ponit; igitur maiorem velocitatem acquirit; si verò secundum, è contrario.

Theorema 13.

Cum cylindrus proijcitur sursum, ita vt aliquod punctum rectà feratur, circa quod voluitur cylindrus, est motus mixtus ex recto centri, & circulari orbis,

pro

pro quo non est noua difficultas; nam est prorsus eadem ratio, nisi quod primò debet priùs imprimi motus rectus omnibus partibus erecto cylindro tùm vbi separatur à manu circulariis. Secundò centrum potest accedere propiùs ad summam extremitatem vel ad imam. Tertiò, ascendit eò altiùs cylindrus, quò centrum motus orbis accedit propiùs ad summam extremitatem. Quartò, potest extremitas ima impelli duobus modis: primò si retrò agitur, secundò si antè; sed quia hæc omnia pertinent ad diuersos oblongæ hastæ motus iucundaque militaris illius exercitationis phœnomena, quorum omnium rationem in singulari Theoremate afferemus; eò totam rem istam remittimus.

Theorema 14.

Quando globus, seu rota voluitur in superficie curua immobili, omnes eius partes mouentur motu mixto ex duobus circularibus, scilicet ex motu circulari centri, & circulari orbis, est enim motus centri circularis si voluatur globus in orbe, hoc est in superficie curua; porrò hæc superficies vel est conuexa, vel concaua, vel est circuli maioris, vel minoris; itemque si concaua vel est circuli æqualis, vel maioris, vel minoris; igitur sunt 6. nouæ combinationes, quæ si ducantur in 27. habebis 162. sed quia, si est concaua minoris, vel æqualis, non potest globus in ea rotari. Hinc sunt tantùm 4. legitimæ combinationes nouæ, quæ si ducantur in 27, habebis 108; sed iam seorsim rem istam consideremus.

Theorema 15.

Explicari possunt omnia phœnomena rotæ, quæ circa æqualem rotam immobilem ita rotatur, vt arcus mobilis, & immobilis decursi sint æquales. a Sit rota immobilis centro L, radio A B; sit alia centro C æqualis priori, quæ ita moueatur, vt singuli arcus B E respondeant singulis arcubus B T, & punctum E tangat in T, D in X, F in D. Primò centrum mouetur motu circulari, describitque circulum radio AC, scilicet duplum circuli immobilis A B X. Secundò motus centri est duplò maior motu orbis, id est eo tempore, quo in superficie conuexa decursus est arcus B T, centrum C confecit arcum CV duplum; cuius phœnomeni ratio clara est, quia scilicet centrum C distat semper ab A toto radio A C duplo A B.

a *Fig.* 13 *Tab.* 4.

Tertiò potest describi linea, quam punctum B suo fluxu describit; ducatur semicirculus C V T; diuidatur in 12. partes æquales ductis radiis AC, AL, AV &c. qui secant circulum A B X in punctis Y Z ♌ ♈ &c. tùm ex punctis, quæ terminant ductos radios in semicirculo C V T describantur circuli radio C B; haud dubiè tangent hi circuli circulum A B X in punctis Y Z ♌ ♈ &c. denique accipiatur arcus Y G æqualis Y B, tùm Z H æqualis Z B, tùm ♌ I æqualis ♌ B, atque ita deinceps, & per puncta B G H I K. &c. ducantur curua B G L M O Q S, atque idem fiat sinistrorsum, & habebitur linea, quam suo fluxu describit punctum B; quod breuiter demonstratur, quia quando centrum C est in L, decurrit arcum C L subduplum C V; igitur tangit in ♌; igitur decurrit B ♌ subduplum B T; igitur circa centrum C motu orbis conuersus est arcus subduplus

B E est

B E est æqualis ♪ B ; sed ♪ I est æqualis ♪ B ; igitur punctum circuli mobilis est in I, idem prorsus demonstrabitur de aliis punctis.

Quartò, hinc triangula curuilinea B Y G, B Z H, B ♪ I sunt Isoscelia ; ipsum vero B V K est æquilaterum quia A K est Tangens, vt constat ; immò singuli circuli debent tangere suum radium, vt patet ; porrò mirifica est huius lineæ figura, quæ sectionem cordis exhibet, quam ideo deinceps lineam cordis appellabimus, cuius sunt insignes omninò proprietates, quas suo loco demonstrabimus.

Quintò, punctum B initio tardissimè mouetur cum eo tempore, quo decurrit B G punctum oppositum D decurrat D 6 ; ratio est, quia motus centri defert D in I, cui motus orbis cum motu centri consentiens addit P 6, cùm tamen motus orbis puncti B sit contrarius motui centri ; adde quod motus centri circa centrum A tribuit maiorem motum puncto D, quàm B iuxta proportionem radiorum ; igitur cùm D A sit tripla B A, motus centri D est triplus motus centri B, igitur duplici nomine motus puncti B est tardior. Primò, quia motus orbis tantùm addit D, quantum detrahit B. Secundò, quia motus centri addit D motum triplum illius, quem addit B.

Sextò possunt haberi per analyticã proportiones arcuum lineæ motus, quos B æqualibus tẽporibus percurrit v.g. B G, G H, H I, I K, K L, L M, deniq; vltimus R S æqualis D 6 ; indico breuiter huius proportionem, cum B G D P est tripla B Y, & P 6 ; est quadrupla ; igitur ferè æqualis B V, si ducantur duæ rectæ Y B, Y G angulus rectilineus G Y B est æqualis Y A B, id est 15 grad. igitur ita se habet arcus B G ad B Y vt recta B Y ad B A, id est ferè, vt 1. ad 4. paulò minùs ; sed D 6 est quadruplus B Y ; igitur B G est ad D 6 vt 1. ad 16. paulò minus ; sed eo maior erit proportio motus D, quo assumetur minor arcus ; vt autem habeatur proportio assumpto arcu integro quadrantis est vt M S ad M B ; porrò est ferè eadem proportio motuum punctorum appositorum rotæ mobilis, siue rotetur in plano rectilineæ, siue in superficie curua.

Septimò, puncta B & E de tempore, quo percurritur arcus quadrantis percurrunt spatia æqualia : hinc E T, B M sunt æquales ; immò si ducantur rectæ B E M T B, erit E T perfectum quadratum vt constat, cuius diagonalis erit B M ; igitur æqualis B X, quæ omnia constant ex ipsis elementis ; porrò punctum B velocissimè omnium mouetur, vt patet ex dictis.

Octauò, quodlibet punctum circuli mobilis B E D F suo motu describit arcum lineæ cordis, vt certum est, qui in mille punctis decussantur cum linea puncti, quam describit punctum B v.g. linea puncti D decussatur cum linea puncti B in q. quippe D q, S q sunt æquales, linea puncti E cum linea puncti B in L ; denique describi potest hæc linea B K M N &c. ductis radiis ex centro ad libitum sine vllo diuisionis ordine v.g. ducatur A ♪ ; L nulla habita diuisionis ratione ; ex L describatur arcus radio L ♪ ; assumantur ♪ I, ♪ B æquales, per I ; haud dubiè ducetur linea ; idem dico de aliis punctis.

Nonò, si assumatur quodlibet punctum intra rotam v. g. punctum X perueniet in A cotempore, quo B erit in M, vt patet; hinc mouebitur per lineam motus mixti, qui accedit propiùs ad circularem; quemadmodum enim cum rota mouetur in plano rectilineo, punctum illius, quod accedit propiùs ad centrum mouetur eo motu, qui accedit propiùs ad motum centri, id est ad motum rectum. Similiter punctum, quod accedit propiùs ad Q in hac rota mouetur eo motu, qui accedit propiùs ad motum centri C, id est ad motum circularem; igitur hic motus puncti X plùs participat de motu centri, quàm de motu orbis, quì scilicet in eo minimus est.

Decimò, hinc si motus minoris rotæ radio C X dirigatur à motu maioris radio C B; hæc quidem ita mouetur vt singula puncta B E respondeant singulis B T, non tamen singula X Y singulis X B; sed hic etiam accersendi sunt contactus illi inadæquati extremi plùs, minusue, de quibus suprà; est enim prorsus eadem difficultas, quam suprà discussimus suo titulo rotæ Aristotelicæ, quam hîc tantùm indicasse sufficiat, cùm ex prædictis principiis omninò soluatur.

Vndecimò similiter, si minor rota motum maioris dirigat; haud dubiè maioris idem punctum pluribus punctis superficiei curuæ, cui incumbit inadæquato dumtaxat contactu respondebit, eritque diuersa linea huius motus, & aliqua puncta retroagentur; quod quomodo fiat, iam suprà explicuimus; quod verò spectat ad proprietates istarum linearum, in singularem tractatum eas remittimus.

Theorema 16.

Explicari possunt omnia phœnomena, quæ in superficie curua circuli maioris rotatur [a]; sit enim superficies curua B F radius A B, sitque rota radio N B, cuius peripheria est æqualis B F; igitur M tanget C, O tanget D, & B tandem tanget F; igitur mouetur hæc rota motu mixto ex duobus circularibus.

[a] *Fig. 14 Tab. 4.*

Primò, signari possunt omnia puncta huius lineæ v. g. M I H F per quæ ducenda est linea curua, cuius etiam affectiones aliàs demonstrabimus.

Secundò, punctum B mouetur initio tardissimè, O velocissimè; rationem iam bis attulimus; quia scilicet maior est motus, cum motus centri conuenit cum motu orbis; minor verò è contrario.

Tertiò, motus huius rotæ accedit propiùs ad motum rotæ in plano rectilineo, quàm motus rotæ superioris; quia B F, quæ est superficies maioris circuli, accedit propiùs ad lineam rectam.

Quartò, si sit minor rota radio N R cuius motus dirigatur à motu maioris radio N B, describit lineam, quæ accedit propiùs ad lineam rectam R S T V X, seu potiùs ad motum centri, quod mouetur motu circulari per arcum N G, à quo non recedit, vt patet: porrò minor rota percurrit maiorem superficiem sua peripheria, quod etiam explicandum

cándum est per contactus inadæquatos ; tunc enim motus centri longè superat motum orbis.

Quintò, si vera esset hypothesis Copernici, terra moueretur hoc vltimo motu mixto ex motu centri, & motu orbis ; vnde omnia puncta eiusdem circuli paralleli mouerentur inæquali motui tardissimo quidem punctum contactus hoc est meridiano respondens, velocissimo verò ipsi oppositum, scilicet de media nocte : porrò in hoc motu motus centri esset ferè maior motu orbis iuxta communem de diametro magni orbis sententiam.

Sextò, si motus maioris rotæ diragatur à minore res eodem modo explicanda est, quo explicuimus illam per cõtactus diuersos inadæquatos tùm Th. 15. num. 11. tùm in digressione multis locis : porrò possunt esse diuersæ proportiones circuli mobilis, & immobilis ; qui si maximus est, minimus illius arcus accipi potest pro linea recta.

Septimò, potest ita rota moueri, vt pars superior retrò agatur, id est, vt motus orbis sit oppositus motui cẽtri v.g. si punctum N moueatur quidem dextrorsum motu centri, O verò sinistrorsum motu orbis ; sed tunc punctum B mouebitur dextrorsum motu orbis, sed est noua difficultas : quippe ex hac hypothesi punctum O describeret suo motu lineam similem, & æqualem lineæ rotatili B M I H F ; punctum verò B moueretur iuxta hanc hypothesin eo modo, quo mouetur punctum O iuxta priorem. Sic autem moueri dicuntur quidam Epicycli ab Astronomis, quorum centrum mouetur in consequentia, hoc est secundum seriem signorum ; summum verò punctum, seu stella apogæa retrò agitur, seu in partem aduersam contendit, vel vt vocant, in præcedentia : tales vulgò ponuntur Solis Epicycli & Lunæ ; vnde obiter colligo, quàm sit necessaria Astronomis hæc de motu mixto sententia, vt sua phœnomena ad suas causas physicas reducant.

Octauò denique, possunt esse diuersæ lineæ huius motus pro diuersa circulorum proportione, quarum figuras, descriptiones, affectiones suo loco demonstrabimus, & nouos latices tum Geometris, tùm Physicis aperiemus, ex quibus vbertim fluit infinitarum ferè demonstrationum materia.

Theorema 17.

Explicari possunt cuncta phœnomena rotæ maioris mobilis circa minorem immobilem [a] ; sit enim rota minor centro A, cui incubet maior rota centro K, radio K B duplo B A, roteturque circa superficiem B D F T H punctum 5 respondebit F & Q post decursam superficiem puncto B, eritque motus mixtus. [a] *Fig.* 16 *Tab.* 4.

Primò, centrum K mouebitur motu circulari, quia semper æqualiter distat à puncto A ; igitur describit circulum, cuius radius est K A.

Secundò, potest facilè describi linea motus puncti B v. g. diuidatur enim B D F H in 8 arcus æquales, & B 5 in 4 ; tùm per puncta

C D E &c. describantur circuli radio K B; & assumatur C R æqualis B 2; tùm D L æqualis B 3, tùm E M æqualis B 4, tùm F N æqualis B 5, atque ita deinceps, vt per puncta signata describatur linea curua B R L M N O P R Q, hæc est linea huius motus.

Tertiò, omnia puncta mouentur inæqualiter, B quidem tardissimè, Q velocissimè; nam eo tempore, quò B conficit B R, modicum illud spatium I Q decuerit Q S, cuius proportio ex analysi cognosci potest; idem dico de motu aliorum punctorum; est etiam eadem ratio huius inæqualitatis, de qua suprâ, cuius omnes proportiones assignari possunt.

Quartò obserua, figuram huius lineæ, quæ accedere videtur ad spiralem: præterea linea puncti B, scilicet B R L M N O P R Q, secat lineam puncti Q in 8 mirabili implicatione, cuius interior portio exhibet sectionem cordis scilicet B R L M N 8 X Y ♌ B.

Quintò, deinde pro diuersa proportione rotarum maioris, scilicet & minoris rotæ, sunt diuersæ lineæ, & motus mixti diuersi; immò posset rota immobilis, circa quam alia rotatur, tam parua esse, vt linea tantùm post multas gyrationes perfici posset.

Sextò, possunt etiam determinari lineæ aliorum punctorum intra rotam mobilem v.g. puncti T; quod vt fiat, semper est assumendus radius K B, qui scilicet, dum K est in μ, incubat μ R, dum est in M incubat M L, dum est in θ respondet θ M; denique dum est in 9 respondet 9 N; itaque assumantur μ 3, M π, θ 7, 9 β æquales K, & ducatur per signata puncta linea curua T 3 π 7 β, hæc est linea motus mixti puncti T.

Septimò, quando motus minoris rotæ radio K T dirigitur à motu maioris radio K B, rotatur illa in superficie circuli radio A T, sed ita quadratus T V quasi repat per contactus inadæquatos in semicirculo T 11 10; porrò in hoc casu maxima esset difficultas rotæ Aristotelicæ; denique, quando maior dirigitur à minori, quadrans B 5 quasi contrahitur in arcu minore B C, quæ contractio explicatur per contractus inadæquatos, vt iam sæpè diximus in aliis motibus.

Theorema 18.

Explicari possunt omnia phœnsmena rotæ mobilis in superficie concaua maioris circuli; dixi maioris circuli; quia in superficie concaua minoris, vel æqualis moueri non potest, vt constat; sit ergo fig. 4. [a] rota mobilis radio P C; sit superficies concaua circuli dupli prioris in peripheria C G K; diuidatur C G K in 8 arcus æquales; haud dubiè tota superficies rotæ mobilis succesiuè percurret totam superficiem concauam C G K, cùm illa sit huic æqualis, hoc posito.

Fig. 15. *Tab* 4.

Primò, punctum C percurret rectam C A K, nec vnquam ab ea discedet, & centrum P percurret semicirculum P Q N; quippe semper

semper æqualem seruabit distantiam à superficie concaua C G K; sed illa est P C; igitur semper distabit æqualiter à centro A; igitur describit semicirculum P Q N.

Secundò, quod spectat ad primum; certè punctum A rotæ mobilis tanget ipsum G; est enim quadrans C G æqualis semicirculo C A, sed cum A tanget G, C erit in A; denique C tanget K; igitur C percurret rectam C A K; porrò facilè ostendetur punctum C moueri per alia puncta v.g. per punctum T; nam punctum 9. tanget E; igitur T Y est tangens igitur A Y & Y E; igitur E T, T A sunt æquales, vt constat; igtur C ducetur per T; præterea C 4. D V sunt arcus æquales, quia angulus C A D est subduplus C P 4. vel Y T D, vt constat; igitur arcus D V est æqualis C 4. igitur C ducitur per V: idem ostendetur pro aliis punctis.

Tertiò, hinc potest determinari longitudo distantiarum C V, V T, &c. nam A E est chorda arcus 135. id est, est dupla sinus grad. 67. $\frac{1}{2}$ A T est chorda arcus 90. id est latus quadrati inscripti: denique R A est chorda arcus 45. id est dupla sinus 22. $\frac{1}{2}$ hinc vides quàm acuratè recta A C secet omnes arcus D V, E T, &c. ita vt sint æquales aliis arcubus maioris circuli, scilicet D C, D V, E C, E T, P R, P C, &c.

Quartò, hinc vides punctum C initio tardissimè moueri, & continuè suum motum accelerare, donec perueniat in A, quem ab A in K retardat in eadem proportione, in qua A C in A accelerat, C V est ferè subtripla V T, scilicet 15224. ad 43354. T R est ad C T vt 64886. ad 58578. vt constat ex tabulis sinuum.

Quintò, non modò punctum C rotæ mobilis mouetur motu recto, verùm etiam alia puncta circumferentiæ eiusdem rotæ; est enim par omnium ratio v.g. punctum 2. mouetur per rectam 3. A punctum 4. per rectam D A. punctum 9. per rectam E A; quod certè mirabile videtur, & primo intuitu vix credi posset.

Sextò, si assumatur aliud punctum intra rotam describi poterit facilè linea illius motus; sit v.g. punctum 6. ducantur rectæ T Y Y T Z R; nam radius P R migrat in T V, Y T Z R Q A, sumantur T V, Y T, Z ♪, Q X æquales P 6. & per signata puncta describatur curua 6. T ♪ X, hæc est linea motus puncti 6. cuius motus initio est tardior, sub finem velocior.

Septimò, hinc potest dirigi motus minoris à motu maioris, & vicissim, quod explicandum est eodem prorsus modo, quo iam sæpè explicatum est, per diuersos scilicet contactus inadæquatos, pro quo tantùm obserua, si minor dirigatur à maiore, puncta minoris dextrorsum mouentur tùm sinistrorum; contra verò si maior dirigatur à minore, puncta maioris mouentur sinistrorsum, tùm dextrorsum, quæ omnia ex dictis facilè intelligi possunt, & explicari.

Octauò, præterea puncta radij R C assumpta, quæ propiùs ad extremitatem C accedunt, describunt lineam, quæ propiùs accedit ad rectam; quæ verò accedunt propiùs ad centrum P, describunt lineam magis curuam; idem de punctis in radio P A; nam est eadem ratio, quæ omnia ex dictis constant; an fortè cùm punctum C describat rectam, punctum P

circulum, & quæ propiùs accedunt ad C minùs curuam, quæ propiùs ad P magis curuam; sed tractatu sequenti omnes istas lineas explicabimus.

Nonò, si superficies sit minoris circuli quàm dupli; certè punctum C, v.g. non describet rectum C K, sed aliam curuam siniſtrorsum; si verò sit maioris circuli quàm dupli, describet aliam curuam dextrorsum, quæ omnia constant ex dictis.

Corollarium.

Non videntur omittenda aliqua Corollaria Cyclomètrica, quæ ex dictis sua sponte nasci videntur; nam primò semicirculus A Q G est æqualis triangulo mixto ex arcubus G C, & G A, & recta A C; quia quadrans A G C est æqualis circulo A 9. C B, vt patet.

Secundò, omnes radij eodem modo secantur à circulo v. g. A C, A D, A E: sunt enim C V E ϖ, D 4. æquales, item C 3. T, V E 9. &c.

Tertiò, omnes arcus intercepti inter radios sunt æquales v.g. D Y, C 4. T 4. E 4. G F, F 9. 9 ♌. &c.

Quartò, præterea arcus à puncto contactus maioris, & dupli circuli vsque ad quemlibet radium sunt æquales, v.g. G 9, A & G C, G 9. ♌ G D, G 9. & G E, G F, & G C, tùm F R, & F C, F β, & F D, F ϖ & F E, tùm E T, & E C, E 4. & E D; denique D V, D C.

Quintò, triangula illa mixta ex duplici arcu æquali maioris, & minoris circuli, & altero latere recto, sunt æqualia sectionibus minoribus circuli, quarum arcus æquales sunt prioribus minoris circuli, sic triangulum mixtum ex arcubus G C, G 9. A, & recta A E est æquale semicirculo G 9. A; mixtum verò ex arcubus F C, F R, & recta R C, est æquale sectioni V A vel E 9. A, mixtum ex arcubus E T, E C & recta, æquale est sectioni T A vel 9. ♌ A; denique mixtum ex arcu D C, D V, & recta C V est æquale sectioni R A.

Sextò subtracto ex prædictis triangulis alio triangulo mixto per datum radium quemcumque, subtrahitur portio æqualis ex semicirculo minore, & residuum æquale est residuo v.g. ex triangulo mixto G 9. A C G ducto radio A F, detrahitur triangulum mixtum G F ρ, ex semicirculo A 9. C, detrahitur portio æqualis 7. A; igitur residuum semicirculi est æquale residuo trianguli mixti; deinde ducto radio A C detrahitur triangulo mixto prædicto aliud mixtum minus G E 9. ex semicirculo A 9. C detrahitur portio A 9. æqualis detracto; igitur Trapezus residuus, E 9. A 7. E, est æqualis triangulo mixto C A 9. C. idem dico de aliis.

Septimò, cùm sector A F G sit æqualis quadranti A P 9. sectio A C Z, est maior quadrante prædicto triangulo mixto G C F vel sectiore 7. A; atqui sectio A C Z habet arcum 135. & A 7. arcum 90. igitur sectio arcus 135. est æqualis quadranti plus sectione arcus 3; igitur triangulum A 7. 4. A est æquale quadranti; triangulum verò mixtum G C A est æquale quadranti, minùs prædicta sectione arcus 90.

Octauò, hinc triangulum mixtum ex arcubus A 7. 9. G G & recta A G

est

est æquale quadrato radij A Q; idem dico de mixto ex arcubus A T 9. 9. C, & recta A C; hinc vtrumque simul sumptum detracta scilicet duplici portione A 7. 9. T A est æquale quadrato inscripto, & duplex illa sectio figura ouali est æqualis triangulo mixto ex tribus arcubus G 9. 9. C, C G; quod facilè geometricè demonstratur; [a] sit enim circulus centro B; [a] *Fig.* 17. sint duæ diametri, G E, A C, quibus in 4. quadrantes diuidatur circulus; *Tab.* 4. tùm assumatur arcus G F, æqualis F C, & C D; ducãtur rectæ A D, A F, G F, I F: dico triangulum mixtum ex rectis A F, F G, & arcu G A, esse æquale quadranti, quod demonstro; triangula K A L, K F G sunt æquiangula, quia anguli K vtrinque sunt æquales: sed D A F, & A F G, sustinent æquales arcus; gitur sunt æquales; igitur sunt proportionalia; igitur vt quadr. B A ad quadr. I F: sed quadr. B F est duplum quadr. I F; igitur & B A est duplum; igitur K A L duplum K F G; igitur B A K æquale; igitur tantum additur, quantum tollitur; igitur prædictum triangulum est æquale quadranti.

Nonò præterea, Trapezus F C 9. A E F est æqualis triangulo mixto ex arcubus A B C, T A R, & recta R C; Trapezus verò E 9. T A, C E æqualis mixto triangulo ex arcubus A B C A T, & recta T C; Trapezus verò D μ A C D est æqualis mixto ex arcubus A B C, A V, & recta V C; hinc lulula D C B A V D est æqualis sectori A C D; igitur quadranti P 9. C: hinc altera lulula A T 4. E C B A est dupla prioris; igitur æqualis semicirculo A C, vel sectori A E C: hinc tota figura ex A C, C E, & recto C A, est æqualis circulo A 9. C B.

Decimò, Trapezus E ϖ β R C E est æqualis quadranti P 9. C: hinc si detrahatur ex prædicto Trapezo triangulum mixtum E 4. T C E, illa figura E ϖ β R T 4. E est æqualis triangulo rectilineo A P 9. similiter aliæ figuræ T 4. D V T, R β 4. T R A μ β R A, A μ 9. ρ F ϖ R A; item 9. ρ F π ρ, &c.

Vndecimò, sector A C E diuiditur in dũas partes æquales ab arcu R ϖ; item sector A D F ab arcu μ ρ; item totus quadrans A G C ab arcu A 9. G; denique illa figura E ϖ R T E est æqualis Trapezo D β R V D; igitur Trapezus æqualis rectilineo A 9. P, itemque Trapezus T 9. E C T æqualis quadranti P 9. C; igitur Trapezo E π R C E; igitur triangulum mixtum β 9. ϖ β æquale mixto T β R; sed de his satis, quæ tantùm indicasse sufficiat; omitto enim infinita alia, de quibus in Cyclometria.

Theorema 19.

Si ita moueatur cylindrus per quamcunque lineam, vt eius axis moueatur motu recto, totusque cylindrus circa axem motu circulari moueatur, motus mixtus est, cuius diuersa sunt phœnomena.

Primò, axis mouetur tantùm motu recto; aliæ verò partes motu mixto [b] sit enim cylindrus C H, cuius axis sit A B, circa quem moueatur cylin- [b] *Fig.* 1. drus motu circulari, & qui per eamdem lineam A B indefinitè produ- *Tab.* 5. ctam mouetur; certè punctum C, v. g. mouetur motu mixto ex motu centri A, vel axis A B, & motus orbis.

Secundò, punctum C mouetur motu spiræ; nam si tantùm motu orbis

moueretur

moueretur, decurso semicirculo peruenire in L, F, N, &c. igitur si eo tempore, quo C decurrit motu centri, semicirculum C D; punctum axis A decurrit A K; haud dubiè punctum C erit in E, tùm in F, tùm in G, tùm in T; sed hic motus spiralis est, vt constat.

Tertiò, omnia puncta peripheriæ C D mouentur æquali motu; quia scilicet æqualem motum centri, & orbis participant.

Quartò, si motus centri vel axis sit minor, frequentiores sunt Helices v.g. si eo tempore, quo C decurrit semicirculum C D, A decurreret tantùm AR, C peueniret tantùm in Q, mox in I, atque ita deinceps moueretur per frequentiores spiras; si verò motus axis sit maior, spiræ erunt rariores, vt patet, v.g. si eo tempore, quo C motu centri decurrit semicirculum C D, punctum A decurrit A L, punctum C decurret spiram C M, mox M T, &c.

Quintò, areæ circuli C A D mouebuntur motu spirali, excepto centro A, minores tamen spiras conficeret, scilicet circa cylindrum cuius minor est basis, vt patet; vnde minore motu mouentur, quàm C vel D; igitur axis A B tardissimo motu mouentur; partes verò superficiei cylindri velocissimè; aliarum verò partium, quæ accedunt propiùs ad periphæriam, velociùs, quæ propiùs ad centrum, tardiùs: hoc motu mouentur alæ auium; quæ directo volatu tendunt per lineam rectam, vt grues; nam quælibet pars alæ motum axis habet, & orbis.

Theorema 20.

a *Fig.* 28 *Tab.* 8. *Explicari possunt omnia phœnomena calami volatilis* a sit enim calamus seu cylindrus DA, in altera extremitate D ita excauatus, vt duæ pennæ B D, C E inseri possint eo ferè modo, quo vides.

Primò, mouetur axis F A motu recto; reliquæ verò partes motu mixto ex recto axis, & circulari orbis eo modo, quo diximus de cylindro in superiore Theoremate.

Secundò, semper calamus D A præit, scilicet ipsa basis A, & sequuntur pennæ; ratio est, quia pennis resistit fortiùs aër, vt patet; igitur earum vim faciliùs superat; hinc semper retinentur à tergo, nec alia ratio esse potest; præsertim cùm pennæ ita sint compositæ propter diuaricationem, vt multum aëra verberent; quod autem pennis maximè resistat aër, patet ex auium volatu; imò ex ipso plumarum descensu; hinc pennæ illæ, quibus ornantur equitum pilei, semper à tergo sequuntur currentem equitem; idem dico de fasciis illis transuersariis, quibus iunguntur equites; idem de militaribus signis, seu vexillis.

Tertiò, hinc ratio motus recti calami, quia, cùm semper præeat, eùmdem situm seruat, pennasque ipsas quasi reluctantes trahit, suntque ipsæ ad instar claui, qui puppim regit.

Quartò, cum plumæ ita deuaricatæ quasi à reflante aëra pellantur sequitur necessario motus orbis circa axem calami D A; quippe hîc motus facilis est; sic enim voluitur vectis seu cylindrus, quotiescumque ab altera extremitate

tremitate pellitur;igitur cum pellantur D & C; quid mirum si totus calamus cum ipsis pennis conuertatur.

Quintò, hinc motus calami est mixtus ex recto axis, & circulari orbis;igitur spiralis est; spiræ autem maiores sunt,vel minores pro diuersa distantia partium ab axe A F, qui debet censeri productus vsque ad G; nam partes,quæ longiùs distant ab axe, maiores spiras decurrunt; aliæ verò minores; porrò spiræ ipsæ eò frequentiores sunt, quò motus orbis velocior est,& contrà rariores, quò tardior.

Sextò, si sit tantùm vnica penna, calamus non mouetur hoc motu; quia vix aër verberatur;adde quod in eam partem, quæ caret penna impulsus necessariò inclinatur; idem accidit cum altera penna fracta est, vel minus aptè diuaricata.

Septimò, in eam partem conuertitur,seu spiras agit, in quam pennæ ipsæ detorquentur;alioquin non esset,cur potiùs in vnam, quàm in aliam suos agerent orbes;igitur ita diuaricantur pennæ, vt earum plana sibi inuicem sint obliqua; cuius rei ratio prædicta clarissima cùm sit; non est quod amplius dehac re laboremus.

Octauò, si pennæ distractiones sunt, & maximè diuaricatæ; motus axis est tardior;ratio est, quia in eo statu multum aëra pellunt,seu ventilant, à quo retinentur.

Nonò, si distractiores sunt, motus orbis est etiam tardior, suntque rariores spiræ;ratio est eadem, quia cùm motus orbis est maior, etiam plùs aëris vertigo illa secum abripit; hinc maior est resistentia; vnde obseruabis,vt motus orbis minùs impediatur,ita pennas esse componendas,vt aëra sua quasi acie cæsim diuidant,ne si pellant tota sua superficie, maior sit resistentia.

Decimò,si demum plùs æquo sint diuaricatæ,ita vt angulum obtusissimum faciant,cessat omninò motus orbis propter maiorem resistentiam, quæ vertiginem illam impedit.

Vndecimò, ita pennæ aptari debent, vt sensim inflexæ à radice D E versus apices B C afflatum aëris diuersum excipiant,& dissimilem:vnde accidit, vt partes ipsæ, quæ retardantur, & maiore vi pollent in vertiginem agantur,in eam scilicet partem,in quam aliqua inclinatio conducit sic globus retentus à corpore opposito in orbem agitur propter rationem prædictam, ne ille impetus sit frustrà,qui adhuc supereſt. Hinc vides motum orbis non imprimi calamo à pennis, sed pennis à calamo; qui cùm ab illis retardetur,ne aliquid impetus sit frustrà, supplet motu circulari, quod recto difficiliori propter resistentiam orbis consequi non potest; determinatur quidem motus circularis in talem partem ab ipsa pennarum deflexione; non tamen imprimitur: hinc si fortè in via pennæ ex sua theca decidant, calamus ipse sine nouo impulsu longiùs spatium conficito; tribuit enim motui recto non impedito,quod circulari, vel spirali, si pennæ adessent tribueret.

Duodecimò, si pennæ contractiores sunt, & angulum acutiorem faciant,calamus velociùs mouetur motu axis;ratio est, quia resistentia mi-

nùs retardat ; sunt enim pauciores partes , quæ valde obliquè cadunt: hinc minor est appulsus, quod clarum est;hinc,vt calamus velociùs pergat , constringuntur pennæ.

Decimotertiò,si contractiores sunt,& rectè compositæ, cum illa scilicet inflexione,eoq; situ,de quo n.11.non modò velocior erit motus axis, sed etiam motus orbis;ratio est,quia minor orbis citiùs perficitur : adde quod minus aëris huic motui resistit; vnde vides ita esse aptandas pennas , vt resistentia aëris inæqualis causet illam vertiginem , quæ tamen tanta esse non debet ; alioquin ipsum motum orbis omninò impediret, vt diximus n.10.

Decimoquartò, denique si plùs æquo contractæ sunt , esset motus orbis;quippe modica est aëris resistentia,quæ ad motum illum non sufficit, licèt semper sint aliqui gyri,sed rariores.

Decimoquintò, tres aliquando, aliquando duæ inseruntur pennæ ; est enim eadem vertiginis causa,imò quatuor inseri possent;sunt enim quasi totidem claui,qui dirigunt illum motum.

Decimosextò , si pennæ delicatioribus pilis tenera lanugine vestiantur,tardiùs mouetur calamus vtroque motu;quia vix aëra penetrare possunt delicatiores mollioresque pili.

Decimoseptimò, si proiicitur sursum,descendatque deorsum rectà,est motus mixtus ex recto & circulari;si verò proiiciatur per horizontalem, vel inclinatam , est motus mixtus ex duobus rectis & circulari, vt constat;ex quo motu fit linea mixta ex Parabola & Helice;sit enim a cylindrus C H,cuius motus spiralis sit C E F G T mixtus ex recto C T,& circulari orbis CD;sit etiam mixtus b L T Q ex accelerato L M,& æquabili M Q;certè si addatur L Q circulus seu spira C E F,&c.sitque R C æqualis I E,& V T æqualis N G,habebitur spira mixta L C S V Q.

a *Fig.1. Tab.5.*

b *Fig.2. Tab.4.*

Decimooctauò, si pennæ latiores sunt , seu maiorem habent superficiem , minùs aptæ sunt ad vtrumque motum,scilicet axis,& centri;quia aër plùs æquo resistit,nam plures illius pelluntur partes.

Decimononò, si verò contractiores sunt,etiam minùs aptæ videntur: quippe aëra facilè diuidunt.

Vigesimò, si breuiores, certissimus est motus orbis;quia minor circulus citiùs perficitur.

Vigesimoprimò, si longiores,è contrario:adde quod ab axis leuioris motu,dirigi vix possunt.

Vigesimosecundò, si altera pennarum sit fracta,esset motus orbis;quia segmentum fractum aliarum partium motum non sequitur,vt patet.

Vigesimotertiò, si calamus sit leuior , ineptus est ; quia resistentiam pennarum non superat;quippe contra reflantis aëris vim,calami præualens impetus leuiores pennas secum abripere debet.

Vigesimoquartò, si longior sit calamus,minùs aptus est ; quia scilicet plures partes impetus quæ insunt grauiori calamo nullo negotio resistentiam aëris,& retardationem pennarum superant.

Vigesimoquintò, si longior sit calamus,minùs aptus est;tùm quia grauior

uior est, tùm quia difficiliùs conuertitur, vt semper præeat; est enim maior resistentia ad conuertendum longius corpus, vt patet.

Vigesimosextò, si breuior & leuior, ineptus est propter rationem allatam; nam si breuissimus sit, eius tamen grauitatis, quæ sufficiat ad superandam aëris vim, aptissimus censeri debet: hinc aliquando globulus perforatus calami vicem gerit.

Vigesimoseptimò, extremitas calami, quæ præit, debet esse paulò maior, & quasi nodo armata, vt scilicet faciliùs præire possit; ne alia extremitas quasi reluctetur; igitur ad instar clauæ calamus componi debet.

Vigesimooctauò, in vacuo nulla prorsus esset vertigo huius volatilis calami; quia nulla esset aëris resistentia; sed de his satis.

Theorema 21.

Cuncta phœnomena teli seu iaculi volatilis explicari possunt: huius teli figuram habes rudiore manu adumbratam; hîc habes,[a] cuspis est C, duplex clauus seu quadruplex B G D A B E, ex aliqua leuiore materia constans v.g. ex charta duplicata, vel pennis, hoc posito. [a] *Fig. 18 Tab. 5.*

Primò, cuspis C post eiaculationem semper præit; ratio est, quia alæ illæ leuiores à tergo sequuntur; minùs enim aëris vim frangere queunt.

Secundò, in eo statu semper remanet iaculum; quia non potest sursum attolli extremitas B, nec deorsum deprimi; quia ala A B E impedit; nec etiam dextrorsum, vel sinistrorsum inclinari; quia ala B G D prohibet; igitur si nec sursum, neque deorsum, nec sinistrorsum, nec extrorsum inclinari potest; haud dubiè in eodem situ remanebit.

Tertiò, citissimo motu fertur hoc iaculi genus; quia nihil prohibet; quippe aër facilè diuiditur ab ipso iaculo C B; tùm deinde ab ipsis alis cæsim quasi secatur acie dumtaxat, nunquam superficie opposita; adde quod, aër facilè fluit per 4. illas cauitates B G F E, D G F A, &c. semper enim aëri opponitur acies anguli; sed hæc sunt facilia.

Quartò, non agitur in vertiginem hoc iaculum; quia scilicet non est tanta aëris resistentia, quantam esse oportet; adde quod nulla est alarum inflexio, quæ faciat inæqualem resistentiam, vt in calamo volatili; igitur est tantùm motus axis; vbi tamen vibratur per horizontalem, vel inclinatam, mouetur motu mixto ex duobus rectis, de quo iam aliàs.

Quintò, huc reuoca sagittas, quæ tribus instructæ pennis eumdem semper retinent situm in motu, vt ferrum seu mucro præeat; vnde vides eumdem semper sequi effectum, siue tres sint alæ, siue quatuor.

Sextò, huc reuoca minima illa spicula spicâ instructa, quæ per tubum pneumaticum pueri flatu eiaculantur; nam cuspis semper præit, quia motus alterius extremitatis leuiore spica retardatur; sed hæc sunt facilia.

Theorema 22.

Explicatur etiam motus illius, quasi velaris moletrinæ, qua pueri currentes sæpissimè ludunt;[b] cuius figuram hîc habes; nam eo tempore, [b] *Fig. 29 Tab. 5.*

quo D A fertur per ipsum D, B C cum suis velis vertitur circa D A.

Primò, hinc est motus mixtus, & recto axis D A & circulari C B.

Secundò, hinc est motus perfectè spiralis, nec enim differt à motu cylindri; de quo suprà.

Tertiò, spiræ sunt frequentiores, quò motus est velocior motu centri A, maiores è contrario.

Quartò, debet constare debet C B ex leuissima materia; alioquin non mouebitur motu orbis.

Quintò, debet facilè posse moueri circa A; alioquin vis illa reflantis aëris, quæ C B motum circularem imprimit, non sufficeret.

Sextò, ideo BC mouetur circa A; quia cum vela C & B polleant multum aëra, maior est resistentia; hinc propter modicam inclinationem axis D A aër in superficies C & B obliquè incidens illas impellit; sed quia axis B A resistit necessariò circa A, motu circulari cientur.

Theorema 23.

Explicari possunt omnes motus ponderis, seu plumei à tergo valuarum funependuli, cuius vi valuæ ipsæ claudantur, v.g. [a] sit fores A E quarum varum est AF; sit funis C D G, cuius extremitas immobiliter affixa sit C, pondus appensum sit G, cuius vi seu motu fores ipsæ clauduntur. a *Fig.* 31 *Tab.* 5.

Primò, certum est pondus G non moueri motu recto; quia cum ipso rectangulo A E mouetur circa axem immobilem A B.

Secundò, certum est non moueri motu purè circulari, qui mouetur per lineam G D.

Tertiò, certum est rectangulum A moueri motu purè circulari, vt patet; ita vt D E suo motu describat cylindrum, cuius radius seu semidiameter basis est B E.

Quartò, certum est, quodlibet punctum huius rectanguli describere circulum, maiorem scilicet vel minorem pro diuersa distantia ab axe A B, v. g. punctum D describit circulum, cuius radius est D A, punctum verò I describit circulum, cuius radius est H I.

Quintò, certum est pondus G moueri motu mixto ex circulari forium, & recto deorsum.

Sextò, habes schema huius motus [b] in cylindro A quem describunt fores suo motu, si enim A moueatur per semicirculum A B, & rectam A C; haud dubiè mouebitur per A D; igitur hic motus est spiralis, nec est alia difficultas. b *Fig.* 27 *Tab.* 5.

Theorema 25.

Quando voluitur funis circa cylindrum, vel axem, mouetur motu spirali, sed diuerso à prioribus; sunt enim veræ spiræ ad instar sapientia in diuersa volumina contorti; sic funis circa digitum sæpè rotatur; est enim motus mixtus ex diuersis circularibus: quippè

in

in singulis punctis est diuersa determinatio ad nouum circulum, quia est nouus radius, quia continuò radius huius vertiginis imminuitur; porrò duobus modis potest funis circa axem vel cylindrum conuolui. Primò, si semper circa eumdem cylindri circulum voluatur; tunc autem facit veras spiras,[a] vt vides in A. Secundò, si circa diuersos eiusdem axis circulos, vel potius diuersa eiusdem axis puncta voluatur, & hic est motus spiralis conicus,[b] vt vides in cono F D E; idem esset motus si conus circa axem volueretur simulque aliquod punctum peripheriæ basis coni rectà ab ipsa peripheria ad verticem coni tenderet; si enim totus conus moueatur motu axis recto, quodlibet punctum superficiei coni mouetur motu spirali cylindrico, excepto dumtaxat ipso vertice; hoc denique motu mouerentur singula puncta baculi E D, qui in conum rotaretur à vertice E eo tempore, quo rotans ipse per rectam E G moueretur.

a *Fig.3. Tab.5.*

b *Fig.4. Tab.5.*

Theorema 25.

Similiter possunt explicari motus spirales sphærici, quos habes in[c]; hic autem motus duplex est; primus mixtus ex recto per axem K L, quo totus globus mouetur, & ex circulari circa axem K L, qui reuerâ est spiralis cylindricus; secundus mixtus ex duobus circularibus, scilicet ex circulari circa axem K L, & circulari per arcum I L, v.g. si punctum eo tempore voluatur circa axem K L per arcum I O, quo fertur per arcum I L vnde habes in hac figura tres motus spirales, quorum singuli constant ex circulari circa axem K L; sed deinde constant singuli ex singulis motibus diuersis, scilicet spiralis cylindricus ex motu puncti I v. g. per rectam I N parallelam K L; spiralis conicus per rectam I L, & spiralis sphæricus per arcum I P L; hinc duo primi constant ex circulari, & recto; tertius verò ex duobus circularibus.

c *Fig.5. Tab.5.*

Denique potest esse spiralis concoidicus qualem vides in[d] isque duplex; primò si vertatur conois circa axem S V; secundò, si vertatur circa axem X Z: quippe hoc modo spiræ erunt maiores; sunt quoque singuli triplicis generis; est enim vel parabolicus, vel ellipticus, vel hyperbolicus; porrò, qui dicunt motus cœlestes esse spirales, viderint an sint cylindrici vel sphærici, vel conici, vel elliptici &c. omitto spiralem in plano, mixtum scilicet ex circulari & recto, cuius schema habes Th. 24. tùm L 5. Th. 79. de quo etiam aliàs, cum de lineis motus.

d *Fig.6. Tab.5.*

Theorema 26.

Cum taleola supra planum rectilineum ita repit, vt etiam circa proprium centrum voluatur, est motus mixtus ex recto & circulari; neque hic motus diuersus est à motu rotæ in plano, sit enim[e] taleola centro A, circa quod vertitur dum centrum A repit motu recto per rectam A D, perinde se habet, atque si rota in plano B E vel C F rotaretur; immò potest tabella G K ita moueri, vt eius centrum A moueatur per A D, dum reliquæ partes circa centrum A voluuntur; tunc enim punctum H eodem motu moueretur, quo alia puncta peripheriæ huius rotæ; punctum verò I eo modo quo I in radio B A, dum rota mouetur, quod suprà fusè explicui-

e *Fig.18 Tab.4.*

mus ; denique ita moueri potest talcola , vt primò B moueatur motu orbis versus. Secundò, versus K ; Tertiò, vt motus centri sit maior vel minor motu orbis. Quartò, vt sit æqualis.

Denique, ne omittam motum illum , quo clauis seu planum solidum in læuigata mensa mouetur, dico mixtum esse ex recto alicuius centri & circularis orbis [a]; sit enim v.g. baculus A D, qui ita repat in plano læuigato vt altera eius extremitas fortiùs impellatur, mouebitur motu mixto ex circulari circa centrum C per Th. 55. l. 7. & recto orbis circa C ; describent autem duæ extremitates A & D lineas rotatiles diuersas; hic autem motus diuersus erit pro diuersa coniugatione motus orbis , & motus centri , cùm hic possit esse vel maior , vel minor motu orbis , vel æqualis,

a *Fig.* 19 *Tab.* 4

Theorema 27.

Explicari possunt omnia phœnomena motus globi.

Primò, ita globus rotatur aliquando in plano, vt motus orbis describat circulos perpendiculariter incubantes plano ; sic vulgò proijcitur globus, nec differt hic motus à motu rotæ in plano ; est enim mixtus ex recto centri & circulari orbis.

Secundò, ita rotatur aliquandò, vt sit semper idem punctum contactus, & motus orbis describat circulos parallelos plano in quo rotatur ; non differt etiam hic motus à motu rotæ, quæ in plano verticali rotaretur.

Tertiò, ita rotatur, vt motus orbis describat circulos inclinatos plùs, vel minùs; non differt autem hic motus à motu rotæ, quæ in plano inclinato rotaretur ; mutatur autem continue punctum contactus in 1°. & 3°. motu.

Porrò, sæpiùs obseruabis istos motus globi in aqua, in qua scilicet facilè circa centrum voluitur per quodcunque planum.

Quartò , ita mouetur vt constet hic motus ex duobus quasi circularibus , & ex recto ; quando scilicet inflectitur ita motus centri, vt moueatur centrum per lineam curuam ; dixi curuam ; non verò circularem ; quia non habet centrum motus purè circularem , sed mixtum ex recto & circulari ; exemplum habes clarissimum in illo deflexu globi, qui valdè familiaris est iis, qui trunculorum ludum exercent; quippe tantillùm detorquetur circa horizontalem, ex qua declinatione sequitur motus mixtus ex tribus, scilicet ex motu orbis in circulo horizontali, ex motu orbis in verticali, & motu centri recto.

Quintò, ita proijcitur globus aliquandò, vt motus centri sit contrarius motui orbis ; tunc autem vel sistit globus, vel etiam redit, cum motus orbis intensior est, de quo iam suprà.

Sextò, cum proijcitur sursum per lineam perpendicularem, ita vt non modò motus centri, verùm etiam motus orbis imprimatur, mouetur motu mixto ex recto centri & circulari orbis , nec differt hic motus à motu rotæ in plano recto, idem dico de descensu & de iactu circuli ferrei vel lignei.

Septimò,

Septimò,cum proijcitur globus per inclinatam,mouetur motu mixto ex tribus ſcilicet ex recto violento centri,ex naturali deorſum & ex circulari orbis, eſtque idem motus, qui eſſet, ſi globus rotaretur in plano curuo ferè parabolico; quippe centrum deſcribit hanc lineam;ſed linea centri eſt ſemper parallela plano, in quo rotatur globus.

Octauò, cum rotatur globus in plano decliui per lineam inclinatam mouetur motu mixto ex tribus,ſcilicet ex duobus rectis centri,& circulari orbis; hic motus ſimilis eſt priori;quippe centrum deſcribit ferè Parabolam; hinc facilis methodus deſcribendæ Parabolæ ex iactu globuli atramento tincti, quam etiam tradit Galileus.

Nonò,ſi globi alterum hemiſphærium ſit grauius,cum rotatur in recto plano, deflectit in eam partem quam ſpectat hemiſphærium grauius; imò deinde detorquetur in oppoſitam, eſtque motus mixtus ex duobus circularibus, altero ſcilicet librationis, altero gyri rotatilis, & recto centri; porrò mouetur centrum motu curuo qui aliquando accedit propiùs ad circularem; huc etiam reuoca motum paropſidis rotulæ,quæ in multos agitur gyros & ſpiras; quia prævalet portio grauior,eóque detorquet centrum motus.

Decimò, hinc quod iucundum eſſet, ſi huiuſmodi globum in datum ſcopum proijceres; haud dubiè alium feriret;igitur vt ſcopum ſignatum tangas, aliò collimare debes; porrò linea huius motus eadem eſt, quæ eſſet, ſi globus rotaretur in linea parallela lineæ, quam deſcribit centrum; quæ vel eſt ſpira, vel circulus,vel alia curua, iuxta diuerſam coniugationem motuum; illa autem facilè haberi poteſt ex dictis ſuprà.

Vndecimò, ſi in plano recto ita rotetur cylindrus, vt ſinguli circuli paralleli baſi rotentur æqualiter, ſinguli circuli mouentur motu mixto ex recto centri, & circulari orbis, eſtque hic motus ſimilis motui rotæ in plano recto,de quo ſuprà.

Duodecimò, ſi verò ita rotetur, vt altera eius extremitas velociore motu feratur, eſt alius motus mixtus ex curuo axis & circulari orbis, dixi curuum axis; quia non eſt neceſſariò circularis.

Decimotertiò,cum rotatur conus,mouetur motu mixto ex curuo axis & circulari orbis, hic motus ſatis communis eſt; eius porrò ratio eſt; quia cùm ſinguli circuli ſuperficiei coni ita rotentur, vt motus orbis ſit æqualis motui centri; certè cùm ſint omnes inæquales, ſpatium decurrunt. Hinc vertex retrò relinquitur à baſi; hinc baſis neceſſariò retorquetur; dixi autem curuum axis; quippe centrum baſis non mouetur motu purè circulari; nam tantillùm verticem promouet, quia motus eius centri maximè iuuatur à motu eius orbis, qui longè maior eſt.

Decimoquartò, huc demum reuoca gyros illarum pyxidum, quarum margines oppoſiti ſunt circuli inæquales; quippe ſunt veluti fruſta coni,cuius angulus verticis eſt valde acutus.

Theorema 28.

Motus diſci facilè explicari poteſt; eſt enim planum circulare, cuius centrum

centrum describit ferè Parabolam; vnde eius motus est mixtus ex parabolico centri,& circulari orbis in circulo horizontali;igitur motus centri constat ex duobus rectis, scilicet ex violento, & naturali deorsum; porrò est idem motus qui esset, si circulus verticali parallelus rotaretur in linea parabolica descripta in plano horizontali.

Obseruo autem primò motum orbis disci esse posse maiorem motu centri, vel minorem,vel ipsi æqualem; quod quomodo fieri possit, fusè suprà explicuimus.

Secundò, si altera eius portio sit grauior motus orbis, non est idem cum centro disci, vt patet; prævalet enim portio grauior, sed propiùs accedit ad portionem grauiorem.

Tertiò, hinc cùm discus cadit in terram, resitit altera eius portio, scilicet leuior; quia cùm describat maiorem circulum orbis,maiorem impetum habet; hinc conuertitur discus.

Quartò, imprimitur motus orbis in ipso iactu; quia scilicet vna pars mouetur, antequam alia discedat è manu proijcientis; vnde sequitur necessariò motus orbis.

Theorema 29.

Explicari possunt omnia phœnomena longioris [a] *hastæ vel sariſſæ.*

a *Fig.* 20 *Tab.* 4.

Primò,sit hasta in plano horizontali B G; si motu simplici attollatur extremitas B, mouebitur per arcum B A circa centrum G.

Secundò, si non modò attollatur, sed euibretur cum aliquo visu, eleuata scilicet tantillùm extremitate G, mouebitur vtraque extremitas; non certè circa F,sed circa E,vel D,ita vt GE sit $\frac{1}{4}$ AG per Th.55.l.7.

Tertiò,si extremitas G non adducatur sed B per aliquam Tangentem arcus BA euibretur pro diuersa Tangente diuersus erit motus,si v.g.per Tangentem B H punctum D assurget per D E, igitur G redibit in C, B verò spatium compositum ex tota v. g. & eius subdupla B C; est autem hic motus mixtus ex recto centri D & circulari orbis; si verò extremitas B euibretur per Tangentem H L & D,vel E per E K; haud dubiè extremitas G minùs retroagetur, & acquiret dextrorsum maius spatium.

Quartò,si nullo modo adducatur centrum D, vel extremitas G; nunquam G ad manum ludentis perueniet,id est nunquam perueniet in B; vnde manifestè patet hunc motum circularem non fieri circa C.

Quintò,si ita euibretur hasta, vt tantillùm adducatur centrum motus circularis, scilicet D; haud dubiè altera extremitas G cadere poterit in B, id est peruenire ad manum ludentis; si verò plùs æquo adducatur, manum ludentis fallet,seu præteribit; si denique minùs adducatur,porrigi manum oportet, vt extremitates G excipiat: porrò hic motus est mixtus ex tribus,scilicet ex duobus rectis centri, & circulari orbis.

Sextò,ita poterit adduci centrum D,& simul euibrari B,vt hastæ medium C facto semicircuitu in dextram erectam cadat, quadretque ad instar iaculi missilis, cuius mucro deorsum vergens prædæ plagam intentat; hoc ludi genus ostentationem Hispanicam vulgò vocant.

Septimò,

Septimò, erigitur hasta, si extremitas G tantillùm eleuata cum altera opposita B, tùm statim B deprimatur; vnde accidit ipsam G noua accessione impetus sursum promoueri; quippe si deprimatur B circa aliquod centrum, attollitur G; adde aliquam refluxionem ipsius G, quæ valdè initio remouetur à manu, vt cum deinde adducitur, maiorem faciat arcum; igitur maiore tempore; igitur sensim ab ipsa manu maior in illam deriuatur impetus; denique vt deinde maiore quoque arcu extremitas B deprimatur, remoueaturque, & consequenter opposita G magis attollatur, & accedat.

Octauò, duobus aliis modis erigitur hasta è situ horizontali.

Primò, conuerso introrsum brachio; eleuatur enim extremitas G, & deprimitur illicò B; vnde minore conatu deinde attollitur; minus est enim momentum vectis [a]; sit enim vectis in situ horizontali LN, sitque eius momentum vt L N; certè si attollatur in L O, eius momentum erit tantùm vt L M; hinc facilè eleuatur pertica post aliquam inclinationem sursum; secundus modus, cum torquetur extrinsecus brachium, pro quo est eadem prorsus ratio. [a] *Fig. 11 Tab. 4.*

Nonò, erigitur adhuc duobus modis hasta.

Primò, intorto extrinsecus brachio, detortoque. Secundò, contorto introrsum reductóque traiecto sub hastam capite; est autem eadem ratio, quæ suprà.

Decimò, cum erecta hasta sursum ita proijcitur, vt post circuitum per medium truncum excipiatur, mouetur motu mixto ex recto centri, & circulari orbis; quod duobus modis fieri potest. Primò, si extremitas quæ tenetur manu, retrò agatur, vbi priùs sursum tota hasta impulsa est; quippe ex eo duplici motu centri, & orbis sequetur conuersio hastæ, & is descensus in quo commodè per medium truncum excipi possit. Secundò, hoc eodem motu mouebitur, eritque simile phœnomenum, si extremitas, quæ tenetur manu impulsa primò sursum cum tota hasta, tùm deinde antè pellatur, ita vt extremitas opposita retrò agatur.

Vndecimò, motus orbis potest aliquando esse maior, aliquando minor, pro diuerso scilicet impulsu: idem dico de motu centri; imò posset esse tantus motus centri, vt conuersio hastæ perfici non posset; est autem motus centri velocior initio in ascensu, & tardior in fine; & contrà tardior initio descensus, & in fine velocior, vt constat ex dictis l. 2. & 3.

Duodecimò, cum motus centri modicus est, parùm assurgit hasta, & licèt motus orbis sit maximus vix integram conuersionem perficere potest; cum verò motus centri maximus est, & motus orbis modicus, etiam suam conuersionem non perficit, sed altiùs assurgit mucro.

Decimotertiò, centrum motus orbis non videtur esse aliud ab ipsis $\frac{3}{4}$ versus mucronem, vt iam sæpe indicauimus: porrò nisi hoc centrum motus orbis retroagatur tantillùm, id est $\frac{1}{4}$ longitudinis hastæ, non poterit excipi per medium truncum, nisi maius producatur.

Decimoquartò, potest centrum orbis, vel plùs æquo retrò agi, vel antè pelli, vt constat; vnde tota ferè industria posita est in temperando illius

motu recto; denique non est omittendum etiam hastam eratam solo nixam sursum intorto pugno ita proijci posse, vt post circuitum excipiatur, nec est noua difficultas; communicatur enim primò motus centri rectus, tùm motus orbis, immò, si sit breuior, etiam geminos circuitus facit, antequam iusta manu excipiatur.

Decimoquintò, extremitas, quæ manu tenetur velociùs deinde mouetur. Primò, patet experientia. Secundò, maius spatium conficit; ratio est, quia mouetur circa centrum maiore semidiametro, quas constat $\frac{3}{4}$ totius
[a] *Fig. 22 Tab. 4.* hastæ, quod vt [a] faciliùs videatur, sit hasta A E, quæ pellatur sursum motu recto C E, sitque motus orbis circa centrum C; vbi verò C peruenit in D, A peruenit in L, & D in I; vbi verò C peruenit in E, A peruenit in G & D rediit in D; vides quanta sit differentia motus; nam eo tempore, quo A decurrit spatium A K L, D decurrit tantùm D H I; quænam porrò sit hæc figura; certè si non est Ellipsis, propiùs ad illam accedit: idem dico de descensu hastæ, quod dictum est de ascensu.

Decimosextò, duobus aliis modis potest hasta in aëre cõuerti; primò, si mucro agatur retrò, vtraque manu admota alteri extremitati: hic autem modus differt à prioribus, quod in illis motus centri rectus præcedat motum orbis; in hoc verò vterque simul incipiat. Secundò, si primò in humeris liberetur hasta, tùm sursum euibretur; sed hæc sunt facilia.

Decimoseptimò, ad hastam reuocabis baculum rotatum ab altera ex-
[b] *Fig. 23 Tab. 4.* tremitate; [b] sit enim baculus A E rotatus circa extremitatem A, tùm statim demissus. Primò, E post semicirculum peruenit in A. Secundò, E imprimitur maior impetus, vt patet: hinc tertiò mouetur velocius. Quartò, A non descendit infra A E, post quam demissus est baculus, vt patet experientiâ; ratio est, quia E per tangentem E L determinata impedit, ne A deorsum tendat. Quintò, E per arcum E G non mouetur; alioquin A esset immobilis: præterea E non mouetur motu circulari, nisi retineatur in A; sed non retinetur; igitur non mouetur per E G. Sextò, non mouetur quoque per rectam E F, quia retinetur E ab A, & reliquis partibus, quæ minùs habent impetus. Septimò, mouetur E per lineam curuam, quæ accedit ad ellipsim, scilicet per E H A; A verò assurgit supra A E; ratio huius motus petitur ex eo quod, neque per E F, neque per arcum E G mouetur extremitas E; igitur per curuam de vtraque participantem.

Decimooctauò, cum ita proijcitur baculus, vt altera extremitas citiùs moueatur quàm alia, sequitur motus mixtus ex recto centri, & circulari orbis; quia scilicet illa pars, quæ maiorem impetum habet, quasi retrò agitur ab alia, quæ minorem habet, non quidem motu purè circulari; alioqui omninò retineretur ab alia extremitate, sed alio mixto, quia non omninò retinetur.

Decimononò, hinc potest ita temperari motus ille orbis, vt tantùm semicircuitum in toto cursu impleat, cum scilicet partes omnes æquali ferè cum impetu mouentur; si enim æqualitas est in motu omnium partium, mouentur omnes motu recto; si verò motus singularum sunt

vt ra-

vt radij, motus est purè circularis; si verò est alia inæqualitas, erit mixtus, qui magis accedet ad circularem, quò maior erit inæqualitas, & magis ad rectum, quò minor erit.

Vigesimò, hinc qui ludunt trunculis illis lusoriis inuerso tamen more, quod sæpè hic fit, quo scilicet non globus in trunculos, sed trunculi in globum proijciantur, arripiunt trunculum ipsum per medium truncum, vt scilicet æqualem impetum singulis partibus imprimant; vnde sequitur motus rectus, & ex motu recto vniformis trunculi casus, ne si altera extremitas ante aliam solum tangat, statim resiliat alia per aliquot gyros, & à scopo discedat.

Vigesimoprimò, mouetur baculus proiectus eo modo, de quo num. 18. circa aliquod centrum, quod tribus quartis tribuimus versus eam extremitatem, quæ vltimò à manu dimittitur; quippe faciliùs circa hoc centrum mouetur, de quo alibi, vnde est motus mixtus ex recto centri, ex recto naturali, & ex circulari orbis, quæ omnia ex dictis satis intelliguntur.

Vigesimosecundò, non sunt omittenda aliquot phœnomena, quæ in trunculorum ludo ferè semper occurrunt. 1°. si iuxta verticem tangantur faciliùs decutiuntur, quia maior est vectis, 2°. minùs deflectit globus à suo tramite, si per summos vertices decutiat, quia minùs resistunt. 3°. hinc, si etiam per imum pedem directo ictu verberentur, plùs resistunt, quia minor est vectis, 4°. hinc statim à recta via globus deflectit, 5°. si obliquè globus feriat trunculum, quasi lambendo, parùm declinat à suo cursu, quia minima est resistentia, quia obliquus ictus minimus est, vt constat ex dictis sæpiùs in superioribus libris. 6. cum sic obliquè decutitur trunculus, hic decussus deinde alios decutit; quia ex obliquo ictu crassioris pedis agitur in vertiginem circa verticem ad instar coni, de quo suprà; & cum maiorem gyrum describit, vix vnquam accidit, vt in satis frequenti sylua in alium trunculum non incidat, quem etiam decutit. 7°. aliqui tradunt artem, qua nouem trunculi decuti possunt, quod multis modis præstari potest, sed ad rem præsentem non spectat.

Vigesimotertiò, est etiam aliud ludi genus, quo pueri rusticani ludunt; est autem minimum parallelipedum gemino mucrone hinc inde instructum, vel cuius vtraque extremitas est emarginata, vel ad instar fusi in apicem coni, hinc inde desinens; si enim baculo rostrum illud ferias, statim assurgit. Sit enim primò [a] parallelipedum emarginatum A D incubans solo E C; si rostrum A baculo percutiatur, deprimitur A circa centrum E, & attollitur D maiore quidem arcu; igitur maiore impetu, qui quia non retinetur omninò non mouetur circulari motu D, sed curuo mixto circa centrum E, quod ab extremitate D tantillùm eleuatur. Secundò, ex hoc phœnomeno manifestè confirmatur, quod diximus suprà de baculo num. 17. quod scilicet assurgat extremitas illa, quæ manu tenetur supra horizontalem. Tertiò, idem prorsus accidet

[a] *Fig. 32 Tab. 5.*

[a] *Fig.* 33 *Tab.* 5. a si supra planum horizontale B A v. g. sit cylindrus C B extans aliqua sui parte putà F C; si percutiatur baculo E D in C, assurget propter eamdem rationem motu mixto; nam primò circa centrum F deprimitur C, & attollitur B; B quidem velociore motu, vt patet; igitur secum attollit extremitatem oppositam C motu mixto propter rationem iam suprà allatam.

Vigesimoquartò, A B si baculus in aëre libratus perpendiculariter. [b] *Fig.* 7. *Tab.* 5. v. g. percutiatur [b] altero baculo E D. Primò, in centro grauitatis C baculi A B, mouebitur A B motu recto; ratio est, quia omnes partes mouentur æqualiter; igitur motu recto. Secundò, tunc erit maximus iactus, si E D percutiat C, ita vt E C media proportionalis inter E D, & eius subduplam E G; quia E D producit maximum impetum & totum; est enim C centrum grauitatis impetus totius E D, & centrum grauitatis corporis impedientis A B. Tertiò, hinc si E D feriat in puncto G, non erit tantus iactus licèt A B proijciatur motu recto. Quartò, si percutiatur in F, non mouebitur motu recto, vt constat experientiâ; quippe maior impetus producetur in extremitate B, quàm in A; igitur non mouebitur motu recto, sed mixto circa centrum mobile H. Quintò, non producetur totus impetus, qui potest produci ab ipso E D; quia non impedietur totus, vt patet: quippe extremitas B faciliùs cedit. Sextò, quo punctum ictus accedet propiùs ad extremitatem B, minor erit motus centri, maiorque motus circularis, & consequenter minor iactus, & contrà, quò punctum ictus accedet propiùs ad centrum C. Septimò, sunt 6. ictuum combinationes in hoc casu; nam vel ictus cadet in centrum grauitatis C baculi A B vel extra; si primum, tribus modis id fieri potest. Primò, si centrum grauitatis impetus baculi E D feriat scilicet ipsum C. Secundò, si aliud punctum inter C D putà K. Tertiò, si aliquod inter C E putà G; si verò secundum iisdem tribus modis fieri potest, sed de his satis; supereſt tantùm, ni fallor, vt ea phœnomena, quæ in tudiaria gladiatura obseruari possunt, eorumque causas explicemus, sed illud præstabimus in lib. sequenti.

Theorema 13.

Explicari possunt omnia phœnomena turbinis seu trochi circumacti: Turbinum puerilium duo sunt genera: primum est eorum, qui ferro muniuntur, qui certè diuersæ sunt figuræ, sphæricæ, conicæ &c. communi- [c] *Fig.* 34 *Tab.* 5. ter tamen fiunt iuxta figuram cordis, [c] vt vides in A. Secundum est eorum, qui ferro carent, quorum sunt etiam diuersæ figuræ, communior est [d] *Fig.* 35 *Tab.* 5. conois, vt vides in [d].

Primò, circumagitur vel scutica vt B, vel funiculo intorto vt A: vtriusque ratio eadem est; cùm enim circumuolutus funiculus reducitur, haud dubiè trochum ipsum in orbem agit.

Secundò, cum mouetur trochus circa axem C D immobilem, est motus purè circularis.

Tertiò,

Tertiò, cùm mouetur circa axem mobilem motu recto, est motus mixtus ex recto & circulari similis motui rotæ ; cum verò mouetur axis in orbem, mouetur motu mixto ex duobus circularibus, & hic est motus verissimus turbinationis.

Quartò, causa motus orbis est prima reductio scuticæ, seu funiculi, quæ circumagit turbinem; causa verò motus axis est extremitas funiculi, vel scuticæ, quæ trochum aliquo modo, vel adducit, vel quasi explodit, vel expellit ; adducit quidem funiculus, cuius altera extremitas etiam adducitur ; expellitur verò trochus, cum verbere adigitur : sed de his paulò pòst.

Quintò, ideò trochus mouetur motu orbis, seu motu circulari, quia impetus contrarii simul imprimuntur, v.g. in fig. B imprimitur impetus E per arcum E H F, & F per arcum F G E : vndè sequitur necessariò motus circularis ; hinc digitis in contrarias partes explosis turbo in orbem agitur.

Sextò, diu durat iste motus circularis turbinis, quia non destruitur ab impetu contrario grauitationis, vt iam diximus alibi, sed tantùm ab affrictu ad planum illud, in quo vertitur, & à noua determinatione, quæ singulis instantibus ponitur, quæ pro nihilo ferè haberi debet; hinc quò vertex turbinis, politior est, & planum in quo suos gyros agit, læuigatius, diutiùs durat eius motus.

Septimò, aliquando dormire dicitur turbo cum celerrimè mouetur, defixo scilicet axe in eodem loco, & situ, ratio petitur ex eo quòd vertex certè componitur cum ipso plano factâ sibi veluti insensibili apotheca seu fossula, cuius tenuis margo impedit motum centri ; igitur motus orbis vnicus est, igitur maior.

Octauò, verbere adigitur trochus, ipsique imprimitur primò motus orbis, quia lora illa scuticæ trocho aduoluta, vbi deinde explicantur, trochum ipsum circumagunt: secundò motus centri, quia eadem lora ad instar fundæ quasi trochum explodunt; sic plerumque accidit adhiberi lora, vt longiùs ligneus orbis proijciatur; quippe dum explicantur lora, duplex ille motus necessariò imprimitur ; primus quidem, quia explicari non possunt, nisi trochus circumagatur ; secundus verò, quia explicari lora non possunt nisi in aliquam partem ferantur, & trochum ipsum trahant, vel saltem impellant; adde quod diutiùs manet potentia applicata; hinc maior effectus, analogiam habes in funda.

Nonò, quando turbo ferro instructus, cui funiculus aduolutus est, retentâ alterâ funiculi extremitate, & explicato eodem fudiculo circumagitur; haud dubiè maiore vi pollet hic motus, duratque diù, tùm quia funiculus est, longior, tùm quia maiore nisu quasi euibratur, tùm quia diù manet potentia applicata; porrò duobus modis explicatur funiculus; primò enim adducitur, seu retrahitur, ex quo accidit, vt motus centri determinetur in eamdem partem ; secundò non adducitur, sed tantùm altera extremitas retinetur ; vnde fit, vt motus centri nullus ferè sit.

Decimò, motus centri circularis in eam semper est partem, in quam

exterior turbinis portio motu orbis conuoluitur; v.g. turbo B mouetur motu orbis per arcum E H F; igitur motu circulari centri vel axis mouebitur per D K, si supponatur erectus perpendiculariter in plano L D K; ratio est, quia circularis axis determinatur à circulari orbis; igitur vterque fit in eamdem partem.

Vndecimò, diuersa scabrities plani in quo circumagitur turbo multùm immutat turbinationis modum; tunc enim vel diuersa plani inclinatî ratio, vel diuersæ quasi fossulæ, vel insensibiles scopuli turbinem eò sæpe adigunt, quo impressi motus indoles minimè ferret.

Duodecimò, licèt imprimatur motus rectus axi per adductionem, vel emissionem funiculi, non tamen mouetur axis motu recto; quia hic motus rectus ab ipso motu orbis immutatur, ita vt ex vtroque motus fiat mixtus, ipseque adeò axis motu quasi spirali, reliquæ verò partes inæquali motu circumagantur.

Decimotertiò, quando axis mouetur motu circulari, potest esse circulus, quem describit maior vel minor; si maior est, isque duplus circuli basis trochi singula puncta basis describunt lineam cordis, dum motus orbis, & axis æquali numero circulorum constent; si verò axis describit circulum æqualem basi, sitque numerus circulorum vtriusque motus æqualis, describit quodlibet punctum periphæriæ basis lineam nouam, cuius schema hic habes, sit [a] enim circulus, quem describit punctum axis, quod est centrum basis supremæ trochi, A H K Q; sitque basis ipsa circulus E D B C; hoc posito moueatur centrum A per circulum A H K Q, cum erit in G, erit in F, cum in H erit in D, cum in D, erit in L; &c. igitur punctum periphæriæ basis E describit suo motu lineam curuam E F A D L M P C A E, quæ suas habet proprietates, de quibus suo loco.

[a] *Fig. 24 Tab. 4.*

Decimoquartò, obseruas, nisi fallor, mirabilem huius motus analogiam; fit enim centrum circuli, qui circa alium immobilem conuertitur, decurrat circulum duplò maiorem, describit lineam cordis, de qua suprà, si maiorem duplo (eâ tamen lege vt centrum, & orbis æquali tempore suum circulum decurrant) describitur linea, quæ accedit propiùs ad circulum; si verò circulus centri sit æqualis circulo orbis, habes lineam in superiore schemate, quæ geminum circulũ imperfectum præfert, qui eò propiùs ad se inuicem accedũt, quo circulus centri minor est; cùm enim nullus est omninò cẽtri circulus, tunc ambo circuli imperfecti in vnum perfectũ coëunt; si verò circulus centri sit minor duplò, sed maior æquali, minor erit superior illa figura E F A, &c. donec tandem vbi circulus centri est duplus circuli orbis vnica tantùm figura describatur, scilicet linea cordis. Sed de his omnibus fusè suo loco; sunt enim mirificæ harum linearum proprietates.

Decimoquintò, saltitat initio proiectus turbo; ratio est, quia motus centri maior est; igitur ob maiorem affrictum sæpiùs resilit; quod profectò non accideret, si planum læuigatissimum esset, & ferreus mucro politissimus hinc statim primus ille ardor deferuescit, & miliùs turbinatur.

Decimosextò

Decimosextò, antequam quiescat turbo, inclinatur, suosque orbes agit inclinato quasi corpore, & obliquo axe; ratio est, quia vel axis seu ferreus mucro tantillùm abest à grauitatis centro, vel aliquis plani scopulus, vel decliuis plaga turbinem ipsum inclinat; agit tamen adhuc aliquot obliquos gyros propter vim prioris impetus, quæ sensim à grauitatione turbinis frangitur, & tandem omninò superatur.

Decimoseptimò, hinc, vbi terrarum tangit depressus turbo, ad instar rotæ deindæ rotatur; ratio est, quia multus adhuc remanet impetus ad motum orbis determinatus, qui vbi tangitur, solum trochum ipsum cum centro ad instar rotæ præcipitem agit.

Decimooctauò, hinc vides naturam maximè gaudere motu recto qui paulò ante turbini erecto minimè concedebatur; cur enim in vnam potiùs partem, quàm in aliam? at verò lapso iacentique facilè permittitur; nam in plano motus orbis rotæ facilè determinat motum rectum centri.

Decimononò, ad turbinem reuoco cubum illum, [a] suis numeris vel characteribus instructum, & duobus hinc inde in suprema, & ima facie, quasi paxillis, vel communi axe munitum, cuius figuram hîc habes; voluitur enim hic cubus circa suum axem, neque est noua difficultas. [a] *Fig.* 33 *Tab.* 4.

Vigesimò, huc etiam reuoca fusum, qui dum turbinatim versatur, diuersis etiam motibus moueri potest sursum, deorsum, dextrorsum, sinistrorsum, ita vt in eo mira motuum varietas obseruari possit.

Vigesimoprimò, reuocabis quoque motum paropsidis, dum digito quasi flagellatur; est enim quoddam turbinationis genus, cuius ratio facilis est, & constat ex dictis.

Theorema 31.

Explicari possunt phœnomena [b] *motus Excentricorum*; sit circulus A L K M centro E; sit alius excentricus A C O D centro B, circa quod moueatur punctum A v.g. motu orbis; Primò, nulla erit inæqualitàs motus, sed tantùm videbitur esse; nam punctũ A, in quo sit astrum post decursum quadrantem; videbitur in N; igitur videbitur tantùm confeciſſe arcum A N minorem quadrante; hinc motus ab A ad C iudicabitur tardior; at ve- A C ad O videbitur velocior; quia credetur confeciſſe arcum maiorem N K, æquali scilicet tempore, quo A N; hinc ab A ad C, id est ab apogæo dicitur esse tardior; velocior verò A C ad I, id est ad perigæum, sed hæc sunt facilia, & communia, per quæ explicantur anomaliæ, & inæqualitates simpliciores motuum cælestium. [b] *Fig.* 25 *Tab.* 4.

Secundò, si voluatur circulus radio A E circa centrum E, nec sit vllus motus circa centrum B; haud dubiè omnes partes excentrici A D O C mouebuntur motu circulari sed inæquali, vt patet.

Tertiò, si sit motus circularis circa vtrumque centrum; certè centrum B circumagetur per circellum B G H F, punctum verò A excentrici describet hanc lineam A P I Q B S I R A, vt constat ex dictis Th. 30. num. 30.

Quartò,

Quartò, hinc in singulis circuitionibus videretur facere duas, & perigæum videretur versus eam partem, versus quam videretur apogæum.

Quintò, centrum B posset moueri per circellum minorem B G H F, vel per alium, cuius centrum esset inter B E ; per hos autem circellos explicant Astronomi diuersas excentricitatis mutationes.

Sextò, moueretur punctum A inæqualiter, v.g. eo tempore, quo percurrit A P, percurrit tantùm S I, vt constat ex dictis suprà.

Septimò, possunt etiam determinari illi arcus, qui tardiùs licèt decursi, velociùs tamen decurri viderentur ; nam in A videretur moueri tardissimè; at verò velocissimè in B.

Octauò, possunt plures excentrici simul componi cum pluribus etiam concentricis ; sed de iis fusè in Astronomia ; hîc tantum sufficiat indicasse, & quasi reduxisse ad principia motuum mixtorum.

Theorema 32.

a *Fig.* 16 *Tab.* 4. *Possunt explicari omnia phœuomena* a *Epicloclorum.* Primò sit circulus H B C K centro A, sit epicyclus L I Q G, centro G ; assumatur quodlibet eius punctum, putà G, quod moueatur motu mixto id est, motu centri, & motu orbis : possunt assignari omnia puncta lineæ huius motus, omnes velocitatis proportiones, &c.

Secundò, si H moueatur versus K, & G versus Q describet speciem lineæ cordis G Z M N E.

Tertiò, G mouebitur velociùs, in G quam in N, E, &c. tardissimè in perigæo E, velocissimè in Apogæo G.

Quartò, temporibus æqualibus diuersos arcus describit, scilicet arcum comprehensum angulo H A N, N A C.

Quintò, si G moueatur versus L & H versus K, tardissimus motus erit in apogæo G, velocissimus in perigæo E; nam eo tempore, quo à perigæo conficit arcum comprehensum angulo C A M, conficit ab apogæo arcum comprehensum angulo M A H.

Sextò, si motus epicycli sit inæqualis motui centri, diuersa erit linea huius motus mixti, diuersæ motuum, & velocitatum proportiones.

Septimò, si sint duo Epicycli, erit etiam diuersa linea, & diuersa motuum proportio ; potest autem accidere, vt vel vterque in eamdem partem, vel in diuersas tendant.

Octauò, potest etiam Epicyclus rotari in excentrico, in quo casu diuersus erit motus, diuersa linea ; quæ omnia facilè ex dictis constant, de quibus fusè agemus suo loco.

Theorema 33.

Si rota moueatur in circulo parallelo illi plano, cui incubat perpendiculariter eodem ferè motu moueri videtur, quo turbo, de quo suprà ; assumatur enim figura prima Th. 15. in qua sit circulus immobilis in plano horizontali B T X D, & erigatur rota B E D F, ita vt sit parallela circulo verticali, tàngatque priorem circulum in B, cuius deinde periphæriam sensim percurrat; haud dubiè punctum B describet suo motu lineam, quæ

potest

poteſt declinari ; • ſit enim circulus immobilis BD F C, mobilis F E G, a punctum F poſt decurſum quadrantem F D extat ſupra planum horizontis tota I D erecta ; poſt decurſum verò ſemicirculum tota B K erecta æquali B F, vt conſtat; igitur vertatur F B K, circa F B, donec incubet perpendiculariter plano horizontali in B F; tùm circa F K, ita erectam vertatur planum, donec incubet D I, erecta in I, fiet planum, in quo deſcribetur linea huius motus; aſſumatur autem D H æqualis A I ; dico quod ducetur per F H K : ſimiliter inuenientur alia puncta, quod ſufficiat indicaſſe ; eſt autem hic motus maximè inæqualis propter rationem, de qua ſuprà : ſed de his ſatis ; immò certum eſt punctum F ſuo motu prædicto deſcribere perfectum circulum duplum circuli rotati, cuius centrum eſt D erectum in A, nam D H, DF, D K ſunt æquales ; ſi enim circulus tangat in M, punctum F erectum toto arcu F M, reſpondebit perpendiculariter puncto O, ita vt O M ſit æqualis P B, vel H S, vel A N ; erigatur autem O R, donec incubet perpendiculariter, extat ſuper A D erecta in A tota Q R, ita O Q ſit æqualis A D. Sed quad. A O eſt æquale quadratis A M, M O ; igitur ſit quad. A M quadratum M O erit 8. igitur quadratum A 24. ſed extat ſuper M O, Q R, æqualis O M; igitur ſi à D erecto ducantur duæ rectæ, altera ad Q, altera ad R, lineæ O R erectæ ; certè D Q erit æqualis A O ; eſt enim ipſi parallela ; tùm fiet triangulum ortogon ex tribus D Q, Q R, D R ; igitur quadr. D R eſt æquale duobus D Q, Q R, ſed D Q eſt æqualis A O ; igitur quadr. D Q eſt 24. Q R eſt æqualis O M; igitur quadr. Q R eſt 8. igitur quadratum D R eſt 32. ſed quadr. D F eſt 32. poſito quadrato A F 16. igitur D R erit æqualis D F; igitur circulus duplus, &c. quod erat demonſtrandum.

a Fig. 3. Tab. 5.

* *
*

LIBER DECIMVS,

DE DIVERSIS MOTIONVM, VEL imprimendi motus rationibus.

HACTENVS explicauimus natutam causæ formalis motus, ideſt impetus in libro primo: proprietates motus naturalis ſecundo: tertio violenti affectiones; quarto mixti ex pluribus rectis: quinto motum in diuerſis planis conſideraimus; ſexto reflexum; ſeptimo circularem; octauo funependulorum vibrationes; nono mixtum ex circulari, quæ omnia ſpectant, vel ad cauſam formalem, vel ad principium intrinſecum, vel ad modum etiam intrinſecum, vel ad ſpatium, &c. iam verò conſideramus diuerſos modos, quibus impetus imprimi poteſt; poteſt enim mobile proijci, pelli, trahi, percuti, premi, ſuſtineri, tornari, &c. de quibus omnibus iam nobis, hoc decimo libro agendum videtur, vt deinde vndecimo de organis motus, & duodecimo de lineis tandem agamus.

DEFINITIO I.

IMpreſſio eſt productio impetus in exteriore mobili, vel niſus ad illam.

Explicatione multa non indiget hæc definitio; dicitur productio impetus, quia reuerâ quando proijcitur lapis, in eum deriuatur aliquid ab ipſo

ab ipso proijciente mediatè,vel immediatè,cuius vi deinde mouetur;atqui vnus impetus illud ipsum præstare potest, vt constat ex dictis, toto, lib. 1. additum est, vel nisus ad illam, vt producitur impetus in omni pulsione,nec in omni percussione;cum enim quis pellit ingentem rupem seu percutit pugno; nullum certè producit impetum, nisi aliqua pars auolet,quæ omnia constant ex dictis l.1.

Definitio 2.

Resistentia mobilis est illa ratio,quæ mobili inest,cuius vi vel motum omnem ipsum mobile ab applicata potentia renuit vel tardiorem tantum permittit.

Quid verò sit illa ratio,& in quo posita sit explicabimus infrà; nihil enim aliud nomine resistentiæ intelligi potest, quàm id,quo mobile resistit motui;resistere autem motui, est vel totum impedire motum vel eius partem,per quid autem resistat,& propter quid dicemus infrà:satis est dixisse,quid sit resistere & resistentia.

Hypothesis.

Lapis 20. librarum difficiliùs proijcitur, vel sustinetur ab eadem potentiâ,quàm lapis vnius libræ;hypothesis certa est.

Axiomata nulla præmittemus cum Theoremata lib.1. demonstrata sufficiant.

Theorema 1.

Explicari possunt omnia phœnomena sustentationis.

Primò,vt manus sustineat pondus in situ horizontali producit in se impetum; quia, cùm brachium libero motu librari possit, suo pondere descenderet, nisi aliquod resisteret;sed ipsum brachium non resistit;igitur aliquid quod brachio inest;igitur impetus.

Secundò, impetus, quem ipsa potentia motrix in brachio producit, non est maior impetu grauitationis ipsius brachij;quia alioquin præualeret; igitur brachium ascenderet, contra hypothesim.

Tertiò, ille impetus non est etiam minor; quia alioqui impetus grauitationis præualeret; igitur brachium descenderet, contra hypothesim.

Quartò,hinc sequitur esse æqualem,cùm sit per n.1.nec sit maior per 2.nec minor per 3.sequitur necessariò esse æqualem.

Quintò, singulis instantibus impetus productus priore instanti destruitur; probatur, quia quotiescumque ad lineas oppositas ex diametro determinantur duo impetus æquales, destruuntur, si destrui possunt per Theorema 133.lib.1. at verò impetus innatus destrui non potest,per Theorema 77. libro 2. igitur destruitur productus à potentia motrice.

Sextò, propter molliores partes organi, v. g. musculorum, neruorum, impetus naturalis aliquem semper effectum fortitur, compressionis, diuisionis, tensionis: ratio est, quia anima non produ-

cit impetum in omnibus immediatè ; vt patet ; alioquin etiam reſectis neruis brachij poſſet brachium moueri ; igitur illæ partes , quæ tantùm habent impetum grauitationis deorſum , quaſi pugnant cum aliis , quæ impetum grauitationis habent impetum ab ima ; quemadmodum enim , cum aliquod pondus humeris incubat , vel manui ; ſentio ponderis vim , cuius effectus rationem afferemus paulò pòſt , ita prorſus partes , quæ immediatè ab anima impetum non accipiunt , alias deprimunt.

Septimò , ſingulis inſtantibus anima producit impetum in organo ; quia ſingulis deſtruitur per num. 5. igitur cùm reſiſtat continuò grauitationi , tùm ipſius organi , tùm partium coniunctarum cum organo , ſiue ſint animatæ , ſiue inanimes , debet adeſſe cauſa huius reſiſtentiæ ; igitur nouus impetus , cùm prior deſtruatur.

Octauò , impetus productus in organo , quod mouetur , producit impetum in aliis partibus cum ipſo organo coniunctis ; probatur ; cum enim ſingulæ partes mouentur , ſingulæ habent impetum , ſed ſingulæ impetum ab anima non habent immediatè , vt conſtat ; igitur aliquæ partes habent impetum ab impetu ipſius organi : ſecundò eodem prorſus modo moueo vnguem , quo lapillum ; ſed lapillus , quem moueo manu , non accipiet impetum immediatè ab anima , ſed ab organo , vel potiùs ab impetu organi ; igitur nec vnguis , nec aliæ partes , quæ non ſunt organum motus , licèt cum eo coniunctæ ſint.

Nonò , cum verò organum non mouetur. v. g. manus quantumuis extenſa , vel erecta , non producit impetum in aliis partibus coniunctis , licèt animatis ; probatur primò , fruſtrà produceretur , cùm impediri poſſit earum motus deorſum ſine impetu , alioquin menſa , quæ ſuſtinet pondus , produceret in eo impetum , quod eſt ridiculum. Secundò , quia ſi impetus organi producit impetum in partibus vnitis , quo eas quaſi reducit ſurſum ; igitur impetus grauitationis partium vnitarum producit etiam impetum deorſum in organo ; immò daretur proceſſus in infinitum , de quo paulò pòſt.

Decimò , cum manus ſuſtinet aliquod pondus immobiliter , non producit in eo impetum ; Primò , quia , ſi non producitur impetus in alijs partibus vnitis , licèt animatis , multò minùs in alijs ; Secundò , quia eodem modo ſuſtinetur pondus à manu , quo ab alio corpore inanimo , v. g. à menſa ; ſed hæc non producit impetum in pondere , quod ſuſtinet , vt dicam paulò pòſt ; Tertiò , quia fruſtrà produceretur ; quia modò manus ſuſtinens ſtet immobilis ; haud dubiè etiam ſublato omni extrinſeco impetu à pondere adhuc ſuſtinebitur.

Dices ; igitur fruſtrà produceretur impetus in manu ; Reſp. negando quia niſi potentia motrix produceret impetum in manu , ab ipſo pondere deprimeretur ; igitur non eſt fruſtrà omninò ille impetus.

Dices , non habet motum ; igitur eſt fruſtrà ; Reſp. omnem impetum non eſſe fruſtrà , licèt careat motu , vt patet in ipſo impetu innato , cuius

cuius duplex est effectum; scilicet grauitatio, & motus, vt aliàs iam indicauimus; similiter impetus productus à potentia motrice, in suo organo habere potest duplicem effectum; primus est motus; secundus est nisus seu conatus oppositus extrinseco motui; quemadmodum enim innatus semper habet motum, nisi impediatur ab alio corpore, ita & impetus organi potentiæ motricis, nec est magna difficultas; immò clarissima vtriusque potentiæ analogia.

Vndecimò, hinc benè explicatur, quomodo defatigetur tensum brasiue coniunctum siue coniunctum; sit cum extrinseco pondere, siue cũ propria tantùm grauitate; quia partes aliquæ tendunt deorsum, aliæ verò sursum; hinc semper fit aliqua tensio; igitur aliqua diuisio; igitur dolor, sic enim tenditur funis à pondere pendulo, pondus verò incubãs tùm aliquas partes premit, tùm alias maximè distrahit, in quo non est difficultas; si autem manus incubet mensæ, v. g. & pondus manui fit tantùm compressio partium, quæ pro mollitie facilè cedunt & separantur; igitur pondus producit impetum in manu & neruis; alioquin nulla esset tensio, neque compressio.

Duodecimò, hinc benè colligo non produci impetum à potentia motrice in toto organo; quia si hoc esset, omnes partes starent immobiliter; esset enim hic impetus æqualis impetui grauitationis, tùm organi, tùm ponderis; tùm aliarum partium, cum organo coniunctarum; igitur nulla esset defatigatio; quia tam facilè anima produceret impetum, 2°. instanti, 3°, 4°. &c. quàm 1°; sed nulla est defatigatio pro 1°; igitur nulla esset in reliquis, quod tamen est contra hypothesim; immò possemus liberè moueri per medium aëra; cum enim 1°. instanti possemus producere impetum maiorem impetu grauitationis, vt patet; certè non destrueretur totus, 2° instanti; igitur cum 2°. instanti posset æqualis 1°. impetus produci; semper intenderetur; igitur facilè moueremur, quod absurdum est; igitur possumus quidem saltu sursum totum corpus attollere; at cùm in omnibus partibus potentia motrix non producat impetum immediatè; certè deorsum tendunt, motu naturaliter accelerato, vnde tandem organum ipsum deorsum secum trahunt; sed de his aliàs plura, cum de potentia progressiua.

Decimotertiò, quando pondus sustinetur à plano immobili, v. g. à mensa, non producitur in eo impetus sursum à mensa; quia impetus producitur tantùm ad extra ab alio impetu, per Th. 42. l. 1. sed nullus est impetus sursum in mensa, vt patet.

Decimoquartò, pondus non producit impetum in ipsa mensa, nisi vel tota mensa, vel aliquæ eius partes moueantur, vel comprimantur, vel dilatentur; quod reuera ferè semper accidit; quia cum sit perpetuum corporum effluuium, multæ partes separantur vi ponderis, quæ ab iis corpusculis, quæ auolarunt, continebantur; sic tandem post multos annos trabs lignea incubanti ponderi cedit; sic lapis sensim terram deprimit, sic globus plumbeus diutiùs molæ incubans, sibi quasi fossulam fingit, depressis duntaxat mollioribus partibus; quod certè fit vel in-

ſenſibili motu vel per ſeparationem aliquarum partium; cum enim dato quocumque motu, dari poſſit tardior; certè poteſt eſſe continuus motus, quo per centum annos, vix latus vnguis acquiratur, quod nemo Philoſophus mirabitur, qui naturam motus circularis probè intellexerit.

Decimoquintò, brachium omninò explicatum difficiliùs ſuſtinet pondus, quam contractum; quia maius eſt explicati momentum, vt patet; eſt enim quaſi longior vectis circa extremum humerum rotatus.

Obijceret aliquis, contra ea quæ diximus num. 14. ſit globulus libram pendens incubans menſæ 99. librarum; haud dubiè qui menſam ponderat, centum librarum pondus ſuſtinet; igitur globulus producit in menſa impetum. Reſp. neg. conſeq. nam ideò ſentitur pondus 100. librarum; quia vtrumque pondus grauitatione communi in ſuppoſitam grauitat manum.

Theorema 2.

Explicari poſſunt omnia phœnomena detentionis.

Primò, aliquis detinetur, ſimul, & ſuſtinetur; ſit globum pendulum func, cuius altera extremitas manu tenetur immobili; nullus autem producitur impetus in ipſo globo, quo ſurſum, quaſi attollatur; quod probatur, iiſdem omninò rationibus, quibus probauimus in ſuperiori Theo. de ſuſtentatione; ipſa tamen chorda, ſi vel brachio, vel digito circumuoluatur, ſua vbique inurit veſtigia; premit enim molliorem carnem, & neruos; hiuc aliqua diuiſio; hinc dolor: nec in hoc ſingularis eſt difficultas.

Secundò, retinetur aliquod mobile, per quamlibet lineam, vel func, vel vnco, vel manu, v.g. auolans auis filo, indomitus equus fræno, diſcedens homo pallio vel manu; hoc poſito, non producitur impetus à retinente in mobili retento per ſe; quia perinde ſe habet, atque ſi rupes immobilis retineret annulo ferreo, vel vnco; ſed rupes non producit impetum in eo corpore, quod retinet, dixi per ſe; nam ſi partes aliquæ ſeparari poſſint vel dilatari; haud dubiè producitur in iis impetus.

Tertiò, hinc ſi duo retineant ſe ſe inuicem vel func, vel annulo, vel cylindro, multus impetus producitur ab vtroque in altero; quippe tenduntur nerui & muſculi, ex qua tenſione multæ partes ſeparantur; hinc dolor & defatigatio; igitur producitur impetus, quod certè clariſſimè ſequitur ex noſtris principiis; cum enim potentia motrix alicui mobili applicatur, quod ſimul totum mouere non poteſt propter reſiſtentiam vel ipſius molis, vel impetus contrarij; ſi fortè aliqua pars amoueri poteſt, & ſeparari ab aliis in eam potentia applicata ſuas vires exerit; quomodo verò rumpatur funis, vtrimque tractus, dicemus paulò pòſt, cum de tractione.

Quartò, retinetur aliquod mobile immobiliter in plano decliui, idque duobus modis; primò, quaſi trahendo: ſecundò, quaſi pellendo, nullus impetus producitur per ſe in mobili retento à retinente; quod probatur

batur eodem modo, quo suprà ; per accidens autem producitur propter eamdem rationem vnde suprà ; suppono autem nullo modo vel trahi sursum, vel pelli vtrimque : porrò retinetur ab æquali potentia, quod iam alibi demonstrauimus lib. 5. in quo etiam fusè explicuimus diuersas lineas, quibus potentia applicari potest.

Theorema 3.

Hinc facilè explicantur omnia phœnomena lationis.

Primò, lationem appello illam impressionem, qua potentia motrix aliquid suo organo, mediatè vel immediatè coniunctum secum vna defert ; sic dum quis ambulat, pileum etiam, quo caput tegitur, mouet ; sic equus rapit, nauis vehit nautam, currus aurigam defert.

Secundò, imprimitur impetus in vtroque ; probatur facilè ; quia vtrumque mouetur cum eo tamen discrimine, quod lator in se producit impetum, qui in mobili delato alium producit.

Tertiò, impetus latoris æqualis est impetui delato, quia vtrique inest æqualis motus ; igitur æqualis impetus.

Quartò, hinc cùm nauis imprimat impetum iis omnibus, quæ vehit æqualem suo ; non est mirum si motus qui obseruantur è naui mobili tùm in proiectis, tùm in demissis, tùm in dispersis, similes omninò iis appareant, qui obseruantur è naui immobili, licèt omninò sint dissimiles ; quæ omnia fusè explicui l. 4.

Quintò, hinc quæ vehuntur naui non separantur ab ipsa naui, quia æquali motu feruntur, nisi nauis illicò sistat ; quia impetus prior, non statim destruitur, quod iam explicuimus alibi ; immò sese aliquando subtrahit equiti ; quia, scilicet, demisso vel inflexo tantillùm dorso, perniciter sese eripit ; idem accidit globo, quem in plano horizontali læuigato sustines ; si enim illicò demittas orbem velociter ductum, vel statim ducas reducasque ; haud dubiè globus in eo plano mouebitur.

Sextò, quædam humeris & collo, quædam capite, alia manu feruntur, etiam liquida vase contenta ; vas autem ipsum effunditur, si motus aliqua notabili morula interrumpatur ; cùm enim superficies aquæ v. g. in eam partem adhuc moueatur, in quam priùs erat denominata ; certe si maior est motus, effunditur aqua.

Septimò, hinc est aliquod artificium, quo ita possint in plano horizontali verticali manubrio instructo deferri orbes pleni liquore, vt nihil penitus effundatur ; si enim ita temperetur brachij motus, vt sit continuus & æquabilis, non modò nihil effundetur ; verùm etiam, ne ipsa quidem superficies liquoris mutabitur ; vt autem sit continuus ille brachij motus, & æquabilis ; debet ita porrigi brachium, seu componi cum inæquali reliqui corporis motu, vt eo aliquando tardior, aliquando velocior sit ; porrò hæc inæqualitas motus progressiui procedit ex duplici illo quasi gemini crucis arcu, geminoque vtriusque centro, sed de hoc alibi.

Octauò, hinc quò velociùs corpus progredietur minoribusque, licèt,

frequen

frequentioribus passibus, brachij motus accedit propiùs ad æquabilem; igitur minùs mutatur superficies liquoris vase contenti; hinc in naui, quæ velocissimo motu fertur, ne tremit quidem superficies aquæ, quam repositam quis habet in vase; denique quò superficies concaua orbis seu vasis est maioris circuli faciliùs effunditur liquor, quia planum est minus decliue, & minus recedit ab horizontali, & contrà si est minoris sphæræ seu circuli, hinc fortè tantus est maris æstus in Oceano, & modicus valdè in Mediterraneo, sed de his alibi.

Nonò, his adde amphoras illas aqua, vel lacte ad summum vsque marginem repletas, quas rusticanæ fœminæ è summo capite ita portant, vt nihil penitus effundatur, quia scilicet tenso collo ambulant, vt capitis motus ad æquabilem propius accedat.

Decimò, non est omittendum ille orbis gyrus cum scypho pleno; a*Fig.27 Tab.4.* quod vt melius intelligatur. a Sit orbis A F E G pendulus filo F A; sit scyphus E D C plenus aqua vel alio liquore, puncto circuli E insidens, tùm rotetur orbis circa centrum F; haud dubiè, ne gutta quidem aquæ effundetur; ratio est, cùm E sit semper punctum oppositum centro, motus F & scyphus motu illo circulari maximè pellatur, prematurque versus E, aqua ipsa etiàm versus E recipit impetum versus fundum scyphi; qui cùm sit intensior natiuo propriæ grauitationis aquæ, non est mirum si prævaleat, & nihil penitus effundatur in gyro, præsertim cùm partes omnes aquæ moueantur eo motu, quo in primo situ omninò relinquuntur; adde quod licèt impetus innatus tantillùm obesset, impeditur tamen ab illa vligine, quæ cum aqua commixta est, de qua iam suprà; quod autem scyphus impellatur versus E, patet clarissimè in funda, in qua lapis circumagitur, sed de funda infrà, cum de proiectione; tunc enim rem istam demonstrabimus.

Vndecimò, vt feratur cylindrus humeris commodiùs in situ esse de- b*Fig.28 Tab.4.* bet, vt suprà horizontalem eleuetur ad angulum 45. grad. sit enim 60. grad. sitque cylindrus A F, cuius centrum grauitatis C incubans puncto humeri C, tunc humerus sustinet totum pondus absolutum cylindri, & manus nihil: si verò manu erectum sustineatur in D G; haud dubiè manus totum sustinet pondus absolutum, humerus nihil, si sustineatur K C I in C, vel N C L in C, maius pondus sustinebitur propter rationem vectis de quo in lib. sequenti. Denique, si sustineatur in H C E ad angulum H C A, 60. grad. humerus sustinet vt B H, manus vt E I; ergo non distribuitur pondus æqualiter humero & manui; igitur commodiùs fieri potest, si æqualiter distribuitur, quod vt fiat debet esse ad eleuationem anguli 45. sed hæc pertinent ad libram, & vectem de quibus agemus infrà, etiam supra lib. 5. sæpiùs indicauimus.

Theorema 4.

Aliquod mobile graue dimittitur deorsum multis modis.

Primò, per lineam perpendicularem, & tunc est motus purè naturalis, simulque omnes partes mobilis dimittuntur.

Secundò,

Secundò, per planum inclinatum tuncque si globus est, rotatur, quia tollitur æquilibrium.

Tertiò, ita dimittitur globus, vt primò per manum quasi decliuem cadat, tuncque similiter rotatur propter eamdem rationem.

Quartò, dimittitur funependulum, & tunc descendit per arcum.

Quintò, dimittitur cylindrus, cuius altera extremitas nititur solo, & tunc descendit etiam per arcum.

Sextò, dimittitur baculus; sed inæqualiter, ita vt altera eius extremitas cadat, antequam alia dimittatur, & tunc etiam circumagitur baculus; sed hæc sunt facilis.

Theorema 5.

Aliquod mobile proiectum excipitur manu multis modis.

Primò, firma & fixa manu, in quam cadit eodem modo, quo caderet in parietem, vt patet.

Secundò, manu repellente, tunque est maior ictus.

Tertiò, manu sensim subsidente, vt fallat ictum; sic lapidem sursum proiectum cadentem ita excipimus manu, immò & maiorem globum, vt vix vllum ictum sentiamus; quod vt fiat, manus retroagi debet, non quidem pari velocitate cum globo, sed paulò tardiore motu, vt scilicet modicum impetum imprimat globus; si enim manus pari velocitate moueretur, nullum prorsus impetum imprimeret globus; si verò non moueretur, sed omninò manus quiesceret, maximum ictum exceptus globus infligeret; si verò moueatur sed paulò tardius aliquid impetus imprimetur singulis instantibus, donec tandem totus ictus extinguatur; adde quod mollities manus ad extinguendum ictum potissimum confert; analogiam habes in lana, quæ tormentorum vim penitus eneruat.

Quartò, vt longiùs repellatur pila, secundus modus adhiberi debet, eritque motus mixtus ex directo & reflexo.

Theorema 6.

Explicari possunt omnia phœnomena tractionis.

Primò, trahitur mobile per productionem impetus; nec enim potentia motrix, quæ reuerâ causa est tractionis, quidquam aliud producere potest; præterea quod trahitur, verè mouetur; igitur per impetum, sic differt tractio à mera detentione, de qua suprà.

Secundò, hinc tractio est actio potentiæ motricis, qua mobile ipsum propiùs accedit ad motorem; nam motor ad se trahit mobile; igitur mobile accedit ad motorem: quod tantùm dictum sit de tractione directa; nam per reflexam, ipse motor ad mobile accedit, de qua infrà.

Tertiò, quando trahitur aliquod mobile, impetus producitur in omnibus illius partibus; probatur, quia omnes mouentur; igitur omnes recipiunt impetum. Secundò, quia si tantùm in vna produci impetum

oporteret, vt reliquæ etiam mouerentur à quacumque potentia quodlibet mobile trahi posset, quod est absurdum.

Dices, alias partes resistere. Resp. igitur vt moueantur, superari debet illarum resistentia; igitur per aliquid de nouo productum; igitur per impetum: immò non producitur in vna, nisi producatur in aliis; alioquin frustrà esset ille impetus, cui nullus effectus responderet; igitur si destruitur, quando frustrà esset, si conseruaretur; ita etiam non producitur quando frustrà esset, si produceretur; est enim par vtrimque ratio.

Quartò, hinc licèt trahatur ingens rupes, non propterea mouetur, quia non potest impetus produci in omnibus illius partibus ab applicata potentia; igitur in nulla per Th. 33. l. 1.

Dices, est causa necessaria applicata. Resp. esse quidem applicatam, sed esse impeditam propter maximam rupis resistentiam, quam debiliores potentiæ vires superare non possunt.

Quintò, hinc vna pars tracta non sequitur aliam vltrò; si enim vltrò sequeretur minima potentia, sufficeret ad trahendum maximum pondus; præterea singulæ partes mouentur per impetum.

Diceret aliquis, impetus productus in vna parte producit impetum in alia. Resp. negando; alioquin minima potentia quodlibet pondus moueret contra experientiam.

Dices, impetus vnius corporis producit impetum in alio, à quo eius motus impeditur; igitur impetus vnius partis producit impetum in alia, à qua eius motus impeditur. Resp. impetum, qui reuerâ alicui corpori inest, hoc ipsum præstare; at impetus non producitur in vna parte mobilis, nisi simul in aliis producatur; vel enim producitur in omnibus, vel in nulla; hinc colliges quantum absurdum sequeretur, nisi hoc esset; quia perpetua esset impetus productio, & minimus impetus totam ipsam terram moueret; vide quæ diximus super ea re toto lib. 1. nec enim totus impetus motoris producit totum suum effectum in vnico puncto mobilis, quod ridiculum dictu est; alioquin produceretur impetus intensissimus; igitur in pluribus; igitur in omnibus, quæ simul moueri debent, vel in multa.

Diceret aliquis; quando mouetur corpus equi, mouetur etiam anima; igitur sine impetu; igitur per impetum corporis; igitur nomine tantùm vnionis; igitur pars corporis alteri vnita etiam sine impetu, scilicet per impetum alterius moueri potest: hanc difficultatem iam soluimus suprà l. 1. Th. 38. Cor. 12.

Sextò, producitur impetus æqualis in omnibus partibus, quod trahitur motu recto; quia scilicet motus est æqualis; igitur & impetus.

Septimò, funis trahi potest diuersimodè. Primò, si altera eius extremitas annulo, seu clauo immobili affixa sit; alteri verò applicetur potentia, vel pondus; siue sit in situ horizontali, siue in verticali. Secundò, si vtrique extremitati applicetur pondus vel alia potentia motrix. Tertiò, si vtraque extremitas clauo immobiliter affigatur in situ horizontali,

zontali, admoueaturque pondus, seu potentia alicui chordæ puncto deorsum trahens: denique si ponticulo maximè attollatur, & tendatur chorda posita in priori situ; si primò, rumpetur chorda per se in ea extremitate, quæ immobiliter clauo affigitur; si tertio & quarto in ea parte, in qua vel deprimitur, vel attollitur: dixi per se, quia per accidens secus accidit, vt reuerâ sæpè fit, vel propter inflexionem nodi, vel aliquas partes debiliores, vel pressionem maiorem cum tensione coniunctam &c. sed quia hæc phœnomena pertinent partim ad tensionem, & compressionem, partim ad resistentiam corporum, de quibus agemus Tomo sequenti; certè hoc loco demonstrari non possunt; igitur satis est modò indicasse huius demonstrationis locum, qui talis est: inter illas duas partes fieri debet diuisio chordæ, quarum vna reuerâ trahitur, alia verò non mouetur, vel quarum vtraque mouetur sed in partes oppositas, quod nemo negabit. Et hoc principio hæc omnia, demonstrari possunt; sed de his omnibus suo loco fusè agemus; hæc enim vberrimam demonstrationum segetem dabunt, præsertim si comparentur inter se omnes chordarum affectiones, v.g. materia, figura, pondus, longitudo, crassities, situs, diuersa potentiæ applicatio.

Octauò, quando corpus trahitur fune, quò funis est longior per se, difficiliùs trahitur; ratio est, quia funis tantæ longitudinis esse potest, vt ne ipse quidem sine pondere trahi possit; igitur quâ proportione erit breuior dum applicari possit potentia, faciliùs trahet, dixi per se; quia funis longior, cuius plures partes sunt, maiorem patitur tensionem; hinc vt partes sese reducant corpus ipsum adducunt; adde quod, quò aliquod corpus magis tenditur, maioris impetus est capax, quia priori remanenti qui non est frustrà, quia suum effectum habet, secundus accedit à secundo nisu; igitur, quando dico corpus trahi faciliùs breuiori fine, nullam habeo rationem tensionis; quæ certè facere potest, dum funis non sit tantæ longitudinis, vt corpus faciliùs trahatur propter illa duo capita, quæ indicauimus.

Nonò, hinc vno fune faciliùs trahitur corpus, quàm duobus. Primò, quia pluribus partibus funis distribuitur impetus; igitur eò minus singulæ habent, quò plures sunt; secundò, quia cum vnus est funis, est maior tensio, quæ iuuat corporis tracti motum. Tertiò, quia si sunt duo funis vel diuersis partibus corporis tracti affliguntur, vel vni, si primum; igitur sunt duæ lineæ directionis, ex quibus fit altera mixta; sed nunquam miscentur duæ determinationes sine aliqua iactura, quando est duplex impetus, vt fusè satis demonstratum est suprà, si secundum etiam sunt duæ, vt patet; igitur eadem valet ratio; cum verò sunt plures funes, minùs impetus singulis distribuitur; hinc plura fila tenuissima sustinere possunt ingens pondus.

Decimò, hinc facilè colligi potest, quid dicendum sit de pluribus equis trahentibus currum; qui certè ad currum iungi non possunt, nisi sint plures funes, qui tamen in communem seu funem seu temonem desinunt a; sit autem pondus A, linea directionis G E. Si sit tantùm vnus a *Fig. 32 Tab. 4.*

equus, vel trahet duobus funibus B E C E, vel vnico G E, addito axe D F, & duobus funibus D H F H. Hoc secundo modo faciliùs trahet; quia impetus meliùs deriuatur in pondus A per lineam E G, quæ per centrum grauitatis ducitur.

a Fig. 32 Tab. 4. Obseruabis autem, a si cylindrus quo trahitur quodlibet pondus per lineam A B; trahatur per duas C F D F, tùm æqualibus viribus per duas C H G D, haud dubiè hoc secundo modo faciliùs trahetur, vt constat, & faciliùs per duas C F D F, quàm per duas C E D E; suppono autem ita trahi C F, vt æqualiter trahatur per D F; alioqui axis volueretur circa B, in quo non est difficultas: hoc posito, dico posse assignari differentiam istorum motuum; assumatur enim punctum D, quod trahitur per D F & per D I parallelam C F æqualiter vtrimque; certè mouebitur per D G L; si autem trahatur C D per duas C H D G æqualibus viribus ab eadem potentia faciliùs trahetur iuxta rationem D F ad D G, vel D F L ad D E, vt constat ex dictis l. 4. de motu mixto tùm etiam l. 1.

b Fig. 30 Tab. 4. Vndecimò, si autem b iungantur duo equi ad trahendum pondus A axe D F, & fune E G; si æqualiter trahant, quod tamen vix accidere potest, licèt differentia sit prorsus insensibilis; si autem inæqualiter trahant, perit aliquid impetus vtriusque, vt patet; nam eo tempore, quo D, cui maior vis inest v.g. progreditur, F regreditur; igitur meo iudicio, ne pereat quidquam impetus, ita debent collocari equi, vt pondus sit A, funis communis B C, primus axis D E, primus equus F trahens funibus F D F E, tùm secundus axis G H coniunctus cum primo funibus G D H E, secundus equus I trahens funibus I G, I H, atque ita deinceps: hoc posito totus impetus productus à primo equo F cõmunicatur primo axi D E; præterea totus impetus productus à secundo equo I communicatur secundo axi G H, & ex hoc primo D E; igitur D E recipit totum impetum ab vtroque equo productum; qui certè intensissimus esset, nisi axis D E coniunctus esset cum pondere A; igitur totus impetus ab vtroque equo productus toti ponderi distribuitur, nisi fortè maius sit põdus; tunc enim tertius equus M accedere deberet; igitur nihil prorsus perit impetus.

Duodecimò, vterque equus producit impetum in pondere A actione communi; probatur, quia, si quisque singularem impetum produceret, qui toti ponderi distribui non posset, cur potiùs his partibus quam aliis? igitur cùm omnibus distribuatur; certè ab vtroque simul producitur; nec enim alter equus trahit tantùm alteram partem ponderis; quæ enim assignari potest, sed singuli totum pondus, sed coniunctim, id est quælibet pars ponderis ab vtroque trahitur, sed non sola, totum pondus ab altero trahitur, sed non solo; equidem equus F non producit impetum in funibus D G I, nec in axe G H, nec equus I in funibus D F E, quia nullo modo impediunt motum, vnde equus I, vt æqualiter cum æquo F trahat pondus A, debet paulò maiore nisu trahere; qui certè determinari potest; suppono enim primò vtrumque F, I totis viribus eniti: secundò equum I non minùs conferre ad motum ponderis A, quàm equum F 3. funes D G, E H & axem G H esse $\frac{1}{1000}$ ponderis A; certè hoc posito equus I est fortior equo F $\frac{1}{1000}$.

Decimo

Decimotertiò, currus initio difficiliùs trahitur ; ratio est, quia nullus impetus inest initio, qui vbi semel productus primo instanti ; nec totus destruatur secundo; nec enim totus frustrà est; habet enim aliquem effectum, id est motum; augetur per accessionem noui impetus secundo instanti producti ; idem dico de tertio, quarto, quinto, &c. donec tandem post aliquod tempus motu æquabili procedat currus; quia scilicet quantum destruitur singulis instantibus, tantumdem ferè producitur, sed minùs profectò, quàm initio ; igitur faciliùs ; igitur initio difficiliùs ; hinc equi totis neruis enituntur initio, præsertim in plano arduo ; at vbi currus primum impetum accepit, longè faciliùs deinde propagatur; hinc si rumpatur funis, quo trahitur currus præcipiti equorum cursu, currus ipse deinde per aliquod tempus adhuc rotatur ; igitur prior impetus durat adhuc; nec enim nouus producitur.

Decimoquartò, si dum quis trahit toto nisu magnum aliquod pondus, funis rumpatur, pronus corruit; ratio est, quia totum impetū in se producit, quem in se simul & pondere integro fune seruato produxisset ; hinc dum duo in partes aduersas cylindrum, vel funem trahunt, si dimittat vnus supinus, alter proruit; quæ omnia ex nostris principijs luce clariora redduntur; non est tamen, quod aliquis existimet huius phœnomeni rationem tantùm à priori impetu conseruato esse ; qui certè minor erat in trahente, quàm vt hunc effectum præstare possit, cùm toti ponderi distribuatur ; igitur potissima ratio duci debet ab impetu nouo producto, quî cùm in auulsum pondus transire non possit, totus in ipso trahente quasi subsistit.

Decimoquintò, vt quis fortius trahat firmo pede, & crure intento, solum ipsum aduerso nisu premit ; ratio in promptu est, quia dum manu trahit corporis truncum lumborum vi, & ossium contractorum explicatione sursum attollit; igitur nouus impetus ponderi tracto accedit; hinc pede, vel genu in partem aduersam contranititur, qui trahit ; nam quemadmodum gemino brachio fortiùs trahimus, quàm vno ; ita prorsus, cum brachiorum vis iuuatur à lumbis, cruribus, &c. haud dubiè validior est.

Decimosextò, cum faciliùs amoueri potest, quod pellimus pede, vel genu, quàm quod trahimus manu, vel vnco, illud ipsum mouetur ; hinc vnco, si quis annulum apprehensum trahat quantumuis immobilem, & pede firmo nauim pellat in aduersam partem ; haud dubiè, quia faciliùs moueri potest nauis quàm annulus, versus annulum ibit ; sed ne diuersas impressionum rationes, quæ in motu nauis vulgò apparent distrahamus ; hoc loco breuiter omnes congerendas esse putaui. Primò ad littus tendit cum trahitur vnco annullus immobilis, vt iam dictum est. Secundò, si pellitur, vel fundum aquæ, vel aliud corpus immobile longiori ligno, & pede pellatur ipsa nauis in aduersam partem, in eam ibit propter eamdem rationem ; Tertiò si pellatur aqua remis fixo etiam pede vel crure contranitente in aduersam partem, idem sequetur effectus. Quartò, hinc quò remus latior est, & longior erit, maior erit effectus,

modò ſuppetant vires. Quintò, hinc latioris clauí inflexione vertitur nauis; Sextò, inflata ventis ſecundis vela nauem agunt; ratio clariſſima eſt, quia non poſſunt vela impelli, niſi alia nauis, cui ſunt coniuncta moueatur; ſed de re nautica agemus fusè ſuo loco, atque adeo de tota re hydraulica.

Decimoſeptimò, denique ex dictis multa corollaria conſequi poſſunt. Certum eſt. 1°. pars tracta non ſequitur trahentem ſua ſponte 2.°. reſiſtit alteri trahenti, 3°. non producit impetum pars trahens in tracta. 4°. non trahitur immediatè, & aliæ mediatè, ſed omnes ſimul immediatè. 5°. nullus impetus productus in corpore tracto impeditur. 6°. impetus primæ partis non producit impetum in aliis. 7°. quando dico tauri trahunt iugum producunt impetum actione communi. 8°. rota faciliùs trahitur, quàm cubus; quia pauciores partes plani reſiſtunt. 9°. quando fracto fune trahens pronus corruit, non tantùm hic caſus procedit à priore impetu, ſed maximè à nouo. 10°. extremitas funis fracti reſilit propter præcedentem tenſionem. 11°. hinc cum diſcerpitur charta vel tela editur ſonus ſtridulus, qui prouenit à motu extremorum filorum quæ reſiliunt. 12°. immò cum baculus frangitur, aliqua ſegmenta maxima vi euibrantur, ſentiturque in manu quaſi formicans dolor, propter illas tremulas ſuccuſſiones. 13°. cum trahitur cylindrus vtrimque in aduerſas partes à duobus contranitentibus æqualium virium, ſi minimè inflecti poſſit, ille præualebit, cuius vtraque manus propiùs ad medium cylindrrum accedit; ſecùs verò, ſi inflectatur; eſt enim ad inſtar gemini vectis. 14°. cum trahitur cylindrus æqualiter vtrimque, qui neque flecti, neque tendi poſſit; haud dubiè nullum impetum habet, quia eſſet fruſtrà, 15. deſtruitur impetus in tractione, ne ſit fruſtrà: ex his reliqua facilè intelligentur.

Theorema 7.

Explicari poſſunt omnia, quæ pertinent ad impulſum.

Primò, impulſus duplicis eſt generis: primus eſt coniunctus cum percuſſione, ſic tudicula impulſus globus emittitur: ſecundus ſine percuſſione; & hic duplex eſt: Primus, quo mobile impulſum ſeparatur ab impellente: Secundus, quo non ſeparatur, ſed ipſi continuò adhæret; quia continuo impulſu mouetur; de hoc tantùm vltimo impulſu agitur in hoc Th.

Secundò, ex dictis de tractatione colligi poſſunt ea, quæ dici debent de impulſu, quatenus nulli percuſſioni nec emiſſioni coniunctus eſt. 1°. impellens producit impetum in ſe ipſe; 2°. impetus impellentis producit impetum in corpore. 3°. ſingulis inſtantibus deſtruitur aliquid impetus impellentis, & impulſi. 4°. initio difficiliùs mobile mouetur impulſu. 5°. poſt primum motum tùm deinde faciliùs mouetur corpus impulſum, nec tanto niſu potentiæ opus eſt. 6°. cum æquali motu mouetur impulſum tantùm impetus producitur, quantùm deſtruitur. 7°. cum pellitur rupes immobilis, nullus in ea producitur impetus, niſi

fortè

fortè aliqua pars separetur, vel comprimatur. 8°. producitur tamen impetus in organo; probatur ex nisu; immò & compressione molliorum partium. 9°. quando duo sese mutuò, & æquali nisu pellunt, vterque in se ipso, & in alio producit impetum; in se quidem, quia maximè euititur, & defatigatur potentia motrix; in alio verò, in quo fit aliqua partium compressio, quæ sine impetu nũquam fit. 10°. si os pelleret os, seu corpus durum aliud durum, natiua vi distincta à grauitatione, in neutro produceretur impetus; quia esset frustrà: vide quæ diximus suprà de tractione. 11°. pellens etiam firmo pede solum, in aduersam partem pellit, seu premit; rationem iam attulimus suprà. 12°. si dum reluctantem alium & contranitentem pellis, sese illicò cedens eripiat, pronus in terram corrues. 13°. si plures idem pondus pellant, actione communi impetum producunt; hæc, & alia multa ex dictis de tractione facilè per eadem principia demonstrantur.

Theorema 8.

Attolli aliquid potest & eleuari, 1°. si producatur impetus maior impetu grauitationis; ratio clara est, quia fortior prævalet. 2°. destruitur secundo instanti aliquid impetus producti; quia est frustrà propter impetum natiuum. 3°. si tantùm producatur impetus singulis instantibus, quantum destruitur, motus erit æquabilis, si plùs, acceleratus, si minùs, retardatus, patet ex dictis. 4°. pondus attollitur initio difficiliùs propter rationem prædictam; minùs enim produci debet impetus secundo instanti, quàm primò. 5°. sub funem tamen valdè laborat potentia propter compressionẽ, & tensionem partium, de qua suprà. 6°. difficiliùs attollitur ingens pondus, quàm modicum; ratio clara est, quia plures partes impetus imprimi debent maiori, cui plures insunt, quàm minori. 7°. facilius attollitur per planum inclinatum, quàm per lineam verticalem deorsum, rationem iam attulimus l. 5. 8°. hinc etiam organo mechanico faciliùs attollitur pondus, de quo lib. 11. 9°. licèt grauitas non resisteret, corpus maius difficilius attolleretur, quàm minus; quia plures partes impetus illius motus desideraret, quàm huius, sed maior impetus difficiliùs imprimitur, quàm minor.

Theorema 9.

Corpus 1°. *deprimitur per impetum infra medium grauius, v. g. lignum infra aquam*; ratio clara est. 2°. deprimitur, vel trahendo, vel impellendo, vel calcando. 3°. trahimus sæpè deorsum, vt corpus attollatur sursum, vt in trochleis. 4°. quò corpus maius est, & leuius difficiliùs deprimitur infra medium grauius, quia non potest deprimi nisi plures medij grauiores partes attollantur, vt clarum est; exemplum habes in nauibus. 5°. deprimimus aliquando corpora per tensionem, vt ramos arborum, seu per librationem, vt campanarum funes, seu extremos vectes. 6°. clauus deprimitur, vel palus tribus modis. 1°. percussione; 2°. iactu seu eiaculatione. 3°. impulsione; de hac iam suprà actum est, de duabus primis paulò pòst agetur, sed hæc sunt facilia, & faciles causæ.

Theorema

Theorema 10.

Omnes gyrationum modi explicari, & demonstrari possunt.

Primò, vertitur baculus manu primo circa proprium axem, vt verù, quia inflectitur eodem modo manus & inferior brachij portio: secundo circa alteram extremitatem quæ manu tenetur: tertio circa quodlibet aliud punctum, ratio petitur tùm à tali brachij motu, tùm ab eo modo, quo baculus tenetur,

Secundò, circumagitur funis vel funda; quia producitur maior impetus in extremitate remota circa centrum immobile; hinc circulus; hinc quia extremitatis illius motus determinatur semper ad Tangentem, tenditur funis; sed de funda infrà, cum de proiectione.

Tertiò, multos alios gyros facimus, manu, brachio, collo, pede, toto denique corporis trunco; quot enim habemus articulos, tot motus circularis habemus centra; hinc suæ apothecæ caput ossis tam aptè inseritur, vt circa illam facilè moueatur; exemplum habes in oculo, dum infra suam thecam voluitur; sed de tota corporis fabrica, quatenus conducit ad motum, suo loco agemus; nec enim hi motus ad hunc tractactum pertinent.

Quartò, hinc reuoca deflexionem illam iacti globi, de qua suprà, quæ familiaris est trunculorum ludo, item gyros globi, quem, vel inter duas volas circumagis, vel inter volam, & aliud planum, qui partim ad impulsum, partim ad tractum pertinent; sed neque hæc sunt difficilia.

Scholium.

Obseruabis vix posse vno Theoremate comprehendi omnia phœnomena percussionis, cuius sunt tria veluti prima genera, scilicet ictus, casus, iactus: ictum appello illam percussionem, quæ infligitur pugno, manu, calce, cornu, vel quolibet organo, cum potentia motrice coniuncto, v.g. fuste, saxo, flagello, &c. casus est percussio à corpore graui deorsum cadente inflicta; iactus denique est percussio, quæ aliquam emissionem, seu vibrationem supponit, lapidis, pilæ, &c. itaque vt omnia percussionis phœnomena distinctiùs explicemus, singulis Theorematis singulos percussionis modos oxplicabimus.

Theorema 11.

Explicantur omnia phœnomena percussionis, quæ infligitur manu, pugno, brachio, calce, cornu.

Primò, pugnus infligit ictum diuerso motu; primò, motu recto; [a] sit enim humerus A B, caput cubiti B, os cubiti B F, fiat arcus A C, & K I, ita vt A B K sit æqualis A B F; certè A C I erit totum brachium tensum, caput B nunquam recedit ab arcu B C, nec extremitas F à recta F I; vbi autem F peruenit in G; assumatur G E æqualis F B: vbi verò F peruenit in H; assumatur H D æqualis F B, & habebitur proportio motus extremitatis F & capitis B; vides motum rectum F I mixtum ex duobus circularibus circa centrum immobile A, & mobile B.

[a] Fig. 9. Tab. 5.

Secundò, posset moueri per omnem lineam, v. g. F N, F M, immò

immò, & per lineam perpendicularem sursum, vel deorsum, & quò plùs contrahetur brachium, motus rectus per horizontalem erit maior; sit enim angulus cubiti A B O, ita vt B F sit in B O; certè extremitas O percurret motu recto totam O P; & si omninò contrahatur brachium, ita vt F sit in A, percurret extremitas A totam rectam A P; tunc autem ictus est fortior, cum linea motus recti est maior; quippe singulis instantibus nouus impetus accedit.

Tertiò, potest inueniri maximum spatium quod potest confici ab extremitate brachij motu recto; sit [a] enim centrum humeri immobile A, sit A C os humeri, C D cubiti, sit A D perpendicularis deorsum; sit angulus B A C maximæ deflexionis, qua os humeri possit retrò agi; sit C G K, item D F O, sit B G recta, B H æqualis C D; ducatur E H L perpendicularis sursum, sitque C E O S cubiti: dico E L esse maximum spatium, &c. cùm enim caput cubiti C possit tantùm retroagi in B; certè non potest extremitas D, in quocumque loco sit, circuli D F O secare B G, in puncto quod propiùs accedat ad centrum A quàm H; sed omnium linearum, quæ possunt duci per H sursum perpendiculariter, maxima est E L; immò E L est omnium maxima, quæ duci possunt posita extremitate inter D E; vt autem habeatur omnium maxima; sit punctum K sursum, ad quod tantùm nodus, seu caput cubiti C peruenire potest; assumatur K O æqualis C D, ex centro B fiat arcus A H, tùm ex O ad arcum A H; ducatur Tangens O Q F; certum est esse maximam lineam; quia accedit propiùs ad centrum A, vt constat. [a] *Fig.* 10 *Tab.* 5.

Quartò, potest pugnus ferire motu perfectè circulari, idque duobus modis. Primò, si brachium extensum A D circa centrum moueatur per arcum D F O figura prima. Secundò, si moueatur caput cubiti; sit enim [b] os humeri A B, & cubiti B C caput cubiti B; ex A fiat arcus B E L; tùm ex aliquo puncto suprà A, putà ex N radio N C fiat arcus C I; tùm assumpta A K æquali A B fiat arcus K H secans priorem in I; certè extremitas C moueri poterit per arcum C I, donec brachium extentum sit in A I, quod non est difficile; hîc porrò vides motum circularem ex duobus alijs circularibus mixtum. [b] *Fig.* 11 *Tab.* 5.

Quintò, moueri per quamcumque aliam lineam curuam, ellipticam, parabolicam, &c. immò per infinitas alias nouas; vides [c] nouam F D C, quæ vt fiat cubitus I F est semper sibi ipsi parallelus; quod vt fiat, caput I & extremitas F debent moueri æquali motu; sunt enim C B L D E K F I æquales & parallelæ: ex quo fit hanc curuam esse speciem nouæ Conchoidis, de qua aliàs; mouetur autem initio tardiùs, & sub finem velociùs, non quidem proprio motu circa centrum I, sed motu mixto. [c] *Fig.* 12 *Tab.* 5.

Sextò, est maximus ictus inflictus à pugno, qui mouetur motu recto per longiorem lineam, quæ accedit propiùs ad lineam brachij deinde extenti; quò enim est longior linea producitur sensim maior impetus; est enim motus naturaliter acceleratus; cùm sit applicata continuò potentia motrix: præterea ictus est magis directus, si linea

motus propiùs accedit ad lineam brachij extenti : hinc quò plus cõtrahitur brachium ad infligendum ictum est validior ictus, quia est longior linea & magis directa, quod natura ipsa docuit pueros pugnis contendentes.

Septimò, auersa manu impingitur validior colaphus, quàm aduersa; quia mouetur manus per arcum paulò maiorem semicirculo; in quo motus continuò crescit; at verò si aduersâ; non validus est ictus; primò quia quando auersa infligitur, & est motus circa duplex centrum, vterque circularis in eamdem partem tendit; igitur maior est; secus accidit cum aduersâ: Secundò, non tam extendi potest brachium impactum introrsum, quàm in aduersam partem; igitur minor est arcus, vel os humeri sistitur, atque ita ex parte extinguitur ictus. Tertiò manus auersa durior est, quàm aduersa; est enim vola mollior; hæc verò mollities extinguit vim ictus, vt sæpè demonstrauimus: de rotatione brachij, quæ maximè vim auget, dicemus infrà, cum de Tudicula, clauâ, baculo, de lineis verò dicemus lib. 12.

Octauò, qui longioribus brachijs instructi sunt, maiores ictus infligunt; patet, quia maiorem describunt arcum; igitur velociore motu rotatur pugnus; cum tamen motu circulari mouetur brachium; certum est maiorem ictum minimè infligi ab extremitate, vt constat ex dictis de baculo lib. 1. Th. 73. nisi fortè ratione contracti pugni, quod iam ibidem indicauimus.

Nonò, cum deorsum impingitur pugnus, crescit ictus propter accessionem motus naturalis accelerati; est enim corpus graue; cùm sursum, è contrario imminuitur motus: in qua verò proportione, dicemus infrà cum de malleo.

Decimò, aliquando rotatur brachium, antequam infligatur ictus, vel introrsum, vel in partem oppositam, præsertim vt longiùs iaciatur lapis, vt pila reticulo, vel auersò, vel aduersò procul emittatur, &c. ratio est, quia continuò augetur motus, vt iam dictum est.

Vndecimò, breuiter indico ictum inflictum ab ipso cubiti capite retrò acto, satis grauem esse; tùm quia durior est ille nodus; tùm quia ad eius motum non modò superius brachij segmentum, verùm etim inferius concurrit.

Duodecimò, infligitur etiam grauis ictus calce, cuius est eadem ratio, quæ suprà; est enim duplex centrum, duplex motus, &c. Obseruabis tamen. Primò ictum maiorem infligi, si crura longiora sunt. Secundò aduersò calce quam auersò; est enim opposita brachiorum ratio, cùm genu aduersum sit, & auersum cubiti caput. Tertiò, equi è contrario calcem fortiùs retroagunt, quia tibiæ posterioris genu auersum est; adde quoque ictum ab ipso genu inflictum; de quo idem dicendum est, quod de ictu à nodo cubiti inflicto iam diximus; quippe in eo tantùm differunt, quòd habeant contrarios fines.

Decimotertiò

Decimotertiò, explosione intensi digiti talitrum imprimitur, cuius sunt tres modi; primus est, cum vngue medij, vel alterius digiti pulso tantisper molliore summi pollicis apice, intensus deinde digitus eodem vngue talitrum impingit. Secundum est, cum retento summo digito ab aliquo molliori corpore statim dimittitur. Tertium est, cum mollior medij digiti, & pollicis apex post aliquam pressionem, non sine aliquo strepitu explodituri; ratio primi est, quia dum vnguis molliorem substantiam premit, auget impetum potentia motrix in illa mora, neruusque maximè intenditur; igitur maior est ictus; eadem ratio valet pro secundo, & tertio modo; strepitus ille oritur à collisione, vel compressione: immò si nulla fieret compressio aut certè si nulla cederet mollior materia, non esset maior ictus; adde quod non tantùm augetur impetus à potentia motrice diutiùs agente, sed etiam ratione compressionis noua fit impetus accessio, vt patet in arcu.

Decimoquartò, denique quod spectat ad cornu facilè explicari potest quomodo ab irato tauro intendatur, vno scilicet durioris capitis motu, atque adeò totius corporis.

Theorema 12.

Explicari possunt omnes ictus, qui infliguntur impacto scilicet saxo, fuste, flagello, & alio quouis organo, cui semper potentia motrix coniuncta est, nec ab ea separatur, excepto dumtaxat omni malleorum genere, gladiorum, &c. primò manus instructa saxo grauiorem ictum infligit; tùm quia multus impetus imprimitur graui saxo; tùm quia durior est materia; igitur nihil cedit: porrò maior est ictus, si deorsum intendatur, cùm accedat impetus grauitatis ipsius saxi: adde ferream manicam, quæ propter eamdem rationem petentem colaphum infringit.

Secundò, fustis impingi potest duobus modis; primò motu recto, cùm scilicet porrecto brachio extremitas fustis scopum attingit; secundò motu circulari rotato scilicet brachio: primo modo infligitur ictus punctim, vt vulgò dicunt: secundo quasi cæsim, vterque sua phœnomena habet.

Tertiò, cum punctim impingitur fustis, quò hic maior est, maiorem incutit ictum; præsertim, si gemina manu intenditur; quia scilicet major impetus imprimitur; huc reuoca sariſſæ grauissimum ictum, quo ferrea larica perfodi potest; quia scilicet maior impetus imprimitur intentis priùs, & vibratis brachijs; multùm enim confert, tum illa brachiorum, atque adeò totius sariſſæ vibratio; tùm etiam neruorum tensio, vt videmus in arcu; sed hoc iam suprà explicuimus; huc etiam reuoca crassiorem illum vectem, quo fores ipsi pulsati perrumpuntur.

Quartò, longitudo sariſſæ compensari potest crassitie; sit enim sariſſa 12. pedes alta pendens 12. libras; sit alia 6. pedes alta pendens

12. libras vtraque æquali nisu, & modo ab eadem potentia impacta æqualem ictum infligit; probatur quia tantundem impetus imprimitur vni, quantum alteri; nam aëris resistentia vix quidquam facit; licèt paulò plùs resistat aër breuiori, cuius basis latior est in ratione dupla, quàm longiori; hinc crassiori fuste licèt breuiore maximus ictus infringitur, vt patet experientiâ.

Diceret aliquis hæc repugnare omnibus experimentis, quibus scilicet clarissimè constat minorem esse breuiorum sarissarum vim.

Resp. hoc ipsum accidere; quia breuiores sarissæ, quas habemus, vel exiliores sunt longioribus, vel saltem non crassiores, cùm tamen crassiores esse oporteat in eadem ratione, in qua illæ longiores sunt vt æqualis sit ictus.

Quintò, cur verò maior fustis maiorem impetum à brachiorum vi recipiat; ratio est, primò quia maiori vtrumque brachium admouetur: secundò, quia vibratur antequam intendatur; atqui ex ea vibratione multus impetus accedit, vt patet ex vibrato ariete: tertiò, quia maior fustis tardiùs mouetur, vt constat; igitur plùs impetus in eo producit potentia motrix, quæ singulis instantibus toto nisu fustem impellit; & hæc est vera ratio à priori: quartò, adde quod pondus maioris fustis quasi neruos extendit; atqui tensi nerui fortiores sunt; in qua verò proportione sit maior ictus, dicemus numero sequenti; est enim res scitu dignissima.

Sextò, determinari potest proportio ictuum maioris, & minoris fustis, cum vterque punctim impingitur ab eadem potentiâ per eamdem lineam æquali nisu; a sit fustis minor H duarum librarum; sit maior I 8. librarum; sit datum tempus L, quo I suam lineam K motu accelerato spatium conficit: dico H eodem tempore L conficere tantùm spatium prioris subquadruplum; igitur duplo tempore conficit spatium K: sed æqualibus temporibus acquiruntur æqualia velocitatis momenta motu accelerato; igitur vbi H conficit spatium K, habet subduplam velocitatem illius, quam habet I confecto eodem spatio K; sed moles H est quadrupla molis I; igitur impetus H est duplus impetu I; igitur duplò maior ictus: quod vt clariùs videatur, in schemate hoc ipsum demonstro, producitur æqualis impetus eodem tempore in H & in I; est enim eadem potentia, idem nisus, sed distribuitur in H numero partium quadruplo numeri partium I; igitur velocitas, vel intensio impetus H est subquadrupla; igitur si I tempore L percurrit A G; certè H eodem tempore percurrit A B subquadruplam A G; igitur duplo tempore A C æqualem A G; sed H decursa A C, habet subuplam velocitatem I, decursa A G; quia decursa A F habet æqualem: sed A F est quadrupla A C; igitur decursa A C habet subduplam, &c. sed ratione molis habet H quadruplum impetus; igitur ratione vtriusque duplum.

a *Fig. 13 Tab. 5.*

Obseruabis

Obseruabis autem primò ratione ponderis H, quod sustinetur, aliquid impetus detrahendum esse. Secundò, vt accuratè procedatur vtrumque fustem funependulum esse posse. Tertiò, ictus esse vt impetus; impetus verò in ratione subduplicata ponderum, hoc est, vt radices quadratas. v. g. fustis maior pendit 36. libras, minor 4; ictus maioris est ad ictum minoris vt 6. ad 2. Quartò, denique plures partes percuti à maiore fuste, cuius basis latior est, nec tam facilè comprimi, nec ipsum fustem incurvari; ac proinde minùs ictui detrahi, sed de his satis.

Septimò, si fustis cæsim impingatur, maiorem ictum infligit. Primò, non circa extremitatem sed circa $\frac{2}{3}$, vt demonstrabimus infrà. Secundò, quò maior est arcus fustis est maior ictus; ratio patet ex dictis; cùm sit motus acceleratus. Tertiò, potest hic motus totum implere orbem, siue fieri auersa, siue aduersa manu. Quartò, auersa manu impactus fustis maiorem ictum infligit, quia brachium hoc modo intentum maiore vi pollet, vt dictum est suprà. Quintò, hinc sæpè ita inflecti seu tornari potest brachium, vt describat arcum minoris circuli, sed maiorem, seu potius lineam spiralem, in qua describenda diutiùs moratur; hinc motus fit maior, quia est acceleratus; igitur maior ictus. Sextò, si fustis deorsum feratur motu circulari, impetus naturalis accedit impresso. Septimò, si vtraque manu intendatur fustis, maior erit ictus, vt constat ex dictis. Octauò denique, quod dictum est de fuste impacto cæsim, dici debet ense.

Octauò, aliquando fustis inflectitur; quia flexibilis est; cum scilicet motu circulari, seu cæsim diuerberat, seu flagellat; sit [a] enim fustis C A, qui rotetur circa centrum C; certè vbi B peruenerit in E, A perueniet in H; igitur inflexus est fustis H E C, vel G F C; ratio est, quia cùm potentia applicata in C agat toto nisu. v. g. si segmentum C B seiunctum esset à segmento B A; haud dubiè punctum B perueniet citiùs in F, quàm si vtrumque segmentum coniunctum esset, vt notum est; quia maior impetus imprimitur B seiuncta; atqui licèt C B sit coniunctum B A, ab eo tamen facilè, non quidem omninò seiungi, sed deflecti, dimoueri potest propter flexibilitatem materiæ; igitur B relinquet à tergo B A; igitur fustis inflectetur, & hæc est vera ratio huius phœnomeni: hinc virgulæ succo & humore plenæ, nerui bubuli latiores, canones, funiculi, lora, enses, manubria Tudiculæ maioris, & alia huiusmodi propter rationem prædictam inflectuntur. [a] *Fig. 14 Tab. 5.*

Nonò, extremitas fustis inflexi, cum deinde redit, maiorem ictum infligit: ratio est, v. g. A vbi attingit D post inflexionem; quia maiorem impetum habet; nam præter impressum à potentia applicata in C, accedit alius ab ipsa inflexione, cuius rationem afferemus tractatu sequenti, cum de compressione, & tensione corporum; est enim quædam potentia media inter potentiam grauitationis, & potentiam animatorum, quam proinde mediam appellabimus; quâ scilicet corpora sese restituunt pristinæ extensioni, cuius mirificos effectus habemus in arcu chordis pul-

ſatis, vaſis pneumaticis, & hydraulicis, denique in tota re tormentoria; hinc primò Tudiculæ maioris manubrium inflexum multùm auget ipſam vim ictus, de quo infrà. Secundò, neruus bubulus, primò inflexus, tùm ſtatim rediens ſcapulas malè afficit. Tertiò, flexibiles virgæ tranſuerſas plagas cum tanto dolore infligunt inuſtis vibicibus. Quartò, idem dico de regula illa latiore, qua remigiorum præſides, remiges tardos caſtigant &c.

Decimò, non videtur omittendum flagelli phœnomenum; eſt autem duplex flagellorum genus; primum illorum eſt, quibus aurigæ ſuos equos agunt; ſecundum eorum, quibus ſeges in area teritur; quod ſpectat ad primum, vel loris vel funiculis conſtat; acris verò eſt ictus, quem inurit eius præſertim extremitas; ratio eſt, quia cùm partes funis, quæ propius ad manubrium accedunt, citiùs moueantur, & alias ponè relinquant, iſtæ deinde in ſuo motu plùs temporis ponunt; igitur, cùm ſit motus acceleratus, maiorem induunt impetum, maioremque imprimunt: adde quod, continuò arcum minoris circuli extremitas ipſa deſcribit, quæ vltimò tantum applicatur: hinc nouus accelerationis modus, vt clariſſimè videtur in funiculo circa digitum, cui aduoluitur in gyros acto: Quod ſpectat ad flagellum frumentarium, mouetur motu mixto ex duobus circularibus; conſtat enim de gemino fuſte, quorum alter circa alterius extremitatem rotatur; hic verò circa centrum humeri: porrò extremus fuſtis facit integrum circulum, vnde maximum ictum infligit, quem ſcilicet præceſſit longior motus; adde quod quaſi à tergo relinquitur extremus fuſtis ab altero; igitur diutiùs potentia manet applicata; igitur maiorem impetum producit, ex quo ſequitur maior ictus; porrò vt vltima extremitas extremi fuſtis quaſi retroagitur; quod ſcilicet eius centrum antè producatur, ſeu porrigatur; cùm enim attollitur flagellum illud plicatile; haud dubiè extremitas deorſum tendit proprio pondere, & producto in aduerſam partem eius centro, vel altera extremitate, quid mirum ſi perficit circulum? eius lineam deſcribemus l. 12.

Vndecimò, ſed aliquam huius phœnomeni adumbrationem iuuerit exhibere; a ſit flagellum plicatile D A B, ſitque A B ſolum areæ horizonti parallelum; porrò ſit A B extremus fuſtis, qui voluitur circa centrum A; D A verò ſit primus fuſtis ad inſtar manubrij volubilis circa centrum D; ſit autem circellus D O, E F, & brachium L M D, cuius contractione dum erigitur flagellum, extremitas B deſcribit ſecirculum D O E, & A curuam A X G in aſcenſu, in deſcenſu G T A; B verò in aſcenſu curuam B E C K, in deſcenſu denique curuam K R B: itaque motus extremitas D mouetur motu circulari; A verò motu mixto ex circulari duplici, ſcilicet punctorum A & D; D quidem per circellum D F E O; A verò per arcum A C, denique B motu mixto ex tribus circularibus D ſcilicet in circello D F E O, A in arcu A C, B denique in circulo A B S; igitur B mouetur integro circulo circa A, A circa D per arcum A C, & D circa Y integro etiam circulo; vbi verò A eſt in G, & D in E, B eſt in H; mouetur autem B velociùs quàm A, tùm in aſcenſu, tùm

a *Fig.* 15 *Tab.* 5.

tùm descensu; quia tota G H eodem instanti cadit in A B; quippe H participat motum A per G A, & motum D per E D, quod clarissimum est.

Duodecimò, maior est ictus, si initio descensus fustis A B tantillùm retrò inclinet, vt G H; quia B ab H in B plùs temporis ponit, quàm à Q, vt patet; igitur diutiùs potentia manet applicata; igitur maiorem impetum producit; igitur maior est ictus; debet autem in eo situ esse, in quo motus A in G ita temperetur cum motu B in H, vt eodem momento vtrumque feriat planum A B; si enim vel A attingat antè B, vel B antè A, minor est ictus, vt constat; quia totus motus simul non impeditur; potest autem cognosci ille situs vel illa inclinatio cognita proportione motus circularis circa D, & circa A; immò nisi retineatur D A; haud dubiè A tanget solum A B ex G, antequam B descendat in B ex H; igitur attemperandus est motus fustis D A; præterea pondus in descensu auget ictum, deinde B descendit deorsum motu orbis & motu centri: præterea B potest in ascensu maiorem arcum sui orbis decurrere, quàm in descensu, vel æqualem: denique maior est ictus quando potentia toto nisu cuitente fustis A B plùs temporis ante ictum in suo motu insumit.

Decimotertiò, est etiam aliud flagelli genus pluribus catenulis ferreis instructi, ex quibus singulis singuli ferrei globi aliquando spiculis, & clauis armati pendent, quorum grauissimus est ictus propter rationes prædictas; præsertim cùm catenula, seu funiculus, faciliùs adduci, & inflecti possit, quàm extremus ille fustis, de quo suprà; neque deest artificium; quo quis hoc armorum genere vtens etiam contra plures sese tueri possit.

Decimoquartò, denique vulgare est phœnomenum illud funiculi, seu flagelli, quo scilicet initio remouetur manubrij extremitas, mox statim adducitur, ex qua productione, & adductione per vndantem funem propagatur impetus vsque ad eiusdem extremitatem nodo vt plurimùm adstrictam. Hinc primò strepitus ille aurigis familiarissimus; quippe maxima fit aëris collisio in extremo fune; immò, & partium tensio, seu distractio propter motus illos contrarios productionis. Secundò, hinc distrahitur funis, & quasi laceratur, distractis scilicet tenuissimis illis filamentis, ex quibus constat. Tertiò, hinc stringitur illa extremitas nodo, tùm vt acrior sit ictus, tùm vt filamenta illa nodo illo contineantur. Quartò, duplex est motus illius funis propter flexibilitatem; hinc illæ vndæ seu spiræ; nam remouetur caput funis, quod deinde sequuntur aliæ partes per sinuosos flexus; sed mox vbi adducitur idem caput, maior impetus producitur in aliis partibus. Quintò, currentes vndæ seu flexus adductionis, quæ fit maiore impetu, quàm productio, tandem in primos flexus sinuatos ab ipsa productione incurrunt: hinc augetur impetus, & motus extremitatis. Sextò, adde quod licèt sit tantùm, vel productio, vel adductio flagelli, sunt iidem ferè effectus, sed minimè æquales, quia augetur continuò motus flexuum; tùm quia funis versus

extremi

extremitatem sensim imminuitur; tùm quia minor est radius illius motus, quia circulari incipit: hinc extremitas funis velocissimè tandem mouetur, & impacta acutissimum ictum incutit. Septimò, obserua propter illam inflexionem motum diutiùs persseuerare; igitur potentia manet diutiùs applicata; igitur maiorem effectum producit, vnde reuocare potest: hunc effectum ad illud phænomenum baculi flexibilis, de quo suprà. Octauò, hinc pueri strophiolis prædicto modo inflexis inter se contendunt, pro quo est eadem ratio. Nonò, hinc vt excutiatur puluis ex pannis, eodem modo succutiuntur; tùm propter tensionem filorum, quæ pulueri liberiores meatus aperit; tùm propter vibrationes quæ puluerem abigunt: immò flexibus aduersis tapetes ita succutiuntur, vt flexus hinc inde currentes quasi tumentes fluctus, sibi inuicem occurrant in medio tapete, & allidantur; hinc sequitur tensio; hinc vibratio, pulueris excussio, hinc etiam strepitus; denique clarissimè videntur flexus illi volubiles in extensa mappa, quorum ratio patet ex dictis.

Theorema 13.

Explicari possunt omnia percussionum phœnomena, quæ fiunt opera mallei, hîc consideratur malleus quasi incussus circulari motu, qui nullo modo coniunctus sit cum motu naturali deorsum, quod tamen infrà explicabimus; hoc posito.

Primò, quò maior est malleus eodem arcu impactus & manubrio, maior est ictus, quia tardiùs mouetur; igitur potentia manet diutiùs applicata; igitur maior est ictus, vt constat ex dictis.

Secundò, hinc ex hac hypothesi ictus sunt in ratione subduplicata ponderum malleorum; constat etiam, posita scilicet eadem longitudine manubrij.

Tertiò, maior incutitur ictus non quidem circa extremitatem basis mallei, nec circa medium, sed circa mediam proportionalem inter diametrum basis, & subduplum, patet per Th. 73. l. 1. Corol. 4.

Quartò, si sit longius manubrium mallei, maiorem ictum infliget; quia tardius maiorem arcum decurrit, quàm minorem; igitur potentia manet diutiùs applicata; igitur maiorem effectum producit; quod autem tardiùs suum arcum perficiat maior radius, patet experientia maioris perticæ & breuioris fustis; cuius ratio est, quia idem impetus maiori moli impressus remissior est, quia scilicet pluribus partibus distribuitur.

Quintò, velocitates extremitatum, posita diuersa longitudine manubrij, sunt vt ipsæ longitudines permutando: probatur, quia cùm sit motus acceleratus, spatia sunt vt quadrata temporum; sed velocitates sunt vt tempora, & tempora sunt in ratione subduplicata spatiorum, id est, vt diametri quadratorum, id est, vt longitudines, sit[a] enim longitudo A B, quæ dato tempore H decurrat spatium A B F, potentia scilicet

[a] *Fig.* 16 *Tab.* 5.

scilicet toto nisu applicata, sit etiam longitudo A C dupla A B : dico quod eodem tempore H acquiret æquale spatium scilicet C A D; igitur C A D est $\frac{1}{4}$ C A G, quia est æquale BAF; igitur C D est $\frac{1}{4}$ C G, sed C G est duplus B F; igitur C D est subduplus B F; igitur velocitas extremitatis C in CA est subdupla velocitatis B in BA: adde quod AC cùm numerus partium A C sit duplus numeri partium A B, & cùm in eadem proportione distribuatur impetus A C, & A B; certè partes maioris si comparentur cum partibus proportionalibus minoris, subduplam tantùm habebunt portionem.

Sextò, ictus inflicti à malleis, quorum manubria diuersam longitudinem habent, suppositio eodem angulo, sunt vt longitudines; si enim eo tempore, quo A B facit spatium B A F, AC facit C A D; certè æquali tempore A C faciet D A G, vt constat ex natura motus accelerati; igitur acquirit tantumdem impetus; sed eo tempore, quo A C decurrit C A D, acquirit æqualem impetum A B dum percurrit B A F, vt patet ex dictis; igitur A C decursio C A G habet duplum impetum A B decursio B A F; igitur dupla est vis ictus; igitur ictus sunt in ratione subduplicata C A G, B A F; igitur vt A C A B.

Septimò, diceret aliquis velocitatem C decursio C D, esse subduplam velocitatis B decursio BF; sed velocitas C, decursio C G, est dupla velocitatis eiusdem C decursio C D; igitur velocitas C, decursio C G, est æqualis velocitati B, decursio B F; igitur æqualis ictus. Resp. concessa primâ consequentiâ, vltimâ verò negatâ; quia non tantùm impetus puncti C incutit ictum sed totius C A, qui censetur esse collectus in malleo in quo est quasi centrum huius impetus, vt iam explicuimus aliàs; sed velocitas totius C A confecto C A D est æqualis velocitati totius B A confecto B A F, cuius velocitas C A confecto CAG est dupla, vt iam probatum est.

Octauò, hinc ictus C A confecto C A D est æqualis ictui A B confecto B A F, & ictus CA confecto C I duplo C D est ad ictum CA confecto C D, vt radix C A ad radicem C I: hinc vides hunc motum conuenire in eo cum recto, quòd scilicet ictus inflictus motu recto à minori mole, sit ad ictum maioris, suppositio linea motus æquali in ratione subduplicata ponderum; quòd dicitur etiam de motu circulari duorum fustium inæqualium, quorum ictus sunt in ratione subduplicata longitudinum, assumptis duntaxat arcubus æqualibus ab extremitate vtriusque decursis.

Nonò, cum mallei sunt diuersi ponderis, & longitudinis, facilè cognosci poterit proportio ictuum; est enim composita ex ratione longitudinum & subduplicata ponderum v. g. sit malleus A, cuius longitudo sit 2. pondus 4. sit malleus B cuius longitudo sit pondus; rectè ratio longitudinum est $\frac{2}{1}$, & subduplicata ponderum est $\frac{2}{1}$; ducatur vna in aliam, vt euadat composita scilicet $\frac{4}{1}$ vel longitudo A sit I, & B 2; habebitur ratio subduplicata ponderum $\frac{2}{1}$, & ratio longitudinum $\frac{1}{2}$; ducatur vna in aliam, habebitur ratio composita $\frac{2}{2}$; igitur sunt æqua-

les,quæ omnia facilè intelliguntur ex dictis; itaque habes 4. combinationes duorum malleorum; vel enim est idem pondus vtrique, & eadem longitudo,vel idem pondus, sed diuersa longitudo,vel eadem longitudo & diuersum pondus, vel diuersum pondus & diuersa longitudo; si verò est diuersa longitudo simul,& diuersum pondus,vel eidem inest maius pondus, & maior longitudo,vel maior longitudo, & minus pondus,& contrà alteri minor lougitudo, & minus pondus,vel maius pondus, & minor longitudo, quorum omnium proportiones sunt determinatæ.

Decimò, quod spectat ad crassitudinem manubrij, illa haud dubiè auget aliquando vim ictus, aliquando imminuit; auget quidem, cum malleus centrum impetus occupat eo modo,quo explicuimus l. 1.Th.73. Corol.4. imminuit verò cum ab eo centro recedit, vt manifestum est ex dictis ibidem, cum infligitur ictus eo mallei puncto, in quo non est prædictum centrum, formicat manus infligentis,vt patet experientiâ; quippe extremitas illa manubrij, quæ manu tenetur, vel attollitur, vel deprimitur; attollitur quidem, si punctum contactus, vel ictus est inter prædictum centrum & manum; & è contrario deprimitur, si centrum ipsum sit inter punctum contactus & manum; & quia manus impedit, ne vel attollatur, vel deprimatur, impetus in illam quasi refunditur; hinc illa formicatio non sine maximo sæpiùs doloris sensu; denique obserua nouem esse combinationes, si considerentur in malleo longitudo, & latitudo manubrij cum ipso pondere; quippe si 3. ducantur in 3. erunt 9. sed hæc sunt facilia.

Vndecimò, si malleus impingatur deorsum crescit ictus propter motum naturaliter acceleratum, additum scilicet extrinsecùs impresso; si enim mallei cadunt ex eadem altitudine, suntque eiusdem ponderis, ictus æquales esse necesse est; si verò sunt eiusdem ponderis, & cadunt ex diuersa altitudine impetus acquisiti motu naturali, sunt in ratione subduplicata altitudinum; si verò sunt diuersi ponderis, & cadunt ex diuersa altitudine, sunt in ratione composita aliquomodo ex vtraque; dico aliquo modo,quia non est omninò propria compositio rationum; potest tamen facilè proportio ictuum inueniri, v. g. sit malleus A, & malleus B, ictus A ratione impetus impressi extrinsecxs sit vt 8, ratione casus sit vt 2; at verò ictus B ratione impetus impressi sit vt 6, ratione casus vt 3: addantur 8, & 2 erunt 10;adduntur 6, & 3 erunt 9; igitur ictus sunt in ratione $\frac{10}{9}$, vt constat: porrò quemadmodum nouus impetus accedit ratione motus naturalis, cum malleus impingitur deorsum, ita aliquid impetus destruitur cum malleus impingitur sursum, vt patet; denique,quia sunt 5 termini, quos respicit ictus, scilicet pondus mallei, longitudo manubrij, crassitudo arcus extremitatis, & linea sursum vel deorsum, ita sunt 25. combinationes ictuum; sed hoc facile est.

Duodecimò

Duodecimò, ictus eiusdem mallei per diuersos arcus sunt in ratione subduplicata arcuum. v. g. sit malleus A C arcus C D, tùm arcus C G: dico ictus per vtrumque arcum esse in ratione subduplicata arcuum C D, E G, id est in ratione $\frac{2}{1}$, vt constat ex dictis; potest etiam facilè inueniri proportio, si sit diuersa longitudo, vel diuersum pondus &c. hinc ratio manifesta, cur per minimum ictum nullus ferè sit ictus: sed hæc ex dicendis infrà de casu clarissimè intelligentur.

Decimotertiò, claua reduci debet ad malleum. Primò, determinari potest, ex quo puncto maiorem ictum infligit, quando mouetur motu recto; [a] sit enim centrum grauitatis clauæ I, in quo si sustineatur, stabit in æquilibrio; ducatur F I E, maiorem ictum infliget ex puncto E, quia tantumdem est impetus in segmento F E K quantum in segmento F E A; igitur totus impeditur impetus; igitur maximus erit ictus si infligat ictum motu circulari circa aliud est centrum percussionis, de quo infrà. Tertiò, hoc percussionis organum validum ictum infligit propter illam extremam crassitudinem, est enim quoddam mallei genus, & valdè periculosum; præsertim si ferreis clauis armetur; hinc vulgò tribuitur Herculi tanquam insigne fortitudinis symbolum; porrò tàm altè clauum infigit sibi coniunctum, quam infigeret, si claua ipsa erectum, & quasi expectantem ictum feriret. [a] *Fig.* 36 *Tab.* 5.

Decimoquartò, Tudicula maior reuocatur ad malleum. Primò, faciunt ad ictum longitudo manubrij, flexibilitas, inæqualitas, mallei pondus, durities materiæ, arcus motus, vegetæ potentiæ vires; omitto ea, quæ cum malleo habet communia, quorum ratio ex dictis constare potest; igitur non videntur esse repetenda. Secundò, flexibilitas manubrij auget vim ictus, tùm quia potentia diutiùs manet applicata, cùm aliquo tempore in ipsa vibratione malleus à tergo relinquatur, tùm quia potentia illa media, de qua supra, suum impetum, impetui alterius adiungit. Tertiò, ita manubrium fabricatur, vt continua imminutione versus malleum decrescat, quod multum facit ad ictum, quia hæc inæqualitas inflexioni resistit versus caput manubrij; igitur initio inflectitur manubrium, non procul à malleo, tùm deinde aucto impetu in partibus remotioribus, quæ difficiliùs inflectuntur; igitur inæqualiter partes illæ redeunt, atque sese pristino statui restituunt; atqui ex illa inæqualitate diutiùs durat motus; igitur inde maior euadit: simile quid videmus in arcu, cuius medium crassius est: adde quod si æqualis sit crassitudo, incipit inflexio versus illam extremitatem, quæ propiùs accedit ad manum, longiùs recedit à malleo, vt patet experientiâ, in func, virgâ &c. sed de arcu, tensione, compressione fusè agemus tractatu singulari: hæc tantum obiter indicasse sufficiat.

Quartò, maximus est ictus, cum malleus eo instanti attingit pilam, quo manubrium est rectum; tunc enim est modum vibrationis seu reditus; igitur maximus impetus. Quintò, si altera extremitas mallei, quæ globum attingit, sit obliqua, globum ipsum attollit propter punctum contactus; quod certè clarum est. Sextò, durities mallei multùm facit ad ictum; si enim cedat lignum, imminuitur impetus, vt patet; hinc armillâ, vel annulo ferreo armatur vtraque basis mallei, vt firmior euadat. Septimò, globi ratio multa habenda est, cui infligitur ictus; quippe si leuior est ab aëre ambiente impeditur, & retinetur; si verò mollior minor ictus infligitur, quia cedit materies; hinc pilæ è duriore buxo tornantur; hinc etiam tunduntur pilæ malleo, vt materies densior euadat, impleanturque infinita ferè vacuola aëre plena, quæ pilam leuiorem reddunt; sed hæc ad emissionem, & proiectionem pertinent, de quibus infrà. Octauò, vt recta via procedat pila debet in id punctum malleus infligi, ex quo ducta per centrum pilæ linea, & deinde producta concurrat cum ipsa linea directionis; nec enim aliter determinari potest linea motus globi per Th. . . l. 1. hinc manubrium debet semper facere angulos rectos cum linea directionis. Nonò, ad ictum inflictum à maiori Tudicula tres potentiæ motrices concurrunt, scilicet ipsa potentia impellentis, potentia motus deorsum, & ipsa media; igitur hæc ars in eo præsertim posita est, quod hæ potentiæ ita temperentur, seu componantur, vt vna non obsit alteri, & singulæ pro viribus agat: ex his alia facilè intelligentur.

Decimoquintò, supereſt familiaris ille soni effectus, quem malleus cadens in incudem edit, quem tamen hîc non discutiemus; quia naturam & affectiones sonorum alio Tomo de qualitatibus sensibilibus libro singulari fusè explicabimus.

Theorema 14.

Ex dictis explicari possunt omnia phœnomena, quæ obseruantur in ludo rudis gladiatoriæ; Primò, tria sunt in hac arte, ad quæ reliqua facilè reducuntur; primum est declinatio; secundum petitio; tertium conflatum ex vtroque. Secundò, potest declinari, vel auerti ictus, seu petitio duobus modis.

Primò, si declinatio cum aliqua impactione coniungatur.

Secundò, si tantùm cum mera resistentia, vel simplici impulsione.

a *Fig. 17 Tab. 5.* Tertiò, vtriusque modi sunt 4. combinationes; siue enim duo gladij A C, D F, capulares pilæ A D; sit autem gladius A C declinans petitionem alterius D F; id certè quatuor modis præstare potest. Primò, si punctum contactus ad mucronem vtriusque propiùs accedat. v. g. si vterque sit in situ A C D F. Secundò, si propiùs accedat ad capulum vtriusque, talis est situs D F C H. Tertiò, si accedat propiùs ad mucronem gladij petentis D F, & propiùs ad capulum declinanti 1.

Quartò,

Quartò, è contrario si accedat propiùs ad capulum petentis D F, & propiùs ad mucronem declinantis ; addi potest quinta combinatio, cum scilicet contactus est in medio vtriusque.

Quartò, si sit mera impulsio sine percussione, vel impactione, maxima vis est declinationis, cum punctum contactus accedit propiùs ad capulum declinantis, & ad mucronem petentis iuxta tertiam combinationem, & situm D F P E, & punctum contactus in B; ratio est, cum vertatur P E circa P applicatæ potentiæ in P, maius est momentum in B quàm in alio puncto versus E, vt patet; quippe B mouetur minore motu; igitur faciliùs ; præterea F D mouetur circa D ; igitur in B faciliùs pellitur, quàm in vllo puncto versus D ratione vectis.

Quintò, cum punctum contactus accedit propiùs ad capulum petentis, & ad mucronem impellentis, minima vis est declinationis, scilicet iuxta quartam combinationem, & situm D F R G : ratio est, quia minor est vis potentiæ applicatæ in R, & maior resistentia applicatæ in D, vt patet ex dictis.

Sextò, cum punctum contactus accedit propiùs ad capulum vtriusque iuxta secundam combinationem, & situm D F S H, tunc est maxima vis declinantis, & maxima resistentia petentis ; vnde vna compensatur ab alia; cum verò punctum contactus accedit propiùs ad mucronem vtriusque, minima est vis impellentis, & minima resistentia impulsi iuxta primam combinationem, & situm D F A C ; ratio patet ex dictis.

Septimò, hinc tam facilè declinatur ictus gladij D F, siue fiat iuxta primam combinationem, siue iuxta secundam, quia licèt sit minima vis in prima ; est etiam minima resistentia ; & licèt sit maxima resistentia in secunda, est etiam maxima vis ; igitur vna compensat aliam, vt patet; immò iuxta situm D F Q K, posito puncto contactus in L, & iuxta omnem alium situm, in quo punctum contactus æqualiter distat à mucrone vtriusque, vis declinantis æqualis est; est enim æqualis ratio virium, & resistentiæ, vt constat, posita vtriusque longitudine.

Octauò, si verò impulsio, vel declinatio fiat cum impactione, tribus modis id fieri potest ; primo, motu circulari circa pilam capularem A: secundo, motu circulari circa centrum distans $\frac{3}{4}$ à capulò, tertio, motu recto ducto scilicet gladio dextrorsum, vel sinistrorsum horizonti parallelo ; primus modus pessimus est, quia totum corpus defectum manet. Tertius proximè ad priorem accedit propter eamdem rationem. Secundus optimus omnium, & communis est, quia semper gladius tegit corpus.

Nonò, si primo modo declinatur ictus repulso petentis gladio maxima vis erit; si punctum contactus fiat circa $\frac{2}{3}$ de quo infrà, quod verò spectat ad gladium, qui repellitur, eò faciliùs repellitur, quò punctum contactus propiùs ad eius mucronem accedet. Si tertio modo, & gladius solus ita librareturmaxima vis esset circa centrum eius grauitatis; in hoc enim puncto maximum ictum infligunt, quæ motu recto mouentur ; quia verò totum segmentum brachij, quod inter manum, &

caput cubiti intercipitur, mouetur simul cum gladio motu recto, circa capulum erit maxima vis, cùm propiùs accedat ad centrum grauitatis totius conflati ex illo segmento brachij, & gladio.

Decimò, denique si secundo modo declinetur ictus, idem dicendum est quod de motu circulari dictum, mutato dumtaxat centro, v.g. sit gladius declinantis R G, sitque I G $\frac{1}{4}$ totius R G circa I sit motus circularis, centrum percussionis erit circa $\frac{2}{3}$ I G, vel I R.

Vndecimò, vix tamen ita accuratè hoc secundo modo declinatur ictus, quin tertius etiam cum secundo coniunctus sit, vt patet experientiâ; rotatur autem manus delcinantis vt illo quasi gyro maiorem impetum acquirat, de quo iam suprà: immò nisi tertius modus cum secundo esset coniunctus, non posset delinari ictus, si contactus gladiorum fieret in centro illius motus, vt patet.

Duodecimò, quò longior est gladius declinantis, cum iuxta mucronem fit contactus sine impactione est vis debilior, quàm esset in breuiore, patet ex vecte; si verò sit impactio iuxta secundum. n. 10. vis maior est cum gladius longior est; est enim maior motus; igitur maior ictus licèt tardior; hinc longiore gladiore equidem fortiùs auertitur ictus quàm breuiore, sed tardiùs; breuiore verò citiùs quàm longiore, sed debiliùs, vt patet ex dictis.

Decimotertiò, longior gladius sustinetur facilè opera capularis pilæ, quæ momentum longitudinis gladij supplet, vt constat ex statera, cuius proportiones videbimus lib. seq. quippe si pila faciat æquipendium, cum lamella manus sustinet tantùm pondus absolutum sine momento, &c.

Decimoquartò, hinc gladius, qui in mucronem ita desinit, vt ea portio, quæ ad capulum propiùs accedit, sit crassior, faciliùs sustineri potest, licèt sit eiusdem ponderis cum alio; quia scilicet non est tantum momentum.

Decimoquintò, mucro intentatus per lineam rectam horizonti parallelus difficiliùs excipitur, & auertitur; certa est experientia, cuius ratio in promptu est, quia vel gladius declinantis est horizonti parallelus, vel non parallelus: si primum; igitur vix excipere potest, quia cum alia non decussatur; si verò secundum; plùs æquo demitti capulum oportet; hinc non modò manus debilior est; verùm etiam corpus detegitur: adde quod ictus validior est per lineam perpendicularem.

Decimosextò, hinc ita debet extremitas manus per horizontalem porrigi & brachium contractum explicari, vt maiorem lineam rectam describat; acquiritur enim maior impetus in maiori spatio, quod percurritur motu accelerato, vt constat ex dictis; sed quò brachium contractius est, eò maiorem lineam eius extremitas motu recto decurrit: adde quod impressio totius corporis, quod in eamdem partem agitur, multùm auget vim brachij mucronem in aduersum pectus intentantis.

Decimoseptimò, si longior est gladius impetus, hæc videntur esse commoda. Primò, eius mucro longiùs producitur, & procul attingit.

Secundò,

Secundò maiorem ictum infligit, vt iam supra dictum est de sarissa, modò in eadem ratione aucta sit crassitudo; non desunt tamen incommoda. Primò ratione vectis maius est illius pondus. Secundò faciliùs declinatur ictus propter eamdem ratiodem. Tertiò, si tantillùm deflectetur, corpus omninò detegit propter maiorem arcum, sunt enim arcus vt radij, vel longitudines. Quartò, hinc pugiles faciliùs decussatis gladijs sese mutuò prehendunt, & luctâ decernunt.

Decimooctauò, nisi per lineam horizontali parallelam mucro insententur, minor est vis ictus, quia obliquè cadit; igitur debilior est: si porrò extante brachio mucro intenditur; haud dubiè ictus obliquus erit, cùm circa extremum humerum brachium libretur.

Decimononò, cum auertitur, seu repellitur impetus gladius, ferro directo id fieri debet, scilicet iuxta secundum modum n. 10. alioquin ferrum læuigatum in alio læuigato facilè decurrit, si obliquè in ipsum cadat; porrò ex hac repercussione mucro impetens mouetur motu mixto, dextrorsum scilicet vel sinistrorsum declinante: hinc qui impetit id potissimum curare debet, vt eius ferrum ferro alterius obliquè accidat.

Vigesimò, eodem nisu potest quis ictum aduersarij declinare, ipsique adeo ictum infligere, quod gladiatoribus valde familiare est; hinc autem singulari motu mouetur manus, mixto scilicet ex recto, & circulari; circulari quidem iuxta secundum modum traditum n. 10. recto verò iuxta modum traditum n. 15. quod certè si expeditè, & accuratè fiat, imparatus hostis intercipitur, vt vix ictum excipere possit.

Vigesimoprimò, ita hostis gladio impeti debet, vt corpus impetentis tectum remaneat: omitto alia, quæ ad hanc artem pertinent v.g corporis situm, gladiorum temperaturam, cochleam gladij, &c. quæ cùm ad motum minimè spectent, huius loci esse non possunt: omitto etiam illos ictus, qui cæsim infliguntur, quia ex dictis de baculo suprà facilè intelligi possunt; denique omitto varios illos gladij breuioris latioriſque gyros, quibus sese quasi, vt vulgò aiunt, induit qui contra plures sese tuetur.

Theorema 23.

Explicari possunt omnia phœnomena percussionis, quæ infligitur à corpore graui deorsum sua sponte cadente motu naturaliter accelerato.

Primò, corpus graue cadens ex maiore altitudine fortiùs ferit: ratio est, quia descendit motu naturaliter accelerato; igitur maiorem acquirit impetum; igitur maiorem impetum ad extra producit; igitur maiorem ictum infligit.

Secundò, sunt 4. combinationes grauium; vel enim est idem pondus est altitudo; vel idem pondus, diuersa altitudo; vel eadem altitudo diuersum poudus; vel diuersum pondus & diuersa altitudo; addi potest diuersus incidentiæ angulus, immò diuersa figura corporis cadentis, quæ omnia infrà demonstrabimus.

Tertiò, si sit æquale pondus, & æqualis altitudo suppositio casu perpen

perpendiculari æquales sunt ictus, patet; quia eadem causa eumdem habet effectum.

Quartò, si sit æquale pondus, & inæqualis altitudo, ictus sunt in ratione subduplicata altitudinum v.g. sit altitudo 4. cubitorum, & altera tantum cubitalis; certè cùm acquirantur æqualibus temporibus æqualia velocitatis momenta, velocitates acquisitæ sunt vt tempora, impetus vt velocitates, ictus vt impetus; sed tempora sunt in ratione subduplicata spatiorum vel altitudinem; igitur & ictus; igitur ictus inflictus à corpore cadente ex altitudine 4. cubitorum est duplus ictus eiusdem corporis cadentis ex altitudine cubitali.

Quintò, si sit æqualis altitudo, & diuersum pondus, ictus per se sunt vt pondera: probatur facilè, quia est duplus impetus in corpora duplo, non quidem ratione intensionis, sed ratione extensionis, vt patet: dixi per se, quia diuersa ratio resistentiæ medij hanc proportionem mutare potest.

Sextò, si sint infinita instantia, est infinita proportio inter actum inflictum à corpore cadente, & vim grauitationis eiusdem; quia dato quocunque tempore posset dari minnus, & minus; igitur dato puocunque ictu posset dari minor, & minor in infinitum, quod ex illa hypothesi necessariò consequitur.

Septimò, immò si sint infinita instantia, sique infinita proportio inter ictum inflictum à corpore cadente, & vim grauitationis eiusdem, est etiam infinita proportio inter eumdē ictum, & vim grauitationis cuiuslibet alterius corporis quantumuis immensi, inter duas grauitationes duorum corporum datur proportio, vt constat; sunt enim vt pondera; igitur si nullam habet proportionem cum ictu corporis grauis cadentis, nullam etiam habebit altera, vt patet ex elementis.

Octauò, hinc negamus esse infinita illa instantia; quia ex illa hypothesi hoc absurdum necessariò sequitur, quod experimento repugnat; quis enim neget maiorem esse vim 100000. librarum ferri in modicum cylindrum plumbi incubantis, quàm modici granuli in eumdem cylindrum ex altitudine lineæ cadentis.

Nonò, si altitudo sit diuersa, & pondus diuersum, ictus sunt in ratione composita ex ratione ponderum, & subduplicata altitudinum, patet ex dictis.

Decimò, si sint infinita instantia dato ictu cuiuslibet corporis cadentis ex quacunque altitudine, non potest dari vlla corporis moles, qua suo pondere id præstat, quod illud præstitit suo casu. Probatur ex n. 7. hinc frustrà proponitur hæc quæstio ab ijs, qui agnoscunt infinitos tarditatis gradus, per quos propagatur motus; nam reuerâ ex hac hypothesi est infinita proportio inter ictum, & vim grauitationis.

Vndecimò, si tamen ponantur finita instantia; haud dubiè hæc propositio non est infinita; sit enim quodlibet corpus cadens ex quacunque data altitudine per 100. instantia, seu partes temporis æquales primo instanti quo mouetur; haud dubiè ictus ab eo inflictus cadendo est

ad

ad vim grauitationis eiusdem vt 1001. ad 1. cùm enim singulis instantibus æqualibus acquirantur æqualia velocitatis momenta, seu æqualis impetus; certè 1000. instantibus, quibus mouetur acquisiuit 1000. grauus impetus æquales primo, quem habebat in prima grauitatione; & qui fuit causa motus primi instantis; igitur si hic addatur 1000. erunt 1001. hinc si corpus moueatur tantùm vno instanti, ictus erit duplus tantùm grauitationis: suppono autem nullam esse medij resistentiam, ictumque infligi per lineam directam.

Duodecimò, hinc, si assumatur corpus, cuius pondus sit ad pondus corporis prædicti vt 1001. ad 1. idem erit effectus eius grauitationis, & illius ictus vno instanti. Probatur manifestè; quia, quæ habent eumdem rationem ad aliud tertium; sunt æqualia; dixi vno instanti; nam reuerâ corpus grauc, quod primo instanti imprimit aliquid impetus primo instanti, illum auget, secundo, tertio, &c. quod maximè obseruandum est; alioqui maxima erit hallucinatio.

Decimotertiò, hinc non potest determinari proportio corporis cadentis, & grauitantis, nisi ex hypothesi; quia nemo scit quot fluxerint instantia in dato motu; qaod reuerâ sciri posset si posset aliqua arte inueniri corpus, cuius grauitatio haberet effectũ, quem habet alterius ictus, qnod nec sciri potest per depressum cylindrum cereum vel plumbeũ, vel alterius mollioris materiæ, quia æqualis depressio accuratè cognosci non potest; si quis enim diceret deesse, vel superesse 1000. superficies, quâ ratione conuinci posset? non potest etiam sciri operâ libræ, in cuius alterum brachium cadat mobile, quia sunt ferè infiniti motus insensibiles, vt consideranti patebit; igitur proportio hæc tantùm, determinari potest ex hypothesi data, vt clarissimè constat ex dictis.

Decimoquartò, hinc maxima est proportio inter ictum, & grauitationem; cùm modicus malleoli casus eum effectum præstet, quem ingens corporis moles sua grauitatione præstare non posset; non est tamen infinita proportio, quia potest tanta esse moles grauitatis, & tam paruum corporis cadentis pondus, vt illa præualeat, vt constat experientiâ, quæ nobis euidentissimam suggerit rationem; quia reiicimus infinitos illos tarditatis gradus, quos assumpsit Galilæus ad probandam suam hypothesim de motu accelerato, & infinita eiusdem & aliorum multorum instantia, de quibus alibi in Metaphysicâ; est tamen maxima illa proportio, vt dixi; quia perexigua temporis pars infinitis ferè instantitibus constat; quorum certè numerum recensere possemus, si quis modum inueniat, quo possit absolutè adæquare grauitationis dati corporis effectum cum effectu ictus alterius cadentis: quod meo iudicio non modo geometricè, vetùm etiam mechanicè, saltem accuratè fieri non potest.

Decimoquintò, nec illud, quod habet Dominus Hobs apud Mersennum, in phœnom. Mech. pr. 25. videtur satisfacere. Primò, quia supponit primum illum conatum a cylindri A B, & puncti physici A C, a *Fig.* 18 sed non tradit modum, quo possit cognosci. Secundò, quia dicit cona- *Tab.* 5.

tum primum puncti AC,& totius axis A B,quamdiu descendit vterque, esse æqualem ; quod tamen dici non potest , quia conatus singulorum punctorum seorsim sunt æquales ; sed conatus omnium coniunctim est maior conatu singulorum ; nam singula habent suum impetum ; verum est quidem moueri motu æquali, quia singula æquali impetu mouentur. Tertiò , quia vult posito cylindro supra basim 4. illam immediatè premi à puncto E B, hoc verò punctum à puncto D E,& hoc ab C D,& hoc ab A C;quod tamen dici non potest ; quis enim dicat granulum superpositum rupi in illam grauitare ? Equidem cum illa grauitat grauitatione communi, vt dictum est suprà, non tamen in illam. Quartò, quia dicit punum B cum conatu totius cylinèri incubantis eo tempore , quo punctum A C conficeret A C , conficere A B , quod repugnat progressioni Galilei , quam sequitur ipse ; puia conatus sunt,vt velocitates ; hæ verò vt tempora ; sed spatia in ratione duplicata temporum.

Denique non video , quomodo ex his etiam datis demonstret proportionem quæsitam percussionis,& grauitationis;igitur non est consulendum spatium, sed tempus eo modo, quo diximus ; si enim punctum moueatur per 1000. instantia, acquiret mille puncta impetus; igitur habebit 1001. igitur si assumatur corpus,quod constet 1001. punctis habebit 1001. puncta impetus,id est singula in singulis;quæ cum omnia grauitent grauitatione communi,æqualis est priori effectus.

Decimosextò,hinc vides, quàm sit difficilis , vel potiùs impossibilis huius proportionis inuentio , ex cuius cognitione tempus resoluitur in sua instantia , immò & quantitas in sua puncta:primum quidem; sit enim data moles , cuius grauitatio æqualis est ictui alterius cadentis dato tempore ; haud dubiè tot sunt instantia in toto illo tempore , quoties pondus cadens continetur in grauitante, vt patet ex dictis.

Decimoseptimò, potest assumi perexigua pars temporis pro instanti physico , nec tam sensibilis erit error , & modicum spatium pro puncto physico,vt deinde mechanicè procedatur ad indagandam hanc proportionem percussionis , & grauitationis.

Decimooctauò , potest explicari quomodo defigatur palus ab ictu corporis deorsum cadentis. Primò enim, ideò defigitur , quia materia mollior cedit non sine aliqua compressione. Secundò , hinc in mucronem desinere debet , vt faciliùs penetret , quod ad cuneum reducemus alibi : idem dico de securi , gladio , ense , &c. Tertiò, initio faciliùs defigitur, constat experientiâ ; ratio est, quia plures partes deinde comprimuntur propter longitudinem,& crassitudinem pali seu claui. Quartò, hinc minùs defigitur secundo ictu , quàm primo ; igitur maiore nisu opusest : in qua verò proportione difficilè dictu est;inueniri tamen potest de qua numero sequenti. Quintò , potest etiam dici vel posito secundô ictu æquali primo quantum defigat supra primum,vel posita defixione illa, qua defigitur secundo ictu æquali primæ , quam proportionem habeant ictus. Tertiò,posito vtroque inæquali,quæ sit etiam vtriusque proportio.

Decimononò,

Decimononò, si æqualis sit secundus ictus. Primò, potest determinari proportio iuxta quam defigitur palus, quod vt melius explicetur, sit [a] cuneus B E, cuius solidum facilè demonstratur; est enim subduplum parallelipedi, cuius basis sit quadratum A C, & altitudo R E; si enim triangulum A D E ducatur in latus A B vel E F habebitur solidum cunei, vt constat, vnde cunei eiusdem latitudinis sunt, vt triangula, v.g. cuneus A F ad eumdem Y F; vt triangulum A D E ad triangulum Y H E: hoc posito sit [b] triangulum M K N æqualis A D F, & primo ictu tota E I vel N Z secundo ictu defigitur, non quidem æquali altitudine, sed æquali solido; cùm autem triangulum X Z N sit subquadruplum trianguli Q O N sit media proportionalis N inter N Z N O, triangulum N β Y est duplum N Z X; igitur secundo ictu defigetur N β: similiter si vt N Z ad N β, ita N β ad N. Tertio, ita defigetur N T, & quarto N O dupla N I: ratio est, quia æquales ictus æquales habent effectus.

[a] *Fig. 21 Tab. 5.*

[b] *Fig. 21 Tab. 5.*

Vigesimò, si æquales accipiantur altitudines singulis ictibus, ictus sunt in ratione duplicata altitudinum, suppositâ prædicta hypothesi cunei v.g. si dato ictu defigatur N Z, & altero N O, secundus est ictus quadruplus primi; si verò tertio ictu defigatur N θ tripla N Z, ictus est ad primum in ratione $\frac{9}{1}$. si denique dato ictu defigatur N M, ictus est ad primum in ratione $\frac{16}{1}$, vt patet ex dictis; si verò primo ictu defigatur N Z, secundo Z O, tertio O θ, quarto θ M, ictus sunt, vt numeri impares 1. 3. 7. 9.

Vigesimoprimò, hinc si dentur duo ictus, & eorum proportio determinari, vt potest proportio altitudinum, quæ defiguntur, quæ sunt in ratione subduplicata ictuum, suppositio cuneo: similiter, si dentur altitudines, earumque proportio, determinari potest proportio ictum; sunt enim in ratione duplicata, vt patet ex dictis; porrò vtrumque potest considerari duobus modis. Primò, coniunctim, si secundus ictus succedat primo, & eius altitudinem augeat. Secundò, si seorsim vterque consideretur, &c.

Vigesimosecundò, in clauis, vel conis altitudines sunt in ratione subtriplicata ictuũ, & ictus in ratione triplicata altitudinum defixarum, quòd manifestum est ex Geometria; sit enim conus B A F, qui defigatur vno ictu; sitque alter ictus, quo defigatur tantùm F D subdupla F A: cùm ictus sint vt defixa solida; certè conus F D est ad conum F A in ratione triplicata, id est vt cubus F D ad cubum F A, id est vt 1. ad 8. quæ omnia constant: idem dico de pyramide, quod de cono: hinc videtur differentia ictuum, quibus defigitur cuneus, & conus,

Vigesimotertiò, potest explicari quomodo deprimatur cylindrus constans ex molliori materia; nam primò deprimitur prima superficies cylindri, & extenditur; quia cùm materia sit mollior, prematurque à duobus corporibus duris vtrinque, scilicet ab vtraque basi, cedit & dilatatur propter humorem in cauitatibus contentum. Secundò, aliquando totus cylindrus deprimitur seruatâ semper cylindri licet crassioris figurâ, quod vt fiat, molliſſimam materiam esse necesse est. Ter-

tiò, aliquando primæ tantùm ſuperficies extenduntur, vt videmus in capite, ſeu baſi cuneorum; quia materies durior multùm reſiſtit. Quartò, limbus baſis dilatatæ contrahitur deinde, ſeu retorquetur deorſum; quia cùm interiores circuli dilatentur, deberet facere limbus ille maiorem circulum; quod cùm fieri non poſſit, contrahitur ſeu incuruatur deorſum, quod facilè ſine figura intelligi poteſt. Quintò, poteſt determinari proportio ictuum, quibus deprimuntur cyiindri; ſi enim ſupponatur eadem altitudo, ſeu linea depreſſionis, & diuerſa craſſitudo cylindrorum ictus, erunt vt baſes; nam quò plures partes deprimendæ ſunt, maiore ictu opus eſt, ſi opponatur eadem craſſitudo vtriuſque cylindri ſed diuerſa depreſſionis linea vel altitudo, ictus erunt vt altitudines; ſi vtraque ſupponitur diuerſa, ictus erunt in ratione compoſita ex ratione baſium, & altitudinum; quæ omnia conſtant ex dictis.

Obſeruabis tamen creſcere reſiſtentiam ex duplici capite. Primò, ex eo quod aliquæ vacuitates occupentur à partibus depreſſis, ac proinde cylindrus induretur; ſic incus durior euadit ſub malleo, & & pila lignea ſub ictibus. Secundò, latiorem illam ſuperficiem impedire dilatationem aliarum partium: hinc variè diſcerpitur eius limbus, vt videre eſt in cuneo ferreo: atqui in explicandis ſuprà ictuum proportionibus, hoc geminum reſiſtentiæ caput nullo modo conſiderauimus: ſextò, quærunt aliqui dato ictu, quo deprimitur cylindrus data altitudine, quantum pondus eſſe debeat, quod ſua grauitatione eumdem præſtet effectum; ſed profectò id nemo vnquam determinauit, niſi primò inueniat pondus, cuius caſu prædictus cylindrus eodem modo deprimatur. Secundò, niſi ſciat quot inſtantibus deſcendat, vt patet ex his quæ diximus ſuprà; vt autem comparetur ictus inflictus à brachio cum ictu inflicto à pondere cadente, debet conſuli diuerſa depreſſio, vel defixio.

Vigeſimoquartò, corpus cadens in planum horizontale per lineam perpendicularem, maximum ictum infligit: maiorem, cum cadit in planum decliue, quod manifeſtum eſt; poteſt autem determinari proportio ictuum ratione planorum; ſit enim [a] perpendicularis K N cadens in planum horizontale A D, erit maximus ictus; ſit vt A D; fiat quadrans A D G: ſit planum decliue A E, in quod cadit K M; ducatur E C vel E I; primus ictus eſt ad ſecundum, vt A D ad A C vel I E; ſit aliud planum decliue A F, in quod cadit K N; ducantur F B F H, primus eſt ad tertium, vt A D ad A B; patet ex dictis ſuprà, cum de planis inclinatis.

[a] *Fig. 22 Tab. 5.*

Vigeſimoquintò, ſi verò cadat corpus graue in globum, aſſumenda eſt [b] Tangens puncti contactus v. g. [b] ſit globus centro A ſit corpus cadens per F D; ſit punctum contactus D; ſit Tangens C E; idem eſt ictus, qui eſſet, ſi corpus graue caderet in planum inclinatum C E; ſi verò globus cadat in aliud corpus, v. g. globus A in corpus H G per lineam R G; ducatur A G, tùm G S, ictus in G eſt ad ictum

[b] *Fig. 23 Tab. 5.*

in L

in L vt S A ad A L: denique si globus cadat in globum, id potest fieri duobus modis. Primò, si L cadat in X, id est linea directionis ducatur per centrum vtriusque, & tunc maximus ictus. Secundò, si secus v.g. si globus A cadat in globum O, sitque punctum contactus in M; sic autem ictus est ad priorem in composita ex O Y Z A ad compositam ex M O M A vel vt chorda M Y, seu M P ad diametrum L B, quæ omnia patent ex dictis.

Scholium.

Obserua superesse tertium modum percussionis, qui fit emissione; cum autem emissio tribus modis fieri possit. 1°. simplici impulsione sine ictu, & proiectione. 2°. Percussione. 3°. Proiectione, cui adde eiaculationem, vel euibrationem; de his tribus sequentibus Theorematis agendum est.

Theorema 16.

Explicari possunt omnia phœnomena emissionis, quæ fit primo modo, scilicet per meram impulsionem.

Primò, emittitur vt plurimùm globus, seu pila Tudiculâ dumtaxat minori; vix enim esse potest alius emissionis modus, qui ad hunc facilè non reuocetur.

Secundò, imprimitur impetus Tudiculæ simul, & globo, quia vtrumq; motum brachij impedit; hoc etiam demonstrauimus lib. 1.

Tertiò, quò maior est Tudicula, tardiùs mouetur, vt patet: hinc potentia manet diutiùs applicata; non tamen propterea globus velociùs mouetur, vt patet, quia singulis instantibus minùs in eo producitur; est enim quasi pars Tudiculæ; secus tamen accidit, si Tudicula verberet pilam, de quo infrà.

Quartò, si Tudicula sit longior, longiùs emittitur pila; ratio est, quia diutiùs manet potentia applicata pilæ; quippe magis contrahitur brachium: hinc longiùs porrigitur, vt clarum est.

Quintò, si maior sit Tudicula, & pila emittatur verberatione, longiùs emittitur; ratio est, quia maior impetus imprimitur Tudiculæ à potentia diutiùs applicata; diutiùs autem applicatur maiori, quia tardiùs mouetur, vt suprà diximus.

Sextò, pila emissa velocissimè mouetur eo instanti, quo vltimo tangitur à Tudicula; quia deinceps nihil prorsus impetus accedit, ac proinde continuò sensim destruitur ab eo instanti.

Septimò, nunquam mouetur pila emissa velociùs ipsa Tudiculâ, cum scilicet emissio fit per meram impulsionem; quia scilicet vltimo instanti, contactus velocissimè mouetur pila; sed eo instanti æquè velociter mouetur Tudicula, vt constat: porrò ideo emittitur pila, quia retinetur Tudicula, ne longiùs recedat.

Octauò, cum verò emittitur pila per verberationem; haud dubiè, si pila leuior est Tudicula, mouetur deinde velociùs; secus verò, si grauior est & æquè velocior, si æqualis est grauitatis; patet ex dictis de impetu;

hinc vides emissionem cæteris paribus maiorem esse per verberationem, quàm per meram impulsionem.

Nonò, pila grauior emissa eodem nisu potentiæ grauiorem ictum infligit occurrenti globo, quia scilicet plùs habet impetus; nam diutiùs potentia fuit applicata: adde quod, si tardiore motu mouetur propter maiorem molem, diutiùs pila intacta manet applicata, de quo infrà.

Scholium.

Obseruabis esse plura alia phœnomena in ludo minoris Tudiculæ v.g. 1°. quod spectat ad proportionem ictuum ratione puncti contactus, de qua idem dicendum est, quod suprà dictum est Th. 15. num. 25. 2°. quod spectat ad lineam motus, per quam pila impacta impellit aliam, de qua lib. 1. Th. 50. 51. 52. & alibi passim. 3°. quod spectat ad reflexionem, de qua fusè lib. 6. à Th. 62. ad 75.

Theorema 17.

Explicari possunt omnia phœnomena emissionum, quæ fiunt cum percessione.

Primò, sit percussio minoris Tudiculæ v.g. eo maior est, quò Tudicula maior est; rationem iam attulimus suprà num. 5. Th. 16.

Secundò, quo Tudicula longior est, maior ictus, & emissio; quia scilicet diutiùs potentia manet applicata, quia brachium longiùs extens potest, vt diximus numero 4. Th. 16.

Tertiò, quod spectat ad secundum ictum, idem prorsus dicendum est, quod dictum est Theoremate superiore num. 9.

Quartò, quod spectat ad Tudiculam maiorem, iam suprà explicuimus cuncta illius phœnomena, cum de malleo: certum est enim primò maiorem à maiore ictum infligi, cæteris partibus, quàm à minore propter prædictum rationem. Secundò, certum est longitudinem manubrij flexibilitatem, inæqualitatem, materiem, duritiem mallei, æqualitatem basis &c. multùm conferre ad maiorem cùm ictus. Tertiò certum est minorem globum, in quem impingitur Tudicula, citiùs moueri, maiorem tardiùs, cæteris paribus. Quartò, globus maior in alium impactus Tudiculâ maiorem ictum infligit, vt constat experientiâ; ratio est, quia tardiùs mouetur; igitur diutiùs applicatur: Equidem globus proiectus in alium fortiorem ictum infligit ex duplici capite, vt dicam infrà. 1°. Quia maiorem impetum à potentia diutiùs applicata. 2°. Quia diutiùs applicatur globo in quem impingitur; at verò quando impigitur Tudiculâ maiore, ex duplici quoque capite crescit ictus. 1°. quia globus globo diutiùs manet applicatus, cùm tardior motus dicat plùs temporis. 2°. quia malleus tardiorem motum imprimis globo; igitur diutiùs manet applicatus: est enim hæc abta lex agentium, vt longiore tempore maior effectus producatur, minor verò minore, reliqua ex dictis facilè intelligentur.

Theorema 18.

Explicari possunt omnia phœnomena emissionum, quæ fiunt per iactum.

Primò, Iactus duobus modis fieri potest: primò brachio: secundò, aliquo organo; est autem multiplex organi genus, de quo infrà; omitto enim

enim iactum illum, qui fit pede ministro, cuius eadem est ratio, quæ brachij.

Secundò, iactu lapidis maioris, maior ictus infligitur; ratio est, quia diutiùs manet lapis applicatus potentiæ, ipsique adeo corpori, in quod impingitur; vtrumque certè, quia tardiùs mouetur, ergo tardiùs separatur à manu; ergo etiam instans contactus maius est.

Tertiò, hinc proportio ictuum satis facilè ex dictis suprà determinari potest; si enim habeatur tantùm ratio impetus maioris, qui imprimitur saxo ab ipsa potentia, ictus sunt in ratione subduplicata ponderum, id est, vt tempora, quibus saxum adhæret manui; si verò habeatur ratio contactus, ictus sunt vt motus permutando, suppositò æquali impetu; igitur, si habeatur ratio vtriusque, ictus sunt in ratione composita ex ratione subduplicata ponderum, & ratione permutata motuum v. g. sint saxa AB sit A 4. librarum, B vnius; ratio subduplicata est $\frac{2}{1}$ motus A est vt velocitas; igitur est ad motum B, vt $\frac{2}{1}$. permutetur, erit $\frac{2}{1}$ componatur vtraque ratio, eritque ratio $\frac{4}{1}$; igitur ictus lapidis sunt vt pondera; quæ omnia constant ex dictis suprà.

Quartò, leuissimi lapides vix iaciuntur ad modicam distantiam v. g. granula sabuli; ratio est, 1°. quia accipiunt minùs impetus, quia citiùs separantur à iaciente manu, vt patet. 2°. quia mouetur initio velociùs in aëre; igitur singulis instantibus plùs impetus destruitur, vt constat; nam in maiori spatio aëris est maior resistentia. 3°. quia cùm aër perpetuo motu agitetur, vt certum est, in leuiori corpore impetum imprimit; igitur aliam sistit vel deflectit. 4°. quia manu non potest rectè prehendi iaciendus lapillus &c.

Quintò, grauior lapis ad modicam tantùm distantiam iacitur; ratio est 1°. quia producitur remissior impetus, cùm scilicet pluribus partibus subiecti distribuatur. 2°. quia impetus grauitationis citiùs destruit impetum extrinsecus aduenientem.

Sextò, figura corporis iacti multùm confert ad iactum, quia ratione figuræ potest aër plùs, vel minùs resistere: hinc figura circularis depressior aptissima est ad iactum; quia minor est aëris resistentia, qualis est figura lenticularis: hinc scabri corporis, qualis est tophus, iactus est difficilior; quia scilicet aër salebris illis, vel asperitatibus interceptus magis resistit: hinc sibilus propter collisionem aëris &c.

Septimò, iacitur lapis multis modis 1°. rotato infrà brachio extento: sic vulgò iaciuntur grauiora saxa; ad iactum autem conferunt vires potentiæ, brachium longiùs, longior arcus, Tangens, per quam emittitur dimissum saxum, quæ debet facere cum horizontali angulum grad. 45. manus simul explicata; si enim vna pars ante aliam dimittatur, retinetur iactus, vt vulgò dicitur, figura, & moles lapidis; si enim maior est, non procul emittitur præuia brachij gyratio, quia impetus augetur: denique impressus toti corpori impetus, quæ omnia mirificè maiorem iactum efficiunt, vt constat ex dictis suprà. 2°. iacitur lapis rotato quidem deorsum brachio, sed non siue aliqua eiusdem brachij contractione, & aliquot

gyris:

gyris : sic vulgò iaciuntur saxa minora, tuncque præsertim contentis neruis toti corpori impetus accedit, qui deinde ad augendam iactum in ipsum brachium quasi refunditur. 3°. iacitur lapis negligenti quasi nisu, seu reiectione circumacta manu horizonti parallela, & contracto tantillùm brachio. 4°. additur aliquando deflexio vel declinatio iactui præsertim in ludo trunculorum, præsertim cùm trunculorum lineæ aduersæ omninò & directæ iacienti respondens. 5°. denique, iacitur saxum rotato supra brachio implicatis gyris, qui reuerâ iactus augetur ex iisdem omninò capitibus; de quibus iam suprà, quorum omnium causæ & rationes patent manifestæ ex dictis.

Octauò, corporis iacti impetus destruitur sensim, tùm ab impetu nativo ab occursu aliorum corporum; hinc in plano asperiore citiùs rotatus globus sistit; quæ certè omnia sunt facilia.

Nonò, eiaculatio est iactus seu vibratio alicuius missilis oblongi, quale est iaculum vel telum, pro qua non est difficultas; fit enim porrecto antè per superiorem arcum brachio; infligetur autem maior ictus, cum 1°. iaculum est maius, propter eandem rationem quam suprà attulimus pro sarissa. 2°. cum directus est ictus; potest autem esse obliquus, vel quia in planum cadit obliquè, licèt non declinet telum à sua linea, vel quia à sua linea declinat, quæ cadit alioquin perpendiculariter in planum, vel denique ex vtroque capite: omitto alia capita, quæ maiorem vim ictui conciliant, de quibus suprà num. 7. 3°. multùm facit ad maiorem ictum concitatus in eam partem equus, in quam vibratur telum; hinc equites antiquioris militiæ telis & iaculis pugnabant.

Decimò, iactus fieri potest multiplici organo ejaculatorio, 1°. syphone, 2°. fistula tormentaris, 3°. arcu, 4°. funda, 5°. reticulo pilari vel clauula denique infinita est ferè organorum huiusmodi suppellex; omitto motus omnes rei tormentariæ, ballisticæ, hydraulicæ, & pneumaticæ, de quibus fusè Tomo sequenti; quod spectat ad syphonem, quo aquam vel globulos ejaculari solemus, non est dubium quin illa ejaculatio sit effectus compressionis, de qua etiam, Tomo sequenti; igitur supersunt tantùm duo prædictorum organorum genera, scilicet funda & pilaris clauula.

Vndecimò, funda vulgare est organum iactus, cuius phœnomena facilè explicari possunt. 1°. rotatur vt maiorem impetum acquirat ad motus recticulo lapis, 2°. quò longior est funda, longiùs lapis abigitur, quia diutiùs manet applicatus, cùm maiorem arcum decurrat, 3°. lapis in reticulo fundæ retinetur; quia cùm per Tangentem lineam singulis instantibus determinetur, vt constat ex dictis suprà, impeditur & retinetur à reticulo, per quod Tangens illa duci tantùm potest, est eadem ratio, quæ orbis rotati, de quo Th. 3. num. 10. 4°. hinc demisso altero fundæ funiculo lapis iacitur, quia nihil est à quo retineri ampliùs queat. 5°. quò maior est lapis cæteris paribus, tardiùs rotatur funda, at maior impetus lapidi imprimitur; quia diutiùs manet applicatus. 6°. tenditur continuò rota, quantumuis rotetur; quia scilicet non quidem à pondere lapidis,

lapidis, sed ab eius impetu ad Tangentem determinato eò trahitur. Septimò, quod autem ad Tangentem continuò determinetur linea motus, patet ex dictis, cum de motu circulari. Octauò, longissimus erit iactus, si Tangens, ad quam motus lapidis determinatur, eo instanti, quo demittitur faciat angulum 45. grad. cum horizontali. Nonò, vt rectè collimetur, seu dirigatur lapis ad propositum scopum, egregium artificium esse potest; quod totum in eo positum est, vt inueniatur illa Tangens, quæ ducitur ad scopum. Decimò, ad fundam reuocari potest, linea illa fissi baculi furca, cui si lapis inseratur, facilè deinde emittitur; sit enim linea furca A B; sit lapis insertus B, si rotetur maximo nisu furca A B circa centrum A, vel circa centrum humeri; haud dubiè lapis B cum aliquo impetu discedet: ratio est, quia cùm statim retineatur furca impressa priùs maxima impetus vi, tùm lapidi tùm furcæ, superat vis illa impetus, quæ lapidi inest, modicam illam strictionem fissæ rimæ, nec est alia difficultas.

Vndecimò, ad fundam reuocabis vibrationes arietis, Tudiculæ, æris campani, & omnium funependulorum, quas suis vibrationibus aliquod corpus eiaculantur, vel ictum infligunt.

Duodecimò, claua pilaris, seu reticulum notum est omnibus organum, cuius phœnomena clarissima sunt. Primò, reticulo longiùs emittitur pila, quàm clauulâ, propter tensionem & reditum chordarum. Secundò, quò longiùs est clauulæ manubrium, longiùs abigitur pila. Tertiò, vt sustineatur ictus breui manubrio, reticulo opus est. Quartò, auersa manu impacto reticulo, pila longiùs emittitur. Quintò, quò sunt tensiores chordæ reticuli, maior est ictus. Sextò, hinc recens reticulum veteri, & iam attrito præferri debet; hinc ille chordarum sonus. Septimò potest assignari clauulæ locus, in quo si fiat percussio, fit maximus ictus, sit enim clauula A E, cuius centrum grauitatis sit C; haud dubiè, si moueatur motu recto, maximum ictum infliget in C; si verò motu circulari circa E est aliud centrum percussionis, de quo infrà; si tamen reticulum propter tensionem chordarum, quæ maximum addit momentum in centro reticuli, erit ferè maximus ictus in linea A D, siue sit reticulum, siue sit clauula, debet fieri contactus; alioqui si in F, v.g. fieret declinaret planum clauulæ, vt patet. Nonò, crassitudo clauulæ multùm facit ad augendam vim ictus; est enim eadem prorsus ratio, quæ mallei. Decimò, firmitas, & quasi tensio carpi multùm facit ad ictum; præsertim cùm pila retorquetur; quia scilicet ratione vectis ferè circa extremitatem manubrij pellitur clauula ab immissa pilâ. Vndecimò, vt sit maior ictus, aliquo tempore reticulum comitatur pilam, adhæretque à tergo: ratio est, quia potentia manet diutiùs applicata: vide alia, quæ pertinent ad deflexionem pilæ, & reflexionem lib. 6. de motu reflexo à Th. 75. ad 81.

Theorema 19.

Aliæ sunt plurimæ motionum species, quas in hoc Theoremate exponimus.

Primò, occurrit preſſio, & dilatatio : premitur corpus ab impetu impreſſo à circumferentia ad centrum ; ſic premitur aër, & aqua intra vas; dilatatur verò per impetum à centro ad circumferentiam;ſed mirabiles ſunt preſſionis & dilatationis effectus,qui propterea librum ſingularem deſiderant.

Secundò, intruſio, & extruſio : illa eſt impulſio introrſum ; hæc verò extrorſum : vtraque fit vtplurimùm cum preſſione ; ſic defigîtur clauus; vi mallei ; ſic excluditur alius : ad intruſionem & extruſionem reuocari poteſt ductus auri, vel argenti, vel alterius ductilis materiæ ; ſed hunc rei ductilis ſtatum Tomo quinto explicabimus cum alijs corporeum ſtatibus.

Tertiò,diſpoſitio fit per eiaculationem,vel minimarum partium,quæ ſimul omnes vno iactu demittuntur manu ; ſit plura grana tritici vel arenæ iaciuntur, vel alicuius corporis, cuius partes ſeparantur in ipſo iactu ; cur verò vna per hanc lineam, alia per aliam feratur,determinatur vel à concurſu cum alia parte, vel à ſitu, quem ſingulæ in iacientis manu habebant priùs, vel ab ordine,quo ſingulæ proceſſerunt.

Quartò, adductio ad tractionem reuocari poteſt ; ſunt tamen plures illius modi ; vel enim per meram tractionem ; ſic adducitur clauus, vel truncus, vel per circuitionem ſimplicem, ſic adducitur rotati baculi extremitas ; vel per circuitionem mixtam : ſic adducitur extremitas funis flagelli ; vel cum aliquo iactu ; ſic adducitur pulmentum vt in vaſe optimè commiſceatur v.g. ſic coqui adducunt frixum & inuertunt,porrecto tantillùm, tùm deindè rotato ſartaginis manubrio : ſi enim eſſet vera rotatio,frixum per Tangentem erit;at verò propter motum rectum poſt inuerſionem ab ipſa ſartagine minimè recedit.

Quintò, ventilatio eſt motio, quâ frumentum excernitur vanno;vannus circuli eſt vulgare ſatis frumentarium organum duabus anſis inſtructum, quibus vibratur tùm in aduerſam partem, vt ipſo ſuccuſſu paleæ, ariſtæ,& aliæ feſtucæ auolent ; tùm dextrorſum ſiniſtrorſumque libratur vt leuior materia extet ; triticum enim grauius eſt ; igitur deorſum tendit;palea verò ſurſum;ideo verò attollitur, ſubſultatque triticum in vanno, quia poſt impreſſum impetum per vibrationem ſurſum, manus ipſa deorſum cum aliquo impetu truditur, in quò non eſt difficultas ; alio verò motu quaſi recto repit frumentum in vanni aluo, quia per adductionem vanni impulſæ priùs ſiniſtrorſum frumentum in eam partem adhuc propter priorem impetum fertur ; ſic cum nauis illicò ſiſtit in potu, qui ſunt in ea & portum aſpiciunt, proni cadunt, de quo iam ſuprà.

Sextò,remigatio fit pellendò, trahendòque, de qua iam ſuprà Th. 6. 16.longior & latior remus maiorem vim aquæ impellit;difficiliùs tamen mouetur, quò maior eſt illius portio à centro motus verſus manum remigantis, faciliùs mouetur propter rationem vectis;faciliùs mouetur,ſi aduerſo flumine feratur nauis : ratio eſt, quia aqua pulſa verſus eam partem, in quam fluit minùs reſiſtit, quando eundem remum tractant, ille

ille plus confert, qui ad extremiiatem propiùs accedit; ratio clara est: sed de re nautica aliàs; vide interim locum citatum.

Septimò, tritus fit, cum ab impacto aliquo duriore corpore malleo, v.g. vel pilo aliud teritur, quod scilicet impetus partibus illis impressis superet vim implicationis, vel vnionis partium; est etiam eadem ratio fracturæ eadem tensionis, vel inflexionis; per quid verò corpus ipsum sit vel friabile, vel fragile, vel flexibile, fusè explicamus Tomo quinto.

Octauò, succussus est impetus impressus repetito frequenti nisu; sic vulgò succutiuntur arbores, vt fructus maturi cadant; excuti verò aliquid dicitur, cum impetus vi ab alio separatur; sic excuti dicuntur dentes; sic excutitur malleo marmoris fragmentum, &c. in quo non est difficultas; nam quoties maior est vis impetus, quàm implicationis partium, vel vnionis, tunc aliqua pars auolat ab ictu: denique casus alicuius corporis facilè intelligi potest; periculosior est altioris hominis, quàm pusilli: hinc animalcula cadentia vix quidquam detrimenti à casu accipiunt: præterea ictus grauior est, si quis cadat in eam partem, versus quam summo nisu fertur; quia impetus grauitatis augetur ab alio impresso: deinde pars illa corporis, quæ casu altitudine multùm auget vel imminuit grauitatem ictus, vt certum est; immò corpus illud, cui alliditur: hinc caput in marmor impactum grauissimum ictum refert: hinc tybiæ, vel brachij os ita impingitur casu, vt frangatur, vel propter rationem vectis, vel propter inæqualitatem corporis, in quod impingitur; hinc franguntur ossa facilè modico ictu, si vtrimque sustineantur; in medio vero absit fulcrum: sed hæc petinent ad resistentiam corporum, de qua Tomo sequenti.

Nonò, explosio fit, cum aliquid emittitur, vel cum aliquo strepitu, vt glans è fistula, vel per continuam pressionem digitorum; sic nucleus cerasi vulgo exploditur à pueris: Ratio est, quia propter vliginem nuclei recenter extracti digiti in eius superficie conuexa facilè repunt; hinc aucto semper impetu, & nouo etiam addito ex porrecto brachio procul exploditur: sic omnia lubrica è manibus facilè elabuntur, vt sæpè pisces, &c.

Decimò, resistentia corporum procedit tum ex impenetrabilitate, tùm ex duritie, tùm ex densitate; nos verò hos status alio Tomo explicabimus; est autem duplex resistentia; prima est formalis, quæ in eo posita est, quod non corpus impediat motum alterius, non per aliquid contrarium, quod in eo producat, sed vel per suam impenetrabilitatem, vel per suam duritiem, vel per suam molem; nam inde oritur noua determinatio, vt alibi explicuimus, vel denique per suam grauitationem, &c, secunda est actiua, vt cum imum corpus imprimit alteri impetum; sed hæc facilè ex dictis intelligi possunt.

Vndecimò, omitto varias motiones corporis humani. Primò, motum progressiuum siue fiat cursu, siue lentiore gradu: quippè tùm coxæ mouentur motu mixto ex duobus circularibus. & crura ex tribus. Se-

cundò, saltum. Tertiò, luctum. Quartò, chorum, seu numerosam saltationem. Quintò denique aliorum animalium motus, qui reuerâ huius loci esse non possunt; nam perfectam musculorum, atque adeo totius fabricæ corporis humani cognitionem supponunt, quam trademus suo loco, cum de homine, addemusque alios motus v.g. respirationis, sternutationis, tussis, singultus, oscitationis, risus, fletus, systoles, & diastoles, &c. quorum omnium verissimas causas afferemus; omitto etiam causas physicas motuum cœlestium, quas certè, nisi me veritas fallit, Tomo sequenti demonstrabimus per simplicissima principia, cum aliquo saltem rei astronomicæ incremento: denique omitto alios motus, qui certæ materiæ affiguntur v.g. æstus maris, libræ motus, fluuiorum fluxus, ventorum vis, fluminis ira, magnetis virtus, & electri, &c. de quibus suo loco: quippe hoc loco consideramus tantùm motiones, quatenus certæ materiæ copulantur.

Theorema 20.

Explicari possunt singulares aquarum motus, quod tantum hîc breuiter præstabimus: itaque primò, aqua fluit cum plano decliui, quod liquoris proprium est; ideo verò fluit, quia cum vna pars alteri extare non possit, nec enim leuior est, deorsum fluit, de quo aliàs fusè.

Secundò, stillatim cadit, quia scilicet colligitur in sphærulas, quæ tandem proprio pondere deorsum eunt; cur verò in sphærulas tornetur, verissimam rationem dabimus suo loco.

Tertiò, stillicidium facilè resistit, quia scilicet aquæ partes, quæ tantùm modico glutine continentur, diuelluntur facilè, & repercussu illo, præsertim si à corpore duriore fiat, in omnem partem eunt.

Quartò, aspersio aquæ valdè familiaris est, quod scilicet vi iactus minutim emittatur aqua, in quo non est vlla difficultas; nam aqua facilè diuiditur.

Quintò, aqua diluit facilè tùm alios liquores; quia facilè miscetur tùm corpora spongiosa, quorum poros, & cauitates facilè subit.

Sextò, abluit corpora, quibus scilicet facilè adhæret, & denique cum sordibus exprimitur.

Septimò, aqua fluit, quæ scilicet in minutissimas particulas distincta sensim liquescente vapore in terram cadit.

Octauò, infunditur ex vno scilicet vase in aliud; affunditur, subiectis scilicet manibus; effunditur, scilicet ex suo vase.

Nonò, exundat sæpiùs v.g. fluuius alueo; sic palus etiam & mare restagnant propter nimiam aquarum copiam: hinc sæpè terram inundat.

Decimò, libratur sæpiùs in suo vase v.g. in latiore cratere, nam facilè ascendit per planum modicè inclinatum, reditque per diuersas vices; faciliùs tamen in latiori, quàm in angustiore calice.

Vndecimò, fluctuat, cum scilicet eius superficies agitatur ventorum vi; est enim aqua corpus facilè mobile.

Duodecimò,

Duodecimò, crispatur, cum scilicet vel leuior est afflatus, vel tremulo succutitur motu vas illud, in quo continetur.

Decimotertiò, in circulos agitur, cum aliquod corpus immergitur; quia tantumdem aquæ attollitur sensim; quod quia extare non potest, in orbem superficiei reliquæ coextenditur : hinc continuò illius circuli, tantillùm extantis decrescit tumor.

Decimoquartò, facilè miscetur cum aqua; quia facilè partes aquæ minimo scilicet impetu diuiduntur.

Decimoquintò, feruet aqua calore; quia scilicet partes calidiores in vaporem conuersæ retentæ in bullis sursum eas attollunt in spumam.

Decimosextò, saltitat aqua, cum scilicet aluei fundum est paulò asperius : ratio clarissima est, quia à saxis occurrentibus repercutitur.

Decimoseptimò, agit verticem sæpius, cum scilicet tractu respondet profondiori, vel cum repellitur à littore, remo, &c.

Decimooctauò, agitatur facilè seu baculo, seu libratione vasis : sed hæc tantùm breuiter indicasse sufficiat, quæ alibi suis locis fusè omninò explicabimus : atque hæc de diuersis motionibus sint satis.

APPENDIX PRIMA
PHYSICOMATHEMATICA,
De centro percuſsionis.

DE duplici centro hactenus actum eſt, magnitudinis, ſcilicet, & grauitatis; præſertim de hoc vltimo: in quo certè opere non ſine maxima laude præſtantiſſimi Mathematici deſudarunt, ſcilicet Archimedes, Commandinus, Lucas Valerius, Steuinus, Guldinus, Galileus paucis: ſed duplex aliud centrum conſiderari poteſt; primum dicitur centrum impreſſionis: vtrumque prorſus intactum aliis doctâ paucarum licèt propoſitionum coronâ, vel peripheria in hac appendice coronamus.

DEFINITIO 1.

CEntrum grauitatis eſt punctum, quod omnia grauitatis momenta æqualiter dirimit.

Clara eſt definitio; centrum enim grauitatis eſt illud punctum, ex quo pendulum corpus per quamlibet lineam ſeruat æquilibrium.

Definitio 2.

Centrum impreſſionis eſt illud, per quod, ſi ducatur planum vtrimque, dirimit æqualem impetum.

Hæc etiam clara eſt; conſideratur autem impetus non modò ratione inten

intensionis verùm etiam extensionis; debet etiam accipi punctum illud in linea motus.

Definitio 3.

Centrum percussionis est punctum illud corporis impacti in quo si contactus fiat, maximus ictus infligitur.

Definitio 4.

Linea directionis est linea motus centri grauitatis.

Positiones 1.

Centrum grauitatis dirigit linea motus aliorum punctorum.

Positiones 2.

Si percussio ita fiat, vt totus impetus corporis impacti impediatur maxima est.

Positiones 3.

Momenta sunt, vt distantiæ.

Positiones 4.

Omnes partes corporis, quod mouetur motu recto, mouentur æqualiter.

Positiones 5.

Corpus graue sustinetur in æquilibrio, cum sustinetur in linea directionis.

Positiones 6.

Centrum percussionis est in illa linea, quæ dirimit vtrimqua momenta, tùm ratione impetus, tùm ratione distantiæ.

Positiones 7.

Si pondera inæqualia sunt in æquilibrio, distantiæ sunt, vt pondera permutando; vel collectio distantiarum est ad maiorem, vt collectio ponderum ad alterum pondus, quod maius est, &c.

Positiones 8.

Maximus ictus infligitur in linea directionis, per se, vt constat ex pos. 5. 6. 2.

Theorema 1.

Centrum percussionis lineæ mobilis motu recto est idem cum centro grauitatis eiusdem.

Sit enim [a] linea A C, horizonti parallela, v.g. quæ cadat perpendiculariter; sit eius centrum grauitatis B, quod scilicet vtrimque æqualiter distat ab A C; centrum percussionis est in B. Probatur; quia cùm in B impediatur totus impetus; quippe neutrum segmentum prævalere potest; est enim vtrimque æqualis impetus, per posit. 3. 4. certè maxima percussio est in B, per posit. 2. igitur est centrum percussionis per

[a] *Fig. 1. Tab. 6.*

def. 3.

def. 5. igitur centrum percussionis est idem cum centro grauitatis, quod erat dem.

Corollarium 1.

Hinc quatuor centra concurrunt in idem punctum, scilicet magnitudinis, grauitatis, impressionis, & percussionis.

Corollarium 2.

Idem prorsus dicendum est de Rectangulo, Parallelogrammate, Circulo, Ellipsi, Cylindro, Prismate, Parallelipedo, Sphæra, &c. in quibus posito motu recto, hæc quatuor centra in eodem plano, immò & linea reperiuntur.

Theorema 2.

Si planum triangulare cadat motu recto deorsum, v. g. horizonti parallelum, centrum percussionis est idem cum centro grauitatis eiusdem.

Sit enim triangulare [a] planum F B H, cuius centrum grauitatis sit I: dico esse centrum percussionis; quia, cùm sit æqualis motus, & impetus omnium partium plani, si sustineatur in I, stat in æquilibrio, per def. 1. igitur totus impetus impeditur; igitur est maxima percussio, per Pos. 2.

a *Fig. 2. Tab. 6.*

Scholium.

Obseruabis punctum I posse haberi duobus modis; Primò, si ducatur F C diuidens æqualiter H B; diuidit etiam æqualiter G A, & omnes alias parallelas H B; igitur in F C est centrum grauitatis: similiter ducatur H D diuidens æqualiter F B, centrum grauitatis erit etiam in H D; igitur in communi puncto I. Secundò, ita diuidatur F H in G, vt F G sit dupla G H, ducaturque G A: similiter ducatur K E diuidens H B eodem modo, punctum communis sectionis I est centrum grauitatis; quippe duo triangula D I C, F I H sunt proportionalia; igitur vt D C ad F H, ita D I ad I H, sed D C est subdupla F H; igitur D I subdupla I H; similiter I C subdupla I F; igitur G H subdupla G F; igitur inuentum est centrum grauitatis, quod erat faciendum.

Theorema 3.

Si planum triangulare cadat parallelum lineæ verticali, v. g. in situ F H B, ita vt F H sit parallela horizonti, centrum percussionis est in G; cùm enim G A ducatur per centrum grauitatis I, sitque parallela H B, est linea directionis, per def. 4. igitur si sustineatur in G, stabit in æquilibrio, per p. 5. igitur totus impetus impeditur, vt patet; igitur est maxima percussio per p. 2. igitur centrum percussionis est G, quod erat demonst.

Corollarium 1.

Hinc corpus solidum ex multis huiusmodi triangulis æqualibus quasi conflatum, idem prorsus percussionis centrum habet; siue cadat lineæ verticali parallelum, siue ipsi verticali.

Coroll.

Corollarium 2.

Hinc etiam ad Mechanicam reduci potest inuentio praxis prædictæ; sit [a] enim triangulum A G D; diuidatur A D in tres partes in B C; ducantur B I, C H, parallelæ D G, itemque I E, H F parallelæ A D; sustineaturque prædictum planum erectum in C, stabit in æquilibrio; cùm enim momenta ponderum æqualium sint vt distantiæ, rectangulo C E respondet æquale, & æquedistans C I, itemque trianguli E H K, æquale & æquedistans I K D, triangulo demum G H E, triangulum subduplum A I B, cuius momentum adæquat momentum alterius dupli G H B; quia distantia est dupla. [a] *Fig. 3. Tab. 6.*

Theorema 4.

Si Pyramis, cuius axis sit parallela horizonti, cadat deorsum; centrum percussionis est in linea derectionis, quæ scilicet ducetur deorsum à centro gratatis, quod eodem modo demonstratur, quo suprà; est autem centrum grauitatis illud punctum, quod ita axem diuidit, vt segmentum versus basim sit subtriplum alterius versus verticem, quod multi hactenus demonstrarunt, scilicet Commandinus, Valerius, Steuinus, Galileus; [b] sit enim conus E N I, sit axis A I diuisus in 4. partes æquales B C D, parallelus horizonti, sustineatur in M, stabit in æquilibrio. [b] *Fig. 4. Tab. 6.*

Theorema 5.

Si quodlibet aliud planum, vel corpus, deorsum cadat, motu recto, centrum percussionis est in linea directionis; quod eodem modo probatur, quo suprà: quodnam verò sit centrum grauitatis omnium corporum, planorum, figurarum, hîc non disputamus; consulantur authores citati, quibus addatur La Faille, qui egregiè centrum grauitatis partium circuli, & Eclipsis demonstrauit.

Theorema 6.

Si linea circa centrum immobile mobilis, voluatur, centrum percussionis non est centrum grauitatis; [c] sit enim linea A D, quæ voluatur circa centrum A; diuidatur bifariam in G, punctum G est centrum grauitatis: vt constat; non tamen est centrum percussionis, quia in segmento G D est quidem æquale momentum ratione distantiæ, sed maius ratione impetus; quippe G D mouetur velociùs, quàm G A vt certum est. [c] *Fig. 5. Tab. 6.*

Theorema 7.

In hac eadem hypothesi centrum percussionis non est idem cum centro impressionis; diuidatur enim A D in M, ita vt A M, sit media proportionalis inter A G, & A D; certè M est centrum impressionis, vt demonstratum est lib. 1. non tamen est centrum percussionis; quia segmentum M A habet quidem æqualem impetum cum segmento M D; habet tamen maius momentum, quia maiorem habet distantiam; igitur non erit æquilibrium in M.

Theorema 8.

Si diuidatur A D in tres partes æquales, sitque I D $\frac{1}{3}$ centrum percussionis erit in I; demonstratur, quia impetus puncti G est ad impetum puncti D; vt arcus E G, ad arcum B D; sit autem D C æqualis D B; ducatur A C, triangulum A C D erit æquale sectori A D B, vt constat; impetus in D erit, vt recta D C, & in I, vt recta I H, & in G, vt recta G F, &c. igitur perinde se habet impetus, qui inest puncto D, atque si incubaret ipsi D.D C, & I, I H, & G, G F, &c. atqui si hoc esset, centrum grauitatis esset in I, vt patet ex dictis; ibique esset percussionis, per Th. 3. igitur I est centrum percussionis.

Corollarium.

Colligo primò, ex dictis in hac hypothesi tria centra separari.

Secundò, si nullum esset momentum ratione distantiæ, centrum percussionis idem esset cum centro impressionis.

Tertiò, centrum percussionis lineæ circa alteram extremitatem mobilis; idem esse cum centro percussionis trianguli, seu plani triangularis; de quo suprà.

Theorema 9.

Si rotetur planum rectangulum circa alterum laterum centrum percussionis est in linea, quæ diuidit rectangulum æqualiter, & cadit perpendiculariter in axem, circa quem rotatur; v.g. sit [a] rectangulum C F, rotatum circa C A; sit B G, dirimens æqualiter C A & H F, centrum grauitatis est in B G; quia est æquale momentum in B F & B H, tùm ratione impetus, tùm ratione distantiæ, vt patet per p. 6.

a *Fig. 6. Tab. 6.*

Theorema 10.

Si B G diuidatur in tres partes æquales B, D, I, G, roteturque circa C A, vt dictum est suprà, centrum percussionis est in I; quia si volueretur sola A F, esset in E, si sola C H, esset in K, si sola B G, esset in I, per Th. 8. igitur centra percussionis omnium sunt in linea E K; sed lineæ E K, cuius singula puncta mouentur æquali motu, centrum percussionis est in I, per Th. 1. igitur centrum percussionis totius C F acti circum C A, est in I, quod erat demonstr.

Corollarium.

Primò, si rotetur circa C H, eodem modo inuenietur centrum percussionis, scilicet N.

Secundò, si rotetur circa O M rectangulum C F; diuidatur in tres partes æquales, sitque P G $\frac{1}{3}$ N G, centrum percussionis est P; est enim eadem ratio, quæ suprà; nec est minor ictus, quàm in I; rotato scilicet rectangulo circa C A; quia est æqualis impetus.

Tertiò, si rotetur circa B R, in quam A H cadit perpendiculariter, est alia ratio, de qua infrà.

Theorema 11.

Si [a] *triangulum B I G voluatur circa C A, in quam B H cadit perpendiculariter, sitque B H axis per centrum grauitatis ductus, diuisusque in 4. partes æquales B. F. E. D. H. centrum percussionis est in D*; quod facilè demonstratur; nam I G in isto motu describit superficiem cylindri, & triangulum G B I describit, vt sic loquar, sectorem cylindri; igitur impetus in I G est ad impetum in N M, vt superficies curua terminata in I G, ad superficiem terminatam in N M, sub eodem scilicet angulo; vel vt basis pyramidis I G, ad basim N M; igitur perinde se habent I G, ac si incumberet prædicta basis, itemque N M, &c. igitur ac si esset solida pyramis quadrilatera; sed pyramidis centrum grauitatis est D, per Theorema 4. [a] *Fig.* 7. *Tab.* 6.

Theorema 12.

Si idem triangulum G I B voluatur circa I G, centrum percussionis est in E, quod diuidit H B bifariam æqualiter; quod vt demonstretur, perinde se habet triangulum B G I circumactum, atque si singulis partibus incumberent perpendiculares, quæ essent vt earumdem partium motus; sit [b] autem triangulum B A C æquale priori; basis cunei A B H K D C; ducatur planum D B A, quod dirimat cuneum in duo solida, scilicet in pyramidem A B H K D, & solidum A B D C; pyramis continet $\frac{2}{3}$ totius cunei, vt constat; est enim prædictus cuneus subduplus prismatis, cuius basis sit H A, & altitudo I D; cuius pyramis prædicta continet $\frac{1}{3}$; igitur si prisma sit vt 6. pyramis erit vt 2. & cuneus vt 3. igitur pyramis continet $\frac{2}{3}$ cunei; igitur alterum solidum A B D C est $\frac{1}{3}$ cunei; cunei centrum grauitatis idem est, quod trianguli H K D, per Corol. 1. Th. 3. igitur est in linea directionis M F. ita vt I M sit $\frac{1}{3}$ totius I D, per Th. 3. pyramidis verò centrum grauitatis est in linea N G, ita vt I N sit $\frac{1}{4}$ totius I D, per Th. 4. igitur si est N M ad M L, vt solidum A B D C ad pyramidem A H D, id est vt 1. ad 2. certè N I, & N L erant æquales; sed I N est $\frac{1}{4}$ totius I D; igitur I L $\frac{1}{2}$ ergo L dirimit æqualiter I D, quod erat demonstr. sit I D 12. in 3. I M 4. I L 6. [b] *Fig.* 8. *Tab.* 6.

Theorema 13.

Si voluatur sector circa axem parallelum subtensæ, determinari potest centrum percussionis, dato centro grauitatis sectoris, quod tantum hactenus inuentum est ex suppositæ circuli quadratura: [c] sit enim sector A K H M, subtensa K M; diuidatur A I in tres partes æquales A D F I, item A H, in tres æquales A E G H, centrum grauitatis sectoris non est in F, quod est centrum grauitatis trianguli A M K, sed propiùs accedit ad H; nec etiam est in G, quod est centrum grauitatis trianguli A L N, sed propiùs accedit ad A; ergo est inter F G, v.g. in R, ita vt A H sit ad A R, vt arcus M H K ad $\frac{2}{3}$ subtensæ M K; id est ad M P; vt demonstrat La Faille Prop. 34. potest etiam haberi centrum grauitatis segmenti circuli; sit [d] enim segmentum F C H I, cuius centrum sit B; sint B C. B I. B H. diuidens æqualiter [c] *Fig.* 9. *Tab.* 6. [d] *Fig.* 10. *Tab.* 6.

qualiter C I; sitque D centrum grauitatis trianguli B C I; sit E centrum grauitatis sectoris B C H I, sitque vt sectio F C H I, ad triangulum B E I, ita D E ad E G, vel vt sectio ad sectorem, ita D E ad D G; G est centrum grauitatis sectionis, per p.7.

[a] *Fig.9. Tab.6.* His positis voluatur a sector A K H M, circa axem C B, perinde se habet circumactus, atque si singulis partibus incumberent rectæ, quæ essent vt motus earumdem prrtium, vt constat ex dictis; igitur sit [b] sector A E F D, æqualis priori, perinde se habet, atque solidum A E F D C B, quod scilicet constat ex pyramide A E D C B, & segmento cylindri E F D C B; pyramidis centrum grauitatis sit I, ita vt I G sit $\frac{1}{4}$ G A, sit M centrum grauitatis segmenti solidi, seu potiùs sit terminus perpendicularis deorsum, quæ ducatur per centrum grauitatis eiusdem solidi; diuidatur I M in N, ita vt I N sit ad N M, vt segmentum cylindri G E F D C B, ad pyramidem A E D C B; certè N est centrum grauitatis solidi A E F D C H B, per p.7. igitur N est centrum percussionis sectoris circumacti.

[b] *Fig.11. Tab.6.*

Theorema 14.

[c] *Fig.9. Tab.6.* *Si* [c] *sector A K H M voluatur circa Tangentem N H L, determinari potest centrum percussionis eodem modo*; nam assumi potest cuneus, vt suprà, cuius basis sit segmentum cylindri; tùm pyramis cum eadem basi; tùm inueniri centrum grauitatis vtriusque; tùm detracta pyramide ex cuneo, haberi residuum solidum, cuius centrum grauitatis inuenietur, iuxta prædictam praxim; quippe hoc erit centrum percussionis quæsitum.

Theorema 15.

[d] *Fig.11. Tab.6.* *Si voluatur* [d] *triangulum F B H circa F M, in quam cadit H F perpendiculariter: si assumatur N H* $\frac{1}{4}$ *F I, ducaturque N P parallela H B, secans F C in O, dico punctum O esse centrum percussionis*; quod eodem modo probatur quo suprà Th. 11.

Theorema 16.

Si voluatur quodlibet triangulum circa angulum rectum, determinari po-

[e] *Fig.12. Tab.6.* *test centrum percussionis*; [e] sit enim triangulum A B C; ducatur quælibet linea Tangens angulum, v.g. D B E, circa quam voluatur triangulum, ducantur A E, C D perpendiculares A D; aliæ duæ ipsis æquales A F C G, perpendiculares in A C; tùm F G connectantur; eleueturque Trapezus A G, donec A F, C G incubent perpendiculariter plano A B C; denique à B ducantur rectæ ad omnia puncta Trapezi erecti; habebitur pyramis, cuius centrum grauitatis, dabit centrum percussionis quæsitum, per Th. 11. quod vt fiat, inueniatur centrum grauitatis Trapezi A G, modo dicto, ducta scilicet F C, assumptoque I centro grauitatis trianguli F G C & L centro grauitatis trianguli F A C; si enim ducatur L I, sitque L I ad L P, vt Trapezium A G, ad triangulum F G C; certè P est centrum grauitatis Trapezij per p.7. tùm ex P erecto ducatur recta ad B, hæc erit axis pyramidis; porrò si ducatur perpendicularis P O; tùm B O habebi-

tur

tur orthogonium P O B ; denique assumatur O R $\frac{1}{4}$ totius O B , R erit centrum percussionis trianguli A C B per Th. 11.

Corollarium.

Hinc colligo quid dicendum sit de rectangulo ita rotato, vt diagonalis cadat perpendiculariter in axem , circa quem rotatur ;[a] sit enim rectangulum C F, cuius diagonalis A I A, axis circa quem voluitur B R, inueniantur centra percussionis vtriusque trianguli seorsim A F H, A C H, rotati circa axem B R per Th. 16. connectantur rectâ , in hac erit centrum percussionis totius rectanguli ; cùm distantiæ à centro communi sint vt pyramides permutando per p. 7. vt constat ex dictis ; ex quibus etiam satis intelligetur quid de alijs planis, tùm regularibus , tùm irregularibus dicendum sit, cùm scilicet possint in triangula diuidi. [a] *Fig. 6. Tab. 6.*

Theorema 17.

Si voluatur triangulare planum parallelum circulo , in quo voluitur, determinari potest eius centrum percussionis ; [b] sit enim triangulum A F H, quod ita voluatur, vt extremitas H describat arcum H S, & F arcum F R; certè F mouetur velociùs quàm H iuxta rationem A F ad A H ; sit ergo F M æqualis F A, & H N æqualis H A ; ducatur M N , erigatur Trapezus F N, donec incubet plano A F H , & censeantur ductæ ab A rectæ ad puncta M N erecta; habebitur pyramis; sit autem centrum grauitatis L, Trapezij F N, sitque L G perpendicularis in F H; ducatur A G, assumaturque D G $\frac{1}{4}$ A G ; haud dubiè D est centrum grauitatis huius; sit linea directionis D C ; quippe punctum D mouetur per Tangentem : quod etiam de alijs punctis dictum esto; est enim hæc ratio motus circularis; igitur maximus ictus erit in C per p. 8. igitur C est centrum percussionis. [b] *Fig. 1 ; Tab. 6.*

Corollarium 1.

Collige perinde se habere motum puncti F , atque si ipsi incumberet linea F M , & puncto H, H N.

Corollarium 2.

Præterea centrum percussionis aliquando esse extra rectam A H, cum scilicet angulus circa, quem voluitur est minùs acutus , [c] sit enim triangulum A G L, quod voluatur circa A, sitque centrum grauitatis Trapezij E, de quo suprà ; ducantur E C, A C, sit C B $\frac{1}{4}$ A C , ducatur linea directionis B I ; vides I esse extra A L. [c] *Fig. 15 Tab. 6.*

Corollarium 3.

Præterea ostendi posse longè faciliùs totam rem istam ; [d] sit enim triangulum A B D ; ducatur H B G æqualis B A , perpendicularis in B D ; diuidatur A D bifariam æqualiter in L ; assumatur D E æqualis D L, tùm ducantur H L , G E ; inueniatur centrum grauitatis C , Trapezij H L E G ; ducatur A C , cuius K C sit $\frac{1}{4}$ ducatur K D perpendicularis in A C, punctum D est centrum percussionis; quippe si vertatur Trapezus H E , circa axem B D , donec A D cadat in illum perpendiculariter, sit- [d] *Fig. 15 Tab. 6.*

que sectio communis B D; certè habebitur basis pyramidis, cuius axis erit A C, quæ omnia constant.

Theorema 18.

Determinari potest centrum percussionis in latere orthogonij, subtenso angulo
a Fig. 16 Tab. 6. *recto*; [a] sit enim A G B, latusque subtensum angulo recto A B, sit Trapezus K D, eo modo quo diximus, cuius centrum grauitatis sit H, ducatur A H, assumatur I H $\frac{1}{4}$: A H, ducatur I M perpendicularis in A H: dico punctum M esse centrum percussionis, quod demonstratur per Theorema 17.

Theorema 19.

b Fig. 17 Tab. 6. *Si voluatur triangulum prædictum, circa angulum rectum, determinari potest* [b] *centrum percussionis*; sit enim triangulum A B H, quod voluatur circa centrum B; motus puncti A est ad motum H, vt B A, ad B H; sit ergo Trapezus M G, cuius latus M L sit æquale A B, & G I æquale B H; erit pyramis, eo modo, quo diximus suprà; sit autem D centrum grauitatis basis, seu Trapezij, & A D axis; sit K D $\frac{1}{4}$ B D; sit denique K E perpendicularis in D B: dico punctum E esse centrum percussionis, quod eodem modo demonstratur, quo suprà.

Corollarium.

Hinc colligo primò, de omni triangulo idem prorsus dicendum esse, est enim eadem ratio, vt consideranti patebit.

c Fig. 10 Tab. 6. Secundò, si voluatur circa punctum aliquod lateris, posse determinari centrum percussionis; [c] sit enim triangulum A B C; assumatur punctum M, circa quod voluatur modo prædicto, motus puncti C, est ad motum puncti A, vt M C, vel D X, ad M A, vel P O; hinc Trapezus D P O X, id est basis pyramidis, cuius axis est M G, & centrum grauitatis K: similiter habetur Trapezus D R N X; id est basis alterius pyramidis, cuius axis est M V, & centrum grauitatis H; fiat autem vt vtraque pyramis ad eam, cuius axis est M G, ita tota H K, ad H I; dico I esse centrum commune grauitatis; ducatur I L perpendicularis in I M; dico L esse centrum percussionis quæsitum.

Tertiò, si voluatur circa aliud punctum, res eodem modo succedet.

Quartò, si sit solidum ad instar cunei, constans scilicet ex multis planis triangularibus, quæ probè inter se conueniant; idem etiam accidet, quæ omnia ex suprà dictis clarissima efficuntur.

d Fig. 19 Tab. 6. Quintò, si sit triangulum E A D, fig. [d] quod ita voluatur circa centrum A, vt latus A E, modò accedat ad C B, modò recedat; sitque ita diuisa A S in R, vt R S sit $\frac{1}{4}$ A S, si ducatur R N, centrum percussionis erit in N, quia R est centrum grauitatis geminæ pyramidis; igitur R N linea directionis instanti percussionis; si verò producatur A S in G, sintque I & M centra grauitatis pyramidum ducanturque I F, M F perpendiculares in A I, A M, centrum percussionis erit F, vt constat ex dictis.

Theorema

Theorema 20.

Sectoris minoris quadrante determinari potest centrum percussionis, cum scilicet voluitur in plano, cui eiusdem planum est parallelum; a sit enim quadrans B A I; ducatur B I, sit pyramis cuius basis sit sectio cylindri, erectio scilicet perpendicularibus transuersis supra arcum B T I, eo modo, quo suprà iam sæpè diximus; v.g. ducta sit Tangens Z T, diuisa bifariam in C, puncto scilicet contactus, quæ tandiu voluatur circa C A, dum secet arcum ad angulos rectos: idem fiat in alijs punctis arcus; denique ad extremitates Tangentium ducantur vtrimque à centro A rectæ, & habebitur prædicta pyramis mixta, cuius centrum grauitatis inuentum dabit centrum percussionis; quod vt meliùs oculo subijciatur, sit triangulum Z T A, voluatur circa C A, donec eius planum secet ad angulos rectos planum quadrantis B A I; tùm in eo situ voluatur axis A C per totum arcum B I, & habebitur solidum quæsitum, cuius centrum grauitatis ita potest inueniri; ducatur B I, tùm A C diuidens B I bifariam in E, centrum grauitatis est in A C; assumatur G E $\frac{1}{4}$ totius A E; certè G est centrum grauitatis pyramidis A B E I; sit autem D centrum grauitatis reliqui solidi B E I C, sitque vt hoc solidum ad pyramidem A B E I, ita G F ad F E: dico F esse centrum grauitais per p. 7. ducatur F K perpendicularis in A C, K est centrum percussionis per Th. 17. a *Fig. 20 Tab. 6.*

Corollarium.

Colligo primò; prædictam pyramidem mixtam esse $\frac{2}{3}$ sectoris cylindri; sit enim triangulum A C Z erectum, atque ita voluatur per totam peripheriam I B P V I, fiet solidum cauum, cuius cauitas erit conus, cuius altitudo erit C Z, & basis orbis B P V I; sed hic conus est $\frac{1}{3}$ cylindri, sub eadem basi, & altitudine; igitur solidum, quod supereſt, continet $\frac{2}{3}$ cylindri sub altitudine C Z, & basi B P V I; sed canum D A I de quo suprà est $\frac{1}{4}$ totius; igitur continet $\frac{2}{3}$ sectoris cylindri B A, sub altitudine C T.

Secundò colligo, si assumatur semicirculus P B I momentum quadrantis P B A, æquale esse momento quadrantis I A β, vt constat; nam I, per I M, idem præstat quod P, per P Q, & S per S R, idem quod L, per L Y, &c.

Tertiò, si voluatur tantùm triangulum A B I, ducaturque G E perpendicularis in A C punctum C erit centrum percussionis; quid mirum igitur, si addatur segmento B C I E, sit in K?

Quartò, si quadrans A I β trahat deorsum adducto filo ex K, certè in K erit centrum percussionis, vt constat.

Quintò, si vterque quadrans B I β A simul cadat, centrum percussionis erit in K, sed duplò maior ictus.

Sexto, si semicirculus A P B I cadat, centrum etiam percussionis erit in K; quia quadrans P B A æquialet quadranti A β I.

Septimò, si assumatur sector maior quadrante, sed minor semicirculo, v.g. A S B I, sit B A C æqualis B A S; inueniatur centrum grauitatis B A C, eodem

C eodem modo, quo inuentum est centrum F quadrantis rotati: similiter inueniatur centrum grauitatis T A I rotati; connectantur rectâ hæc duo centra inuenta, sitque vt duplum B A C ad C A I, ita segmentum connectentis centra, quod terminatur in centro C A I ad aliud segmentum; punctum diuidens segmenta erit centrum grauitatis quæsitum, à quo si ducatur perpendicularis, eo modo, quo diximus, hæc dabit centrum percussionis.

Octauò, si assumatur sector maior semicirculo, v.g. A V B L, eodem modo procedendum est; quippe P A V æquialet C A B, & I A L æquialet C A I, & B A P æquialet B A I, nec est noua difficultas.

Nonò, hinc si circulus integer circa centrum voluatur, centrum percussionis erit in K, sed ictu quadruplo ictus inflicti à quadrante.

Theorema 21.

Si rotetur circulus circa punctum circumferentiæ vel circa Tangentem, determinari potest centrum percussionis; sit[a] enim centro B, A N C P, rotatus circa T A, in quam diameter A C cadit perpendiculariter; assumatur R C $\frac{1}{3}$ A C: dico R esse centrum percussionis; quia motus C est ad motum R, vt C F ad R H, & ad motum B, vt C F ad B L, &c. igitur perinde se habet planum A N C P, atque si semicylindrus A C F ipsi incubaret, vt patet, sed centrum grauitatis huius solidi est X in quo C L & F B decussantur; sed vt demonstratum est suprà, si ducatur H X R, R C est $\frac{1}{3}$ totius A C; igitur R est centrum percussionis.

[a] *Fig.* 21 *Tab.* 6.

Corollarium.

Primò colligo, si segmentum circuli voluatur: similiter haberi potest centrum percussionis, inuento scilicet centro grauitatis basis vtriusque v.g. si segmentum O A Q voluatur circa T A, inueniri debet centrum grauitatis eiusdem & ad illud à puncto H recta ducenda; itemque inueniendum est centrum grauitatis segmenti Ellipseos H A I, & ad illud à puncto R ducenda recta; nam vtriusque decussationis punctum dabit centrum grauitatis huius solidi, ex qua si ducatur perpendicularis in A R, extremitas dabit centrum percussionis.

Secundò, si voluatur circulus C N A H circa P N, habebitur centrum percussionis eodem modo, inuentis scilicet centris grauitatis semicirculi P N C, & semiellipseos, cuius altera semidiameter sit B F, altera B P, vt constat ex dictis.

Theorema 22.

Si voluatur circulus circa punctum circumferentiæ in circulo parallelo suo plano, determinari potest centrum percussionis, quod distat $\frac{2}{3}$ diametri à centro motus; sit[b] enim circulus A C F G, centro B, qui voluatur circa centrum A; motus puncti F est ad motum puncti B, vt recta A F ad rectam A D, & ad motum puncti C, vt A F ad A C; idem dico de alis punctis; sit E H æqualis A F, diuisa bifariam in F, quæ tandiu voluatur, donec

[b] *Fig.* 22 *Tab.* 6.

secet

secet arcum C F G ad angulos rectos ; idem prorsus fiat in aliis punctis peripheriæ , assumptis scilicet lineis æqualibus subtensis arcuum, v.g. in puncto D, assumpta linea æquali A D, in puncto C, assumpta æquali A C, &c. hoc posito habetur solidum , quod facilè vocauerim Elliptico cylindricum , cuius constructio talis est , [a] sit cylindrus R I , cuius diameter basis sit K I, æqualis diametro A F circuli prioris; sit etiam altitudo K R, æqualis prædictæ diametro K I, sit K R diuisa bifariam in L , sitque planum I L secans cylindrum, itemque alterum L P, vtraque sectio Ellipsis est, vt patet; ac proinde habetur solidum quæsitum L I P constans gemina basi L I. & L P Elliptica, & reliqua circumferentiâ cylindricâ, cuius centrum grauitatis est in N, id est in puncto decussationis rectarum P M, I S, quæ diuidunt I L P L bifariam æqualiter , est autem N O $\frac{1}{3}$ totius L O, per Sch. Th. 2. hoc posito [b] sit X F $\frac{1}{3}$ totius A F: dico esse centrum percussionis quæsitum circuli A C F G rotati circa A , quia perinde se habet, atque si puncto X incubaret prædictum solidum ellipticocylindricum, cuius X esset centrum grauitatis.

[a] *Fig.* 23. *Tab.* 6.

[b] *Fig.* 22 *Tab.* 6.

Scholium.

Obseruabis primò, in plano A C F G, vt punctum X sit centrum percussionis , incidendam esse striam quamdam , seu rimam , quæ terminetur in X.

Secundò , idem esse centrum percussionis rectæ A F , quæ voluitur circa A, siue sit simplex linea, siue diameter circuli.

Theorema 23.

Si voluatur rectangulum parallelum orbi in quo voluitur determinari [c] *potest centrum percussionis* ; sit enim rectangulum A D, quod voluatur circa centrum A, eo modo, quo dictum est sit ducta A D, inueniatur centrum I, trianguli A B D ; itemque centrum H , trianguli A D F, per Th. 17. tùm ducta I H, diuidatur bifariam in K; ducatur A K , tùm G K perpendicularis in A K : dico G esse centrum percussionis, per pos. 7. & Theorema 17.

[c] *Fig.* 24 *Tab.* 6.

Corollarium.

Colligo ex his facilè posse determinari centrum percussionis in alijs figuris planis ; quia diuidi possunt in plura triangula.

Theorema 24.

Potest determinari centrum percussionis solidi [d] *trium facierum A B D E,* vt demonstretur centrum percussionis pyramidis, & prismatis, præmitti debuit hoc solidum ; [e] sit enim solidum priori simile, A. M. G. C. motus puncti M, est ad motum puncti G, vt recta B M ad rectam B G ; igitur sit N K ad O H, vt B M ad B G; certè perinde se habet punctum M , atque si N M K incubaret , non quidem per M G , sed per lineam perpendicularem ductam in B M, vt patet ex dictis: idem dico de puncto G , quod perinde se habet , atque si incubaret O G H ; itaque inuenire oportet centrum grauitatis solidi A C H K N O A , quod vt fiat , assumatur I P

[d] *Fig.* 25 *Tab.* 6.

[e] *Fig.* 26 *Tab.* 6.

æqualis A C ; ducantur A P , C I centrum grauitatis ſolidi A C I K N P reſpondet per lineam directionis puncto E, ita vt E G ſit $\frac{1}{3}$ G B per Coroll. 1. Th. 3. ſi autem aſſumatur F G $\frac{1}{4}$ totius B G , ſitque linea Q F X, & ex puncto F ſuſtineatur vtraque pyramis A O P N , & C I H K , erit perfectum æquilibrium per Th. 4. igitur ſit F E ad E D , vt ſolidum A C H K N O ad vtramque pyramidem A O P N, C I H K, certè punctum D erit centrum grauitatis ſolidi A C H K N O, per p. 7. aſſumatur G L æqualis G D; ducatur B L, hæc eſt axis vt patet, modò G M ſit æqualis G B; ſi enim inæqualis eſt, ſit G L ad G M , vt G D ad G B : præterea ducatur D R parallela G M ; denique ducatur perpendicularis F R in B L; dico F eſſe centrum percuſſionis, vt patet ex dictis ſuprà, præſertim in Th. 17. & alibi paſſim , ne toties eadem repetere cogar ad nauſeam; quamquam enim hæc ſatis noua ſunt, illa tamen indicanda potiùs, quàm fusè tractanda eſſe putaui.

Theorema 25.

Poteſt determinari centrum percuſſionis pyramidis , cum voluitur circa verticem ; ſit [a] cum ſolidum , de quo ſuprà A B C G M, ſitque aliud ſolidum A B C H K M N O G , cuius axis ſit B L & centrum grauitatis R, hoc ipſum eſt centrum percuſſionis ſolidi A B C G M, ducta ſcilicet R F, per Th. 24. iam verò ſi ex ſolido A C I K N P , detrahatur prædictum ſolidum A B C G M, ſupereſt vtrimque integra pyramis , ſcilicet C M K I G, & A M N P G, cuius axis communis erit eadem B L, vt patet; itaque aſſumatur L Y $\frac{1}{4}$ L B, Y reſpondebit centrum percuſſionis ſolidi A C I K N P per Corol. 4. Th. 19. igitur ſit vt vtraque pyramis A N P G, & A K I G, ad reliquum ſolidum A B C G M, ita R Y, ad Y Z ; dico Z eſſe centrum percuſſionnis vtriuſque pyramidis , ductâ ſcilicet perpendiculari Z ♌, vt conſtat ex dictis ; quare in axe pyramidis aſſumatur æqualis B Z, & habebitur intentum.

[a] *Fig.* 26 *Tab.* 6.

Scholium.

Obſeruabis primò, ſolidum integrum A K N P I eſſe ſubduplum priſmatis eiuſdem altitudinis & baſis N I ; pyramidem verò C M I eſſe $\frac{1}{6}$ eiuſdem priſmatis, ergo vtramque æqualem $\frac{1}{3}$ igitur ſolidum A B C G M $\frac{1}{6}$. igitur æquale alteri pyramidum, igitur R Y duplam eſſe Y Z.

Secundò , obſeruabis punctum Z dici poſſe centrum percuſſionis interius , à quo deinde ſi ducatur recta Z ♌ perpendicularis in B L, terminabitur in ♌, quod dici poteſt centrum percuſſionis exterius.

Tertiò , obſeruabis , centrum percuſſionis extetius aliquando eſſe in ipſa facie , ſeu linea B G , cum ſcilicet angulus M P G eſt valdè acutus, aliquando eſſe extra ſuperficiem corporis , v. g. in ♌ , cum ſcilicet angulus M B G eſt obtuſior, quod iam ſuprà obſeruatum eſt, cum de triangulo Cor. 2. Th. 17.

Theorema

Theorema 26.

Potest determinari centrum percussionis parallelipedi; sit[a] enim parallelipedum M F quod voluatur circa M K; sit rectangulum L E secans bifariam æqualiter parallelipedum; centrum percussionis erit in plano rectanguli L E; ducatur L E, diagonalis; inueniatur centrum percussionis rectanguli L E, per Th. 23. sitque N, v.g. ducatur N O, dico O esse centrum percussionis quæsitum, scilicet exterius, vt patet ex dictis; potest etiam determinari, si voluatur circa A C, vel circa P R, nam perinde se habet prædictum parallelipedum, atque ipsum rectangulum; hoc verò atque ipsum triangulum, in quo nulla prorsus est difficultas. [a] *Fig. 27 Tab. 6.*

Potest etiam determinari centrum percussionis cunei, id est semiparallelipedi, siue circa M K, sine circa I G voluatur; quæ omnia patent ex dictis.

Theorema 27.

Determinari[b] *potest centrum percussionis solidi A B D E, si voluatur circa axem I D H*; nam motus puncti C est ad motum puncti E, vt D C ad D E, vel vt B N æqualis D C ad L K æqualem E D; mouentur enim A C B æquali motu; itaque perinde se habet prædictum solidum in ordine ad percussionem, atque si esset solidum B M K L D; id est duplex pyramis, scilicet D N M K L, & D M N B A, quarum centra grauitatis sint P Q, & commune vtriusque sit R iuxtam modum suprà positum; ducatur S R perpendicularis in R D: dico S esse centrum percussionis exterius quæsitum, quod eodem modo probatur, quo suprà. [b] *Fig. 25 Tab. 6.*

Corollarium.

Primò colligo inde, vbi sit centrum percussionis cylindri, siue voluatur circa Tangentem basis, siue circa diametrum eiusdem; nam idem de cylindro dicendum est, quod de parallelipedo dictum est Th. 26.

Secundò colligo, centrum percussionis coni; quippe vt se habet pyramis ad prisma, ita se habet conus ad cylindrum.

Tertiò, colligo centrum percussionis Pyramidis quando voluitur circa latus basis per Th. 27.

Quartò, colligo centrum percussionis cylindri; cum voluitur circa Tangentem parallelum axi per Th. 22.

Quintò, colligo centrum grauitatis prismatis, siue voluatur circa latus basis; tunc enim idem prorsus dicendum est, quod de parallelipedo; siue circa lineam parallelam axi; tunc enim centrum percussionis cognoscitur ex centro percussionis basis cognito, si voluatur in circulo suo plano parallelo per Cor. Th. 22.

Sextò denique, colligo centrum percussionis cuiuslibet alterius solidi, planis rectilineis contenti, quod scilicet in pyramides diuidi potest.

Scholium.

Obseruabis non deesse fortè aliquos, quibus centrum grauitatis Pyramidos difficile inuentu videatur; quare in eorum gratiam facilem demonstrationem subijcio; a sit enim pyramis E F B A, cuius basis sit triangularis E F B; ducatur E C diuidens bifariam F B, sitque D C $\frac{1}{3}$ totius E C, centrum grauitatis basis E F B est D, per Sch. Th. 2. ducatur A D, id est axis pyramidos, per communem definitionem; quippe axis est recta ducta à vertice ad centrum grauitatis basis oppositæ; ducatur A C, diuidens B F bifariam æqualiter; assumatur G C, $\frac{1}{3}$ A C, ducatur E G, hæc est axis, vt patet ex dictis; assumatur autem triangulum A E C, sitque H O K maioris claritatis gratia, sintque gemini axes H L, O I, centrum pyramis est in O I & in H L; igitur in M; sed M L est $\frac{1}{4}$ totius L H, quod sic demonstro; triangula P I M, O L M sunt æquiangula; igitur proportionalia; itemque duo H I N, & H K O; igitur vt H K ad K O, ita H I ad I N; sed H I continet $\frac{2}{3}$ H K, per hypothesim; igitur I N continet $\frac{2}{3}$ K O; igitur I N est æqualis L O; igitur vt I P est ad L O, ita P M ad M L; sed P I est ad L O vt 2. $\frac{2}{3}$ ad 8. id est vt 3. ad 9. nam sit O K 12. I N æqualis L O est 8. igitur P M est ad M L, vt 3. ad 9. vel vt 1. ad 3. igitur sit H L 12. P L erit 4. igitur P M 1. M L 3. igitur M L est $\frac{1}{4}$ L H, quod erat demonstrandum.

a *Fig. 28 Tab. 6.*

Si verò pyramidos basis sit quadrilatera, vel polygona, diuidi potest in plures, quarum basis sit trilatera; quare in omni pyramide facilè demonstratur centrum grauitatis ita dirimere axem, vt segmentum versus basim sit $\frac{1}{4}$ totius.

Theorema 28.

Determinari potest centrum percussionis coni mixti, cuius basis sit portio superficiei sphæræ, cuius centrum sit in apice coni; quia vt se habet triangulum Isosceles ad conum, ita se habet sector sub eodem angulo ad prædictum conum mixtum, vt patet; quia vt conus ille rectus formatur à triangulo circa suum axem circumacto, ita & mixtus formatur à sectore circa suum axem circumuoluto; igitur vt se habet distantia inter centrum vel apicem trianguli, circa quem voluitur, & centrum percussionis eiusdem ad distantiam inter eosdem terminos in cono recto, ita se habet distantia inter eosdem terminos in sectore, ad distantiam inter eosdem terminos in prædicto cono mixto; sed cognoscuntur ex dictis suprà tres primi termini huius proportionis; igitur cognosci potest quartus, igitur determinari centrum percussionis, quod erat demonstrandum.

Corollarium.

Colligo primò, ex his facilè cognosci posse centrum percussionis sectoris sphæræ, nam vt se habet conus rectus ad pyramidem, ita se habet prædictus conus mixtus ad sectorem, sub eodem scilicet angulo.

Colligo secundò, etiam posse cognosci centrum percussionis eiusdem sectoris circumacti, non tantùm circa centrum sphæræ, sed circa radium; immò

immò gemini sectoris coniuncti, seu quartæ partis sphæræ, ex quo etiam sequitur determinatio centri grauitatis Hemisphærij, atque adeo totius sphæræ; quæ omnia pendent ex dictis suprà.

Scholium.

Obseruabis supereſſe innumeras ferè corporum rationes, v.g. sphæram ex dato puncto superficiei libratam, tùm elliptica solida, parabolica, hyperbolica, &c. quorum centra percussionis determinari possunt; sed abstineo, tùm quia cum multam matheſim desiderent, vix habent aliquem in physica locum, tùm quia plura excerpere non potui, ex innumeris penè, quæ apud se noster Philosophus habet.

Theorema 29.

Determinari potest centrum impressionis, tùm in linea, tùm in plano, tùm in solido quæ circumaguntur; quia potest diuidi bifariam, tùm planum illud si sit linea, tùm solidum, si planum vel solidum, vt patet per def. 2.

Theorema 30.

Si linea rigida libretur circa alteram extremitatem immobilem assumaturque funependulum, cuius longitudo contineat $\frac{2}{3}$ prædictæ lineæ, vibrationes vtriusque erunt æquediuturnæ; quod demonstratur; quia centrum percussionis prædictæ lineæ distat $\frac{2}{3}$ ab altera extremitate immobili per Th. 8. atqui centrum percussionis in hoc motu circulari dirigit motum aliorum punctorum; quia defungitur munere centri grauitatis, vt patet ex dictis; nec enim alterum segmentorum præualet; sed totus motus impeditur, per pos. 2. igitur perinde se habet atque si totum pondus, vel totam vim collectam haberet; sed in hoc casu esset ad instar funependuli, in quo non habetur vlla ratio fili, sed ponderis appensi; igitur eius vibratio est æquediuturna cum vibratione prædicti funependuli quod erat demonstrandum.

Scholium.

Obseruabis, ex hoc vno certissimo principio egregium experimentum mirificè comprobari; nempè sæpiùs compertum est innumeris ferè experimentis, tùm ab erudito Mersenno, tùm à nostro Philosopho longitudinem funependuli isochroni cum cylindro continere $\frac{2}{3}$ cylindri.

Theorema 31.

Si voluatur planum rectangulum circa alterum laterum, funependulum isochronum continet duas tertias; probatur eodem modo; nam perinde se habet illud planum, atque si multæ lineæ parallelæ simul volurentur.

Theorema 32.

Si voluatur planum triangulare circa angulum, eo modo quo diximus in Th. 11. *funependulum isochronum continet $\frac{3}{4}$ axis prædicti trianguli*; quia in $\frac{3}{4}$ est centrum percussionis per Th. 11.

Theorema 33.

Si voluatur prædictum planum circa baſim eo modo, quo dictum eſt Th.12. funependulum iſochronam continet $\frac{1}{2}$ *eiuſdem axis*; quod eodem modo demonſtratur per Th.12.

Corollarium.

Colligo primò, cuilibet ſectori funependulum iſochronum poſſe aſſignari, quia cuiuſlibet ſectoris, qui voluitur circa angulum, eo modo quo diximus Th.13. centrum percuſſionis determinatum eſt.

Colligo ſecundò, ſi rotetur planum circulare, eo modo quo diximus Th.21. funependuli iſochroni longitudinem continere $\frac{2}{3}$ diametri eiuſdem circuli, quia ibi eſt centrum percuſſionis eiuſdem circuli, per Th. 21.

Colligo tertiò, ſi rotetur planum circulare circa diametrum, etiam poſſe determinari ex centro percuſſionis inuento, longitudinem funependuli iſochroni, vt patet ex dictis.

Theorema 34.

Quando voluitur planum triangulare parallelum plano in quo voluitur, determinari poteſt longitudo funependuli iſochroni; ſit [a] enim A F G, cuius centrum extrinſecum percuſſionis ſit C, longitudo funependuli iſochroni erit A C, quod eodem modo demonſtratur.

[a] *Fig.*13 *Tab.*6.

Corollarium.

Colligo primò, etiam determinari poſſe, quando ictu voluitur vt latus in quo fit percuſſio ſuſtineat angulum rectum, [b] v.g. triangulum A G B circumactum circa A, habet centrum percuſſionis in M; igitur A M eſt longitudo funependuli iſochroni.

[b] *Fig.*16 *Tab.*6.

Secundò, ſi voluatur circa angulum rectum; [c] v.g. triangulum A B H circa B, centrum percuſſionis eſt in E; igitur B E eſt longitudo funependuli iſochroni.

[c] *Fig.*17 *Tab.*6.

Tertiò, aliquando longitudo prædicta eſt minor latere, in quo fit percuſſio, vt patet in exemplis adductis; aliquando eſt æqualis, vt [d] in triangulo A B D volutum circa A, nam centrum percuſſionis eſt D; igitur longitudo funependuli iſochroni eſt A D; aliquando eſt maior [f], vt videre eſt in triangulo A L G, quod voluitur circa A; nam longitudo funependuli iſochroni eſt A I, quæ eſt maior A L.

[d] *Fig* 15 *Tab.*6.

[f] *Fig.*14 *Tab.*6.

Quartò, ſi coniungantur duo triangula [g] v. g. E A S. A D S. voluanturque ſimul circa A, eo modo quo diximus ſcilicet parallela plano, in quo voluuntur, longitudo iſochroni funependuli erit A F, poſito quòd A F ſit centrum percuſſionis, vt dictum eſt ſuprà Corol. 5. Th.19.

[g] *Fig.*19 *Tab.*6.

Quintò, hinc vides rationem egregij experimenti, quod ſæpè Doctus Merſennus propoſuit, ſcilicet longitudinem funependuli iſochroni eſſe ferè quadruplam perpendicularis ductæ in baſim trianguli Iſoſcelis, librati circa angulum verticis 150. grad. quod certè ad veritatem tam propè accedit ex geometrica calculatione, vt nullum prorſus diſcrimen eſſe

esse videatur, methodus huius calculationis facilis est, & à mediocri Logista haberi potest.

Sextò, hinc etiam habetur longitudo funependuli isochroni, si voluatur planum circulare parallelum plano, in quo voluitur, continet enim $\frac{2}{3}$ diametri circuli, qui voluitur; vt patet ex Th. 22. idem dico de quolibet sectore, qui eodem modo voluatur.

Theorema 35.

Si voluatur pyramis circa verticem, determinari potest longitudo funependuli isochroni, idem dico de parallelipedo, prismate, cono, cylindro, &c. per Th. 25. 26. & Corollaria; quia inuento centro percussionis extrinseco, habetur prædicta longitudo; idem dico de cono mixto, sectore solido, &c. per Th. 28. & Coroll.

Corollarium.

Hinc colligo primò ex dato centro percussionis extrinseco, dari statim longitudinem funependuli isochroni, & viciſſim.

Secundò, data quacunque longitudine funependuli isochroni, v. g. tripla perpendicularis, cadentis in basim trianguli isoscelis, dari posse triangulum, cuius libratio sit æquediuturna, sed hæc breuiter indicasse sufficiat.

APPENDIX SECVNDA.

DE PRINCIPIO PHYSICOSTATICO, ad mouenda ingentia pondera.

DVo sunt in Statica, quæ demonstrationem desiderare possunt; Primum est, quod spectat ad proportiones potentiarum, ponderum, resistentiæ, motuum, temporum, distantiarum, &c. Secundum pertinet ad causas Physicas huiusmodi effectuum, qui cùm sint naturales, & sensibiles, sua causa carere non possunt. Primum sanè quod ad Mathesim attinet egregiè præstiterunt hactenus doctissimi viri Vbaldus, Steuinus, Galileus, &c. ita vt nihil amplius desiderari possit; Secundum tamen quod iuris physici est, vix, ac ne vix quidem delibatum inuenio; quare ad huius libri calcem principium Physicostaticum breuiter explicandum suscipio, per quod duntaxat illi omnes mirifici effectus ad suas causas reducantur, quod nisi fallor huic tractatui deesse videtur.

AXIOMA 1.

AB eadem potentiâ faciliùs producitur in eodem mobili minor motus, quam maior.

Hoc Axioma manifestum redditur ex ijs, quæ passim habentur in lib. 1. de impetu; quippe motus ex duplici tantùm capite minor esse potest; primò, ex eo quòd singulis partibus mobilis pauciores partes impetus insint; secundò ex eo quòd imperfectior impetus mobili imprimatur; atqui ex vtroque capite faciliùs producitur minor motus; quia faciliùs imprimitur minor, vel imperfectior impetus, nempe minore nisu agit potentia.

Axioma 2.

Quò maiore tempore datum spatium percurritur, eò minor est motus, id est tardior, vt patet ex dictis l. 1.

Axioma

Axioma 3.

Quò minus spatium decurritur dato tempore minor, & tardior est motus; hoc etiam constat ex eadem dem.

Axioma 4.

Maiore tempore potentia applicata si semper agit, plus agit. Quid clarius?

Axioma 5.

Pondus alteri æquale illud mouere tantùm non potest motu æquali; cur enim pondus A mouebit B potiùs quàm B, A: quod certum est.

Axioma 6.

Pondus alteri æquale mouere potest illud motu minore; quia cùm æquali mouere tantùm non possit, & cùm possit faciliùs minore, quàm maiore; certè minore mouere potest.

Axioma 7.

Pondus minus potest mouere maius motu minore, si maior sit proportio motuum, quàm ponderum, v. g. pondus duarum librarum quod mouetur motu vt 3. potest mouere pondus 4. librarum motu vt 1. vt patet ex dictis.

Axioma 8.

Eò faciliùs mouetur pondus per inclinatam, quàm per ipsum perpendiculum, quò inclinata maior est perpendiculo; vt patet ex ijs, quæ dicta sunt l. 5. de planis inclinatis.

Axioma 9.

Pondus maius mouet tantùm minus motu maiore, cum est maior proportio ponderum quàm motuum, vt patet.

Problema vniuersalissimum.

Mouere quodcumque pondus à qualibet applicata potentia moueatur motu minore, ita vt sit maior proportio motuum, quàm ponderum, per Ax. 7.

Coroll. vniuersalissimum.

Hinc colligo, in eo tantùm positam esse industriam, qua possint pondera moueri, vt minore, & minore motu moueantur; igitur, qua proportione imminues motum, eâdem maius pondus mouebis.

Theorema 1.

Æqualia pondera æquali vtrimque brachio libræ appensa sunt in æquilibrio, per Ax. 5.

Theorema 2.

Inæqualia pondera inæquali brachio librata faciunt æquilibrium si sit eadem proportio brachiorum quæ ponderum permutando; quia est eadem proportio motuum, quæ brachiorum, vt patet; igitur sunt in æquilibrio nec enim minus pondus attolli potest à maiori per Ax. 9. nec maius à minore per Ax. 7. igitur sunt in æquilibrio.

Corollarium.

Hinc collige omnes rationes, quæ spectant ad libram; hinc vulgare illud dictum mechanicum: Si pondera sint vt distantiæ, sunt in æquilibrio.

Hinc coniugari possunt infinitis modis pondera, & distantiæ, quorum omnium rationes compositæ obseruari debent.

Hinc etiam obliqua libra, & inclinata, si supponantur brachia adinstar lineæ indiuisibilis facit æquilibrium.

Theorema 3.

Ideo facilè ingens pondus attollitur vecte, quia mouetur motu minore iuxta eamdem rationem, de quo suprà; cùm enim supponatur in vecte punctum immobile, quod certo nititur fulcro; necesse est vtrimque moueri segmenta vectis motu circulari, eoque inæquali; quia sunt inæqualia; igitur altero minore; & hæc est prima ratio imminuendi motus.

Corollarium.

Hinc datum quodcunque pondus attollitur vecte; hinc quò segmentum, quod à fulcro porrigitur versus pondus quod attollitur est breuius, eò maius pondus attolli potest.

Hinc vectis per Tangentem semper attolli debet, vt maiorem præstet effectum, vt constat ex ijs, quæ diximus l. 4.

Theorema 4.

Ideo facilè attollitur ingens pondus trochlea, quia mouetur motu minore, vt manifestum est; est autem minor motus in ea proportione, in qua longitudo funis adducti superat altitudinem spatij decursi à pondere, quod attollitur; mirabile sanè inuentum, si quod aliud.

Corollarium.

Hinc, si funis adducatur deorsum, vnica rotula non iuuat potentiam; quia longitudo funis adducti est æqualis altitudini spatij decursi à pondere; si verò adducatur sursum vnica rotula duplicat potentiam; quia longitudo prædicta funis adducti est dupla prædictæ altitudinis; igitur motus ponderis ascendentis est subduplus; igitur duplum pondus eadem potentia attollet, vel idem pondus subdupla per Ax. 1. si verò sint duæ rotulæ adducaturque deorsum, duplum etiam pondus attollet eadem potentia; quia longitudo funis adducti est dupla altitudinis; ex his reliqua de trochlea facilè intelligentur,

Scholium.

Equidem demonstrari potest aliter à debili potentia sustineri posse ingens pondus operâ trochleæ; quia scilicet pluribus distribuitur sustinendi munus, vt clarum est; quod verò spectat ad motum, vnum tantùm est illius principium, scilicet potentia, quæ trahit; licèt enim clauus, cui affigitur altera extremitas funis possit sustinere, non tamen mouere.

Hinc demum ratio, cur si multiplicentur funes, & orbiculi ingens

etiam

etiam pondus perexiguis fusciculis sustineri possit; quia pluribus distribuitur: hinc, si plura essent araneæ fila, maximum saxum sustinere possent.

Theorema 5.

Ideo mouetur ingens pondus operâ axis, vel suculæ; quia scilicet imminuitur motus, vt clarum est.

Corollarium.

Hinc, quò minor est diameter axis, maius pondus attollitur seu mouetur; quia cùm circulorum peripheriæ sint vt semidiametri, quò minor est diameter axis cui aduoluitur funis ductarius, est minor motus; igitur maius pondus attollitur; igitur si longitudo vectis sit dupla semidiametri suculæ, duplum pondus attollitur; si tripla, triplum, &c.

Huc reuoca terebras, & manubria, &c.

Theorema 6.

Ideo cochlea mouet ingens pondus; quia imminuit motum, vt videre est in torcularibus, in quibus Helicis opera ingens prisma attollitur.

Corollarium.

Hinc quò sunt plures Helices, & decliuiores motus rectus est minor; hinc faciliùs attollitur pondus; si enim longitudo spiræ est decupla axis, potentia decuplum pondus attollet.

Theorema 7.

Ideò tantæ sunt cunei vires, quia motum imminuit.

Corollarium.

Hinc quò angulus cunei est acutior, maius pondus attollitur eius operâ; hinc proportiones omnes demonstrari possunt, hinc cuneus ad angulum 45. & suprà non iuuat potentiam, secus infrà, ad cuneum reuoca clauos & gladios.

Theorema 8.

Ideo rotis denticulatis mouetur ingens pondus; quia imminuitur motus, vt clarum est.

Scholium.

Obseruabis huius organi operâ imminui posse motum in infinitum, atque ad eo maius semper pondus, & maius in infinitum attolli posse.

Corollarium.

Ex his facilè colliges ad mouenda pondera in eo tantùm positam esse industriam, vt motus imminuatur, & vnicum illud esse principium physicomechanicum.

Theorema 9.

Vt pondus attollatur adhiberi potest alia industria scilicet plani inclinati, in quo faciliùs pondus attollitur, quàm in verticali, de quo iam suprà in lib. 5.

Scholium.

Obseruabis autem, organum mechanicum adhiberi posse ad mouen-

dum pondus per omne planum, in plano horizontali facillimè ingens pondus moueri potest; præsertim si plani scabrities non impediat motum.

Hinc modico organo ingentem nauim facilè mouebat Archimedes, quam sine organo tota ciuitas non mouere poterat.

Quæres, quot sint potentiæ mechanicæ? Resp. quinque hactenus numeratas esse, quæ sunt, vectis, trochlea, axis, cuneus, cochlea; addi possunt rotæ denticulatæ.

APPENDIX TERTIA.

DE PRINCIPIO PHYSICO-mechanico impressionis.

NON ago hîc de impressione, quæ fit operâ pulueris tormentarij, vel nerui tensi, vel aëris compressi; nec enim est huius loci, sed de illâ, quæ fit operâ alterius potentiæ motricis.

In iactu duo tantùm considerari debent: Primum est potentia, secundum linea directionis, quod spectat ad primum, commune est iactui & percussioni; de secundo iam suprà dictum est lib. 4. vbi diximus maximum iactum fieri ad angulum semirectum.

Principium vniuersalissimum.

Quò diutius potentia manet applicata maior est impressio; veritas huius axiomatis certissima est, & constat ex Ax. 13. l. 1. n. 4. ad hoc autem reuocari possunt omnia organa, quæ potentia motrix adhibet ad motum imprimendum.

Corollaria.

1. Hinc diu rotatum brachium maiorem ictum infligit; hinc rotatum pendulum fune plumbum fortissimè ferit; hinc fundæ iactus potentior; hinc longior funda longiorem iactum præstat, &c.

2. Hinc pertica longior, quæ diu vibratur propter maiorem arcum validum ictum incutit; adde fustem, flagellum, lõgum mallei manubrium.

3. Hinc corpus diu cadens deorsum grauius ferit; hinc aries ille, cuius casus pali figuntur.

4. Hinc maius saxum, vel grauior sudes maiorem ictum infligit.

5. Hinc trochus ductario funiculo vibratus celerrimè agitur; hinc etiam plani orbes explicata, & exporrecta zona procul abiguntur; quia scilicet potentia diu manet applicata.

6. Hinc antiquus aries diu vibratus, ita verberabat muros, vt statim disijceret propter eandem rationem.

7. Hinc demum antiquæ illæ machinæ, quarum opera ingentia saxa iaciebantur; hæc & innumera propemodum alia ex eodem principio consequuntur.

APPEN

APPENDIX QVARTA.

DE PRINCIPIO PHYSICO Rationis duplicatæ Physicæ.

VIx credi potest quam multis effectibus naturalibus hæc duplicata ratio affigatur, aliquos cursim indicabo vt verum germanumque illius principium statuatur.

1. In motu recto naturaliter accelerato, decursa spatia sunt in ratione duplicata temporum, id est vt temporum quadrata; dixi in motu recto, tùm eo, qui fit deorsum in perpendiculo, tùm eo, qui fit in plano inclinato.

2. Si iaciantur lapides inæqualis ponderis à potentia toto nisu agente & eodem arcu, lapides sunt in ratione duplicata inflictorum ictuum.

3. Si impingantur sudes inæquales eodem brachiorum arcu, pondera sunt in ratione duplicata ictuum.

4. Si malleus impingatur diuerso arcu ab eadem potentia, arcus sunt in ratione duplicata ictuum.

5. Si ex tubis erectis eiusdem cauitatis æqualique foramine fluat aqua, longitudines tuborum sunt in ratione dnplicata quantitatum aquæ, quæ ex tubis æquali tempore fluunt.

6. Similiter si ex siphonibus fluat aqua æquali foramine, longitudines siphonum sunt in ratione duplicata quantitatum aquæ, &c. vt suprà.

7. Si chordæ tensæ eiusdem longitudinis appendantur inæqualia pondera, hæc sunt in ratione duplicata sonorum in ratione acuti & grauis.

8. Si chordæ tensæ sint eiusdem longitudinis & diuersæ crassitiei, bases sunt in ratione duplicata sonorum permutando.

9. Lumen ita propagatur vt lumina propagata sub eodem angulo, & cono sint in ratione duplicata distantiarum permutando.

10. Idem dico prorsus de propagatione sonorum, immò ausim dicere toti rei sonorum familiarissimam esse hanc rationem duplicatam.

11. In funependulis res est clarissima; nam longitudines sunt in ratione duplicata temporum quibus vibrationes perficiuntur.

12. Non est omittendum quod in humana voce obseruatur pro ratione grauis & acuti, scilicet nisus esse in ratione duplicata sonorū. Omitto infinita ferè alia quæ huic rationi duplicatæ subsunt, sed iam principia physica his effectibus quibus inest hæc ratio duplicata, tribuamus.

Primum caput & vndecimum hoc principio nituntur, eadem causa æquali tempore æqualem effectum producit vnde illud; corpus graue æqualibus temporibus æqualia acquirit velocitatis momenta, de quo lib. 2. Ex hoc principio demonstrauimus in partibus temporis sensibilibus spatia esse temporum quadrata.

Secundum & tertium hoc principio nituntur, motus impressi diuersis corporibus ab eadem potentia æquali tempore sunt vt corpora permutando v.g. motus impressus corpori vnius libræ est ad motum impressum corpori quatuor librarum vt 4. ad 1. æquali scilicet tempore quod clarum est, igitur graue 4. librarum decurrit tantùm quartam partem arcus, igitur secundo tempore æquali decurrit tres alias partes, vide quę diximus l. 10.

Quartum nititur hoc principio spatia sunt quadrata temporum, velocitates sunt vt tempora, ictus vt velocitates.

Quintum, sextum, septimum habent hoc commune principium: eadem est proportio effectuum quæ causarum; quippe causa quæ aquam excudit est pondus superimpositum, igitur cum imprimat motum pluribus partibus, velociorem imprimit singulis, igitur ex duplici capite crescit effectus, scilicet ex maiore quãtitate aquæ & ex velociore motu; sit enim v.g. maior tubus quadruplus alterius causa est quadrupla, igitur duplam quantitatem aquæ extrudet æquali tempore, quia duplo velociore motu, nam extrudere æqualem quantitatem duplo velociore motu est effectus duplus; igitur duplam quantitatem extrudere duplo velociore motu est effectus quadruplus, igitur est eadem proportio causę quæ effectus. De siphone idem dictum esto, præstat enim eumdem effectum trahendo, quem tubus aquæ pellendo, denique vnica vibratio chordæ tensæ duplo velocior est effectus duplus, igitur duæ duplo velociores effectus quadruplus.

Octauum habet idem principium, nam chordæ eiusdem longitudinis sunt vt bases, sit vna quadrupla alterius v. g. appendatur vtrique æquale pondus, tensio maioris est subquadrupla; igitur si huic appendatur pondus quadruplum sonum edet duplo acutiorem; igitur bases sunt vt quadrata sonorum.

Nonum, & decimum nituntur hoc principio, lumen minus est in ea proportione in qua plus distrahitur; igitur lumina sunt vt bases permutando, sed bases sunt in ratione duplicata distantiarum, idem dico de sono.

Duodecimum denique idem principium habet cum septimo: vis enim illa seu nisus quo adducitur arteria æquiualet ponderi; sed de his satis.

Schol. quod pertinet ad reflexionem.

Obseruasti in Th. 8. l. 6. quosdam noluisse impetum in reflexione produci propter compressionem, vel corporis reflexi, vel reflectentis, vel vtriusque, quod certè fieri non potest, alioquin fit globus reflexus; certè comprimitur necessariò à puncto contactus versus centrum quod certum est; igitur redit necessariò per lineam ductam à puncto contactus per idem centrum quod falsum est vt patet; igitur est alia causa huius motus scilicet præuius impetus.

Quidam etiam volunt hunc impetum produci ab ipso corpore reflectente quod tamen absurdum est, alioquin per eamdem lineam ductam à puncto contactus per centrum globi fieret reflexio, sic enim globus tantùm impelli potest, vt demonstratum est lib. 1. sed de his satis.

Schol.

Schol. pag. 217. num. 8.

Obseruabis primò, fœdatam esse pulcherrimam demonstrationem quæ habetur loco citato innumeris propemodum mendis, qua scilicet probatur omnium inclinatarum, quæ ab eodem horizontalis puncto ad idem perpendiculum ducuntur, eam quæ est ad angulum 45. grad. breuissimo tempore decurri; sit enim Fig. 49. Tab. 2. in qua sit E C diuisa bifariam in A, ex quo ducatur circulus radio A C, sit A B perpendicularis in A C; ducantur B C. B R. B M. dico B C breuiore tempore quàm B R, BM, percurri, quod breuiter demonstro: ducatur A H perpendicularis in B C, sitque vt B H ad B I, ita B I ad B C; certè B H & A C æquali tempore percurruntur; sit autem tempus quo percurritur B H, vel A C vt B H; haud dubiè tempus quo percurretur B C erit vt B I, est autem B I æqualis A C,, quæ est media proportionalis inter B C & B H, vt constat; sit autem B R dupla A R, & angulus A B R 30. grad. ducatur B Y perpendicularis in B R, certè R Y est dupla B R, sunt enim triangula R B A, R B Y proportionalia; igitur B R & Y R perpendicularis eodem tempore percurruntur; sed Y R est maior E C, nam E C est dupla A B, & R Y dupla R B, quæ est maior A B, ergo Y R maiore tempore percurritur quam C E, igitur B R quam B C, similiter ducatur B M ad angulum ABM 60. grad. sit Q B perpendicularis in B M; igitur Q M est dupla Q B, igitur maior E C; igitur maiore tempore percurritur; sed B M & Q M æquali tempore decurruntur; igitur B M maiore tempore, quam B C quod erat demonstrandum.

Obseruabis secundò B M & B R æquali tempore decurri, vnde quod sanè mirificum est, si pariter vtrimque crescat, & decrescat angulus in puncto B, supra & infra B C, æquali tempore percurrentur duo plana inclinata; v.g. angulus RBA detrahit angulo AB C angulum CBR 15. grad. & angulus A B M addit angulum C B M 15. grad. motus per B R & B M fient æqualibus temporibus, vt constat ex dictis.

Obseruabis tertiò rationem à priori inde esse ducendam; quòd cum perpendiculum seu diagonalis quæ sustinet angulum rectum sit regula temporis quo decurritur omnis inclinata, diagonalis quadrati sit omnium aliarum minima in rectangulis quorum minus latus sit maius semidiagonali quadrati, in eodem scilicet perpendiculo; v.g. sit diagonalis E C, sint latera quadrati E B C, ducatur infra B A quælibet recta, v.g. B R, & in B R ducatur perpendicularis B Y, certè Y R est maior E C, quia vt est R A ad A B, ita A B ad A Y, igitur A B est media proportionalis communis; sed collectum ex extremis inæqualibus, est semper maius collecto ex æqualibus, posita scilicet eadem media proportionali; si enim sunt æqualia, media proportionalis est semidiameter circuli cuius diameter est æqualis collecto; si verò sunt inæqualia, media proportionalis est sunicorda circuli, cuius diameter est æqualis collecto; igitur collectum istud est maius priore, sed hæc sunt satis clara.

Quod spectat ad demonstrationem num. 9. ibidem positam, & peni-

tus

tus mendis fædatam, duces ſpongiam vſque ad lineam 22. pag. 214. vbi legis hæc verba, adde quod præſertim, cùm illam alibi, ſcilicet lib. 8. demonſtremus.

Cæterum vnum obſeruabis in Fig. 1. Tab. 4. ſi diuidatur B E bifariam æqualiter in T ducaturque F T G, fore vt mobile citiùs decurrat B T F, facto initio motus in B, quam chordam B F: cum enim F G ſit dupla FT, ſit media proportionalis inter GT, G F; haud dubiè quadratum illius erit duplum quadr. TF, & ſubduplum quadr. BF, igitur ſit E G 4. ET 2FT erit Rad. q. 20. igitur F G rad. q. 80. igitur media proportionalis (quæ ſit, v.g. G μ) rad. q. 40. igitur ſi ſubtrahatur G T, id eſt rad. q. 20. id eſt 4. $\frac{1}{2}$ paulò minùs, ſed plùs quàm 4. $\frac{1}{3}$ ex G μ; id eſt ex rad. q. 40. id eſt 6. $\frac{1}{3}$ paulò minùs ſupereſt $\tau\mu$, quæ minor eſt 2. ſed ſi tempore B T, percurritur B T, æquali tempore percurretur tripla B T; igitur tempus quo percurritur dupla B E, eſt vt B E; ſed tempus quo percurritur B T F eſt vt B T μ; atqui T μ eſt minor T E; id eſt 2. igitur breuiore tempore percurritur B T F, quam dupla D E; ſed quo tempore percurritur dupla B E, etiam percurritur B F; igitur B T F breuiore tempore percurritur quam B F; vt autem ſcias quantum percurritur in perpendiculari, quo tempore percurritur B T F, ſit F E 100000. erit F T 111800. igitur G μ 151657. igitur ſi vt B T 50000. ad B T μ, id eſt ad 89857. ita B T μ ad aliam, hæc erit 161485. hoc ſpatium decurretur in perpendiculari, vides quam ſit minor dupla B E, id eſt 200000. Si autem accipis Fig. 1. Tab. 3. B Z E ſit G P 100000. G Z 42265. ſit etiam vt E Z ad E Y, ita E Y ad C B; G Z erit 87757. igitur acquiretur in perpendiculari 182253. eo tempore quo percurretur G Z B, facto initio motus à G, ſed hæc eſt minor dupla G P, id eſt 200000. accedit tamen propiùs quam ſuperior, igitur longiore tempore decurit duas G Z B huius figuræ quam duas B T F ſuperioris fig.

Denique in Fig. 32. Tab. 3. ſit BY ita vt angulus B Y A ſit grad. 15. ſitque v.g. vt YZ, ad YL, ita YL ad Y B; iuxta canonem ſinuum BY erit 386370. Y L 330071. Z L 47739. E Z 73205. E L Z 120944. igitur acquiretur in perpendiculari 199814. quo tempore decurretur E Z B; vides quàm proximè accedat ad duplam E M id eſt ad 200000.

Denique ſi percurrat E M B, ſcilicet E M motu accelerato, tum M B æquabili; certè M B percurret ſubduplo tempore illius, quo percurrit E M, vt conſtat; igitur ſit E M tempus quo percurrit E M v. g. 2. percurret E M B tempore E M S ſcilicet 3. ſed ſi percurrat E M tempore E M, duplam decurrit tempore E B, ſed E B eſt minor E M S, eſt enim rad. quadr. 8. igitur E B decurritur citiùs quàm E M B, ſed de his ſatis.

ERRATA.

Pag. 10. *lin.* 4. magnete. *p.* 13. *l. vlt.* non decreſcit *p.* 17. *Th.* 10. *l.* 2. non exigeret. *p.* 20. *l. vlt.* in ſe ipſo. *p.* 21. *t.* 26. *l.* 2. non poteſt. *p.* 24. *t.* 32. *l.* 5. duabus. *p.* 25. *t.* 33. *l.* 15. tertiò probatur. *Caſtiga ibidem multas interpunctiones p.* 28. *l.* 1. maioris. *p.* 31. *l.* 3. Ax. 12. *l.* 8. primo *l.* 9. ſecundo *l.* 35. cum tu. *p.* 33. *l.* 1. motus. *p.* 35. min 5s. *t.* 51. *&* 52. fig. 2. *t.* 55. *l.* 2. immobilis A. *p.* 36. fig. 2. *p.* 49. *t.* 86. *l.* 3. lib. 2. *p.* 54. *l.* 1. Th. 81. *p.* 25. *l.* 17. in EL. *l.* 38. A B

*l.*38.A B ad G B,id est vt 1.ad *5.p.66.t.*137.*l.*4. A D & A B.*t.*738.*l.*5. tota A C.*t.*740 fig.15.tab.1.*p.*80.*l.* 3. idem esset, *p.*83.*l.*20. non est.*p.*88.*l.*4. secundo erunt,*p.*89. *in Sch.l.*5. 1.spatium,*l.*7. *castiga interpunctionem,p.*90.*t.*41.*l.*3. terminus sit 1.*t.*43. *lege ter* rad.q.*p.*91.*l.*5. *dele hæc verba* quàm spatij quod, &c. vsque ad quàm,*p.* 92.*l.*15. *&* 17. *castiga interpunctiones p.* 101.*l.*10. perticam, *l.*26. proportionis primæ. *l.*39. æquales A C.*l.*42. $\frac{1}{4}$ sed,*p.*102. *l.*17. minimæ, *p.*104.*l.*4.acceditur. *l.*7.discerni.*p.*105. *l.*6,B I,*l.*32 igitur tertio. *l.*38. F M,*p.*106.*l.*1. toties, *l.*8. & 10. A F M,*p.*108.*l.*27.instantia illud 1. $\frac{1}{2}$ *l.*4. si 9. continet 1. $\frac{4}{5}$ si 10. 1. $\frac{9}{11}$ *Coroll.*4.*l.*4. *q.*2.*l.*6.q.4. *p.*109.*l.*1. q.4. *l.*2,q.2. *Cor.*6. *l.*20. *&* 22. vbicationem, *l.*30. physica minora. *l.*32. secundo instanti,*p.* 113.*t.*64.*l.*1.sectam,*t.*65.*l.*4.primum instans.1. *l.*7.tertium. $\frac{5}{11}$ *t.*66.*l.*1.aliqua *l.*7. minore C D.*p.*115. *t.*70.*l.*7.primo est rad.q.2. *l.*8. tria rad.q.3.*Th.*71.*l.*2.nullum esset. *p.*116.*t.*76. *l.*5.vel communis qua grauitat;*l.*6. de quo alias,vel singularis,*p.*117. *in Sch.l.*12. materiæ, *p.*118.*t.*81. *l.*7. extrudi,*p.*123. *t.*103.*l.*6. vel diuersæ grauitatis, & mollitiei,*p.*124. *l.*4. grauioris,*t.*104. *l* 5. secunda eiusdem materiæ,& figuræ tertia.*l.*12. vel eadem vel diuersa *p.*125.*t.*109.*L.B.K.L. t.*110.*l.*1. diuisione, *p.*127.*l.*25. cubo minori;*p.*128.*l.*7.mouent,*l.*10. aëre repellitur. *l.* 14. permeat, *t.*112. *l* 2. actiuitatis vnius.*l.*7. motum reta rdat; cum.*l.*16. modicus ventus.*p.*129. *t.*114.*l.*5.acuto. *l.* 6. mobile,*l.*7.maior est.*l.*8. semiperipheriæ,*l.vlt.* illam cauam,*p.*130.*l.*2.alter grauior *t.*123,*l.*2. intrusus, *p.*133.*l.*7. in hoc agemus, *p.*13.*l.*1. adstantibus, *p.*137. *l.*4. productum.*p* 143.*l.*7. accidit.*l.*12. producto.*p.*145. *habes.* v.g. pro R, Q, *&* radices 4. pro Q. *& alibi passim 9.pro* Q. *t.*47.*l.*9. subduplicata. *p.*151. *l.*11. si loquamur. *l.*14. distinctiones, *l.*21. descenderet. *p.*154.*l.*1. determinatum,*l.*5. inclinatam sursum.*p.*156. *t.*13,*l.*4.I M.seq.fig.pro fig.37. lege 13. *p.*157.*l*,3.partis.*l*28. ita vt, *l.* 37. non dari.*p.* 158.*t.*19.*l.*6. parallela.*p.*161.l.12. æquabilitas. *l.*15. primo æquabibi *p.* 162.*t.*39. *l.*1. vtcumque,*l.*6. E O æquali.*p.*165.*t.*42.*l*,2.violento.*p.*167.fig.47.*Th.*57. *l.*2. decrescit. *p.*173.*c.*1.*l.*4. linea motus accedit,*p.*172. *t.*2.*l.*15. Q R $\frac{2}{10}$ in X.*l.*19.E B.*l.*31.E Y E Z. *p.*137.*l.*8. infra.*l.*10 maximam.*t.*66.*l.*7.B G. l. 12. æqualem R K. *p.* 174. *l.*7. differentiam,*l.* 9. tendere,centrum,*l.*16.erit A E,*l.*18.totus ille,*t.*62 *l.*2. inclinatiorem,*l.*4. detrahi,*p* 175.*l.*35. resistentiam,*p.*176.*t.*70.fig. 54.*l.*9.in E sed.*p.*177.*l.*7.debet. *t.*72. tab.2.*l.*5. æqualis C R.*l.vlt.* demittatur,*p.*178.*t.*77.*l.*3.eadem ratio.*t.*78.*l.*1.excepta. *t.*80.*l.*4.motus mixtus,*p.*179.*l.*2. motus terræ, *l* 24. A K. tab.2.*l.*27.A D.*l.*28. D E.*p.* 180.*l.*7. 20'.*l.*33.imum malum,*p.*181.*l.*11.rapietur.*l.*32.si verò.*p.*182.*l.*2.FA.*p.*183.*l.*3. mixtus E B denique,*l* 6. ad quam.*l.*27. cum impetu, *l.*29.ex verticali.*p.*184.*l.*6.parte. *l.*9. æqualem I K,*l.*15. recidit.*l.*26. mobile, *l.*29. rhedis. *p.*185.*l.*2. motu non assimilem.*p.*186. *l.*8. oppositam,*p.*187.*l.*2. arcu.*p.*188. *l.*10. ad G M, *l.*28. puncto Z, *p.*189. *l.*24. subduplam,*l.*31.sagittam A R.*p.*190.*l.*14. erit K I inclinata K C,*l.*37.quam suppono.*l.*38. cast.interpunct.*p.*191.*t.*107.*l.*6.est A H.*p.*92.*t.*109.*l.*5. sit A E.*l.*6.sit H N, *l.*7. A O & F G.*l.*15. & E M.*l.*16. A M, cast.interp.*t.*110.*l.*5.*p.*193.*n.*4.*l.*5. è naui. *n.*8. *l*,3. ex A B A F,*p.*197.*l.*38. tantum I,*l.*28. B A I.*p.*198.*l.*6. C A. nam.*l.*7.funeD B.*l.*10. E A.*l.*12.A C versus E.*l.*13.ad B A.*l.*34. E O,*l.*40.vt R F,*l.*41.vel in B vt P R.*p.*199. *l.*7. L M.vt S R.*l* 35.sinui.*p.*200.*t.*70.*l.*4.non descendit.*t.*9.*l.*1. B A E,*t.*10. *l.*2. lib.2.*p.* 201.*l.*7. innato,*l.vlt.* eodem.*in Sch.*fig.26.tab.1. *p.*202.*l.*2.A D.fig.27, *l.*30. vt A D. Th.16.Fig.31.Tab.2.*p.*203.*l.*8. in A.*l.*21. G D.*p.*205.*t.*18.*l.*15.ducatur L E.*l.*6.D G. *l. vlt.* F P.D N,*p.*206. *n.*8.*l.*3.A I F D,*l.*4. in A G.*p.*207.*t.*19.*habes* L pro G.*p.*209.*t.*25. *l.*3. ducatur,*t.*26.*l.*2. A F.*p.*210.*l.*4.descendet fig.42.tab.2. *t.*28.loco B.lege X.*t.*30.*l.*7. ad K A.*t.*30. *l.*8.percurritur A D.*p.*211.*l.*6. longitudinum, *p.*212.*l.*12. ad B C ducatur B G. Si non esset maior 5. C F,*l.*14. C F ferè 2. $\frac{1}{2}$ *l.*30, B K A K, *p.*213.*l.*41.sit rad. q.8.*l.*20.G E D.num.8,&9.scatent mendis tu castigabis iuxta Sch.vltimæ appendicis. *p.*215. *t.*37.*l.*7. vel A F C. *p.*216. *t.*38.*l.*11. conficeret per A F. *l.vlt.* ascensum.Th.40. *l.*4. M A *t.*41.fig.3.tab,3.*p.*217. *l.*6.21.22. E.pro C.*p.*218.*t* 47.*l.*4. subduplus impetus *t.*49. *l.*11. vt subdupla B C.*l.*13. *dele* a,quia vsque vt verò,*p.*219. *l.*2. vt subdupla G F *l.*5. vt subdupla B C.*l.*7. quadruplum A B.*p.*220.*l.*8.perpendicularis G H.*l.*11.parallela E G.*t.* 56. habes Y lege & *t.*58. *l.*2. versus E.*p.*221.*t.*60, Y pro & *t.*62. V pro γ, *l.*8.puta *β.t.*64. T pro τ *p.*222.*l.*9.æqualis.*t.*65. X pro & *l*-10.in plano.*t.*66 P & *t*68. *l.*3.vt planum fig.7,tab.3. *p.*223. *l.*11.per K A vt D C ad C A, *l.*13. E P P E E A, *l.*37. motum,*p.*225.*l.*3. non est *p.*228.*t.*86.*l.*6. L C.*l.*7. maior.*t.*87.*l.*6. inferto.*t*,89.*t.*8.an-

tecedentia *p.* 229. *t.* 93. *l.* 17. accedit. *p.* 230. *t.* 97. *l.* 90. tum Q P. & E I. æqualia Q Y A D. *p.* 231. *t.* 98. *l.* 6, M K. *l.* 11. supra C. *l.* 12. arcus M G P. *l.* 14. si verò in V. *t.* 99. *l.* 11. in 4. vt A Z. *l.* 4. 3 E. *l.* 5. T B E *p.* 232. *t.* 100. *l.* 12. inserto. *l.* 33. & ratione. *l.* 13. E Q E. *l.* 27. ad A T ad A *θ. l.* 36. motum per A C. *l.* 37. per A C. *p.* 233. *l.* 3. esset. *l.* 4. debet esse *co.* 4. *l.* 5. descendant. *p.* 235. *l.* 20. A D G. *l.* 39. vbi est motus. *p.* 238. *l.* 3. totum agit. *p.* 240. *t.* 17. *l.* 4. atque, *p.* 241. *t.* 20. *l.* 2. lib. 1. *t.* 23. *l.* 8. horizontalis. *l.* 13. G D ad AB. *p.* 243. *l.* 5. D G. *l.* 17. ad D A. *l.* 19. dele G O, *p.* 244. *t.* 33. *l.* 6. volunt. *p.* 246. *l.* 19. & 23. G *δ. l.* 24. Th. 40. *l.* 42. idque duobus. *p.* 248. *l* 38. motum. *p.* 249. *t.* 41. *l.* 11. P D æqualis, *p.* 250. *t.* 44. *l.* 8. & hic G D K. *p.* 251. *l.* 9. G *δ. p.* 252. *l.* 4. quiescit vt vult; sed rem demonstraui. *p.* 253. *l.* 7. quod dum. *l.* 17. & 36. atterantur. *l.* 39. cedit. *p.* 254. *l.* 13. atterantur, *p.* 253. *t.* 59. *l.* 1. destruitur. *p.* 254. *t.* 62. *l.* 12. oppositam. *p.* 255. *l.* 34. D B M. *p.* 266. *l.* 9. verò 60. *t.* 64. *l.* 19. subdupla habent sæpius V. pro *γ. l.* 21. detrahatur *δ* H. *l.* 28. 1 $\frac{1}{2}$ *p.* 257. *l.* 12. F A N C. fig. 23. tab. 3. *p.* 258. *t.* 68. *l.* 3. autem sic *l.* 10. Th. 135. lib. 1. *t.* 67. *habes sæpius v* pro *γ. p.* 259. *l.* 14. globus B. *l.* 31. globi B. *l.* 29. assumatur M *θ*, *p.* 262. *l.* 2. resilit. *p.* 264. Th. 90. *l.* 6. lineæ. *l.* 9. sed mox *p.* 265. *v* pro *γ*, *p.* 266. *t.* 93. instanti. *t.* 97. *in Sch. l.* 1. causas multiplices. *p.* 267. *l.* 6. an fortè. *l.* 26. lumine. *l.* 39. fori. *p.* 268, *l.* 40. rectam. *p.* 269. *l*, 7. est minor 3 $\frac{1}{2}$ & eius quadr. minus 31. *l.* 8. est 8. *l* 9. igitur hæc. *l.* 14. *dele* non *in hac pa. & sup. lege γ pro v. p.* 270. *l.* 8. aliæ. *p.* 273. *l.* 9. lineam L M. *p.* 274. *t.* 6. *l.* 17. vnus. *p.* 275. *l.* 13. *dele*. A, *l.* 21. *dele* non, *l.* 25. vix in. *p.* 276. *l.* 1. LM. *p.* 278. *t.* 15. *l.* 7. Q R. *p.* 279. *l.* 2. locis. *l.* 9, Q. *p.* 280. *t.* 19. *lege* L pro T. *p.* 281. *l.* 11. si motus. *l.* 14. intensum. *t.* 21. A. *p.* 283. *t.* 29. *l.* 2. D C. *t.* 30. *l.* 5. C sursum. *p.* 284. *t.* 34. *l.* 8. à se. *p.* 286. *t.* 42. *l.* 7. cono *l.* 4. cuius axis, conus, *p.* 287. *t.* 45. *l.* 7. maior, *p.* 288. *t.* 48. *l.* 18. F C. *p.* 289. *t.* 50. *l.* 10. ad A E permutando, *p.* 292. *t.* 57, *l.* 7. subduplæ, *p.* 293. *t.* 61. *l.* 5. A *θ*, *l.* 6, puncto A, *ibidem lege* Y *pro* V, *p.* 298. *def.* 9. *l.* 1. corpori, *l.* 6. à moto, *p.* 299. *l.* 6. corporis, *l.* 22. mixtam, *p.* 300. *t.* 2. *l.* 3. L, *p.* 131. *l.* 8. motus, *p.* 302. *Lem.* 1, *l.* 12. æqualibus, *Lem.* 3. *l.* 13. *dele* Q, *l.* 18. æquales, *p.* 303. *Lem.* 4. *l.* 7. sit Q R, *l.* 12. ad quintam, *l.* 15. Ax. rationem, *l.* 17. Ax. *Lem.* 6. *l.* 4. *in* D G, *p.* 303. *Lem.* 10. *l.* 12. maius, *Lem.* 12. *l.* 4. *dele* cuius constructionis *l.* 5. T Q A, *l.* 7. quæ A B, *l.* 8. quad. 45. *l.* 12. B E, *p.* 306. *in Sch. l.* 2. *μ α*, Y R, *p.* 307. *Lem* 15. *l.* 23. ad B G, B 4, *p.* 308. *v pro γ passim*, *l.* 17. vt Y Z F, *Lem.* 16. *l.* 11. quinam, *p* 307. *l* 9. *α* ad B Z, *p.* 310. *l.* 1. recta, *t.* 8, *l*, 2. inæqualia, *l.* 6. in quo, *p.* 311. *l.* 36. 34. grad. *p.* 313. *Cor.* 3. *l.* 6. angulum ipsa. *p.* 316. *l* 36. percurritur, *p.* 317. *t.* 16. fig. 3. Tab. 4. *l.* 4, tempore æquali, *p.* 319. *t.* 20. *l.* 13. ad H. *t.* 22. *l* 3. enim, *l*, 4. impetus quo ascendat in *ω* dele hæc verba haud dubiè per arcum ferretur in *ω p.* 320. *l.* 1. peruenieret in *θ l.* 4. C fertur, *t*, 23. *l* 1, nisi, *p.* 321 *l.* 6, spatiis, *l.* 15. primo ascensu, *l* 34. ferri, *p.* 322. *t.* 26. *l.* 6. primæ, secundæ, *p.* 323. *l.* 34. ignota, *p.* 324. *l vlt.* prima, *p.* 326. *cor.* 3. *l.* 2. ita vt, *p.* 327. *cor.* 5 *l.* 4. descenderet, *l* 33. ferri, *p.* 329. l. 5. medullaceum, *l.* 17. quamdam, *l* 18. *dele* conficiet, *l* 19. conficiet tres, *l.* 41. huius motus *p.* 331. *cor.* 2. l. 3. in F. *cor.* 3. *l* 1. in hoc & *cor.* 5. *l.* 3. quia enim, *cor.* 6. *l* 1. suspendatur, *p.* 332. *l.* 3. pondus, C. *t.* 41. *l.* 5. puncto, *p.* 333. *l.* 2. quam maiores, *p.* 334. *def* 1 *l.* 3. curuam, *def* 2. *l.* 3. ex duobus rectis & *p.* 335. *t.* 1. *l.* 12. L Q A. *p.* 336 *l* 2. vel M I, *l.* 4 & motus *cor.* 1 *l* 6, L *γ*, *cor.* 2. *l* 3. A C, & *l* 4. & quo *sor.* 4. *l.* 2. *ρ* 2 *cor.* 5. *l* 4. L H, & *p.* 337. *cor.* 6. *l* 5. *dele*, vt *l* 6. Z, 9, *l.* 10. singuli. *cor.* 7 *l.* 3. 9. grad *p.* 338. *t.* 5 *l.* 2. A B, æqualem arcui A V. *l.* 3. æqualem X V, id est arcum sinus A V, sed, *t.* 6. *l* 2 O P D L 4 O Z P, *p.* 339. *l.* 4. A 18. *t.* 7. *l* 4. sinus ex gradu, *l.* 11. assumas, *l* 13. vero 1. *t.* 8. *l* 1. rota. *p.* 340. *l.* 15. puncta B, punctum B, *l*, 25. ascenderet, *l.* 39. centro M, *l.* 41. simplici, *l.* 42. punctum P, *l.* 44 circa centrum, *p.* 341. *n.* 8. *l* 2. illum fig. 10. tab. 4, lib. 10 quadrat I A, *l.* 15. K D, *l.* 16. H F, *n* 9. *l.* 6. profecto, *p.* 342. *n.* 12 *l.* 4. insuperabilem. *l.* 6. sibi non, *l.* 8. non tangit, *p.* 343 *l.* 21 huiusmodi contactus, *l.* 25. D N, *l* 5. ne diu, *l.* 13. arcu B D, *l* 14. contactu medio, *p.* 344. *dele* non n 18. fig 12. tab. 4. *l* 2. imaginarium, *n.* 20. D C primum, *p.* 345 *l.* 8. quod n. 24 *l* 2. duo, *p.* 346. n. 27 *l* 3. in K, *l* 4. secet, *l.* 9. *lege γ pro* V, sit Z X n. 28. *l.* 4 colliguntur, *p* 347. *l* 5. puncto D. *in Sch. l. vlt.* experientia, *p.* 348. *l, vlt* lignea, *p.* 349 *l.* 9. nam, *p* 350. *t* 15. *l* 3. centro A, lege *τ pro* T, ter, *p.* 351. *l.* 1. qui est, *n.* 5. *l* 3 in P, *n.* 6 *l* 3. B G D P, *l* 4. *p* 6. igitur B D est quadrupla B V, *l.* 11. oppositorum, *l* 12. rectilineo, *lege τ* pro T bis, *p.* 352. *n* 9 *&* 10 *passim lege ρ* pro X *n* 9. *l.* 7. ad C, *u* 10. *l.* 3. B T non singula *ρ α* singulis *ρ* B. *t.* 16. *l.* 1. rotæ, quæ, *p.* 353. *n.* 5. *l.* 3. motu, *l* 6. triplo maior, *t* 17 *l* 3. *dele* T, *p.* 354 *n* 3 *l* 2. configit BG, *l* 3 *dele* I, *n*, 6. *l* 5. K T, *n.* 7. *l.* 3. vt quadrans, *l.* 6. contactus, *t.* 13. *l.* 3. *dele* 4 *p*, 355. *n.* 2. *l*,

8. V T D

8. V T D, *n.* 3 *l.* nam A V, *n.* 4. A C, *n.* 6 *l.* 2. T V Y, *l.* 3. radius P C T V sumantur ♈ Y ♈ T *l.* 4. 6 T δ, *n.* 8. *l.* 1. P C, *l.* 5. igitur cum, *p.* 356. *l.* 5. rectam in Coroll. ita peccatum est vt errata castigari vix possint *p.* 358. *n.* 5 *l.* 1. partes areæ, *l.* 2. conficient, *l.* 4. mouetur, *t.* 20. *n.* 3. *l.* 8, cinguntur, *p.* 359. *l.* 1. B & C, *n.* 11. *l.* 9. aëris, *p.* 360 *n.* 14. *l.* 1. cessat motus, *n.* 17. tab. 5. *n.* 20. citissimus, *n.* 22. *l.* 1. cessat motus, *n.* 24. *l.* 1. si grauior, *p.* 361. *t.* 21. *n.* 2. *l.* 4. nec dextrorsum, *p.* 362. *l.* 1. ipsam D A, velis, *l.* 2. ex recto, *l.* 5. motus orbis, *l* 11. pollant, *t.* 23. *l* 1. plumbi, *l.* 2. sint, *l.* 7. quia, *l* 9. α, *n.* 6. *l.* 1. adde, *t.* 25. *l.* 2. serpentis, *p.* 363. *t.* 25 *l.* 13. conoidicus, *p.* 364. *l.* 2. versus G, *t.* 27. *n.* 4. *l.* 4. motum, *p.* 365. *n* 9. *l* 6. rotatæ, *p.* 366. *l.* 12. resilit., *t.* 29 *l.* 4. nisu, *l.* 10. faciet vero, *l.* 14. A I, *l.* 23. extremitatem. *p.* 367. *n.* 13. *l* 4. manus, *p.* 368. *l.* 1. erectam, *n.* 10. *l.* 3. quæ, *n.* 1. *l* 6 5. libretur, *n.* 17. *l.* 6. E L, *p.* 369. *l.* 1. qua, *p.* 370 *n* 24. *l.* 24. rudiaria *lege passim* G *pro* C, *t.* 30. *l* 7. vt C, *p* 371. *l.* 6. qui, *p.* 372. *n.* 13. *l.* 10. G E cum in I, erit in L, *n.* 15. *l.* 4. mitius, *p.* 373. *l.* 7. terram *p.* 374. *t.* 33. fig. 13. tab. 4. *p.* 375. *lege* Q *pro* K *passim* L B erectæ, *l* 1. delineari fig. 8. tab. 5. *l.* 16. ita vt, *l* 17. quadratum A M 16. *l* 17. quadratum A O, *p.* 377 *l* 3. nec producitur, *t.* 1 *l* 4. aliquid, *p* 378. *l.* 4. anima, *p.* 379. *l.* 1. effectus, *l.* 8. brachium, *l penult.* volæ, *p.* 380. *t.* 2 *l.* 2. aliquid sic globus pendulus, *p.* 381. *t.* 3 *l.* 5. æquitem capiti, *l.* 18. imo equus, *l.* 26. determinata, *l* 36. cruris, *p.* 392. *n.* 10. fig 28. *l* 21. omittendus, *n.* 11. fig. 27. *l* 9 vt B C *p* 383 *l.* 10. facilia, *p.* 384. *l.* 4. productum, *p.* 385. *n.* 8. *l* 10, funes, *n.* 9. *l* 5. funes, *p.* 386. *l.* 15. ad D L, *n.* 11, fig. 31. *l* 7. fig. 30 *p.* 388 *l.* 3. etiam nauis, *l.* 11. duo tauri, *t.* 7. *l.* 10. se ipso, *l* 11. corpore impulso, *p.* 389. *t* 8 *l.* 8. finem, *p.* 390. *t.* 11. *l* 4, arcus B C, *p.* 392. *n.* 4. *l.* 6. A B C, *p.* 194 *n.* 6. *l* 8. conficit, *l.* 18. subduplam, *p.* 395. *n.* 8. *l.* 8. se iuncto., *p* 396. *n.* 21. *l.* 6. de *p.* 399. *l.* 9. proportionem, *n.* 3 *l.* 3. vt radix C D, *n.* 9. *l.* 4. sit 1 pondus 2. certè, *p* 401. *l.* 6. arcum, *l.* 15. circa K, *p.* 402 *l* 2. medium, *l* 22. agant, *t.* 14. *l.* 9. sint, in hoc Th. affige literas affixas mucroni gladij ipsi capulari pilæ, & vicissim, *p* 403. *n.* 7. *l.* 8. æquali vtriusque, *n.* 8. *l.* 5. detectum, *p.* 404. *n.* 13. *l* 3. æquipondium, *n.* 15. *l.* 5. alio, *p.* 405 *n.* 18. *l.* 1. intentetur, *l* 3. extento, *n.* 19. *l* 1. imperens gladius, *t.* 23. *n.* 2. *l* 2. & eadem altitudo, *p.* 406. *n.* 5. *l.* 2. corpore *n.* 6 *l.* 1. ictum, *n.* 10. *l.* 2. quæ, *n.* 11. *l.* 2. proportio, *l.* 3. 1000. *p.* 407. *l.* 4. gradus, *n.* 12. *l.* 3. eamdem, *p.* 409. *n.* 19. fig. 20. *l.* 11. P ν N β γ. *n.* 22. fig. 16. *p.* 410. *n.* 24. *l.* 2. minorem, *lege* N, *pro* F, *p.* 411. *l.* 5. vt *l.* 6. vt chorda M V, *l. vlt.* velociter, *p.* 402. *t.* 17. *l.* 5. extendi, *l.* 12. prædictam, *l.* 24. imprimit, *l.* 25. certa, *p.* 413. *n.* 4. *l.* 3. mouentur, *l.* 7. alium, *p.* 414. *l.* 2. augendum, *n.* 10. *l.* 2. tormentaria, *l.* 3. *n.* 11. reticulo in fig. 24. tab. 5. adhibe H sub G tum L sub Z, in fig. 22. adhibe omnes literas in quadrante A G D, in fig. 23. tab. lege C inter B A, *p.* 415. *l.* 12. fig. 37. tab. 3. *n.* 11. *l.* 2. quæ, *n.* 12. *l.* 12. tamen sit *l.* 14. octauo, in *p.* 416. *n.* 2. *l.* 5. corporum, *n.* 3. *l.* 1. dispersio, *l.* 2. sic *n.* 3. *l.* 2. vannus autem; *l.* 12. portu, *n.* 6. *l.* 6. quando duo, *p.* 417. *l.* 4. impressus, *n.* 8. *l.* 11. cadit, *n.* 9. *l.* 6. sapo. *n.* 10. *l.* 4. vnum corpus, *l.* 8. vnum corpus *p.* 418. *l.* 9. luctam, *l.* 12. fulminis, *t.* 20. *l.* 2. in plano, *l.* 8. resilit, *l.* 18. pluit, *p.* 419. *l.* 14. vorticem, *p.* 421. *l.* 9. lineas, *lege passim* positio propositiones, *p.* 423. *l.* 7. triangulo, *l.* 8. I K D, *p.* 426. *t.* 15. fig. 12. *t.* 16. *l.* 5. perpendiculares, 427. *l.* 6. A H, *cor.* 2. fig. 14. *p.* 430. *l.* 32. C N A P, *t.* 22. *l.* 4. D vt.

FINIS.